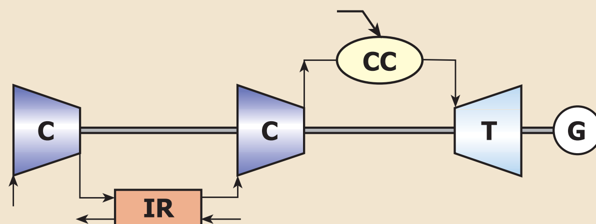
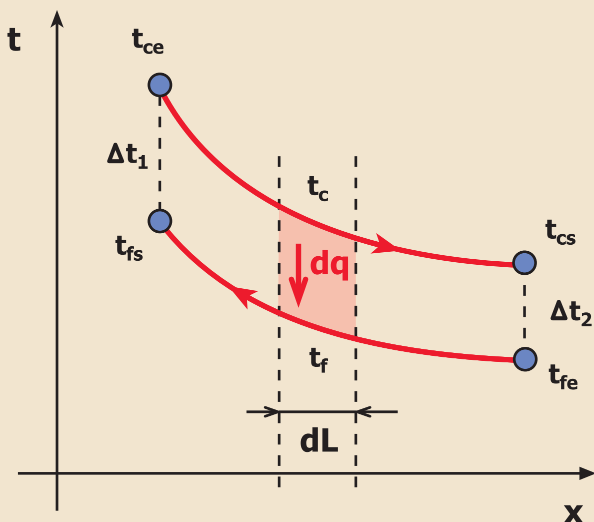
UNED ingeniería y arquitectura





Ingeniería Térmica

María José Montes Pita
Marta Muñoz Domínguez
Antonio Rovira de Antonio

Ingeniería Térmica

MARÍA JOSÉ MONTES PITA
MARTA MUÑOZ DOMÍNGUEZ
ANTONIO ROVIRA DE ANTONIO

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

INGENIERÍA TÉRMICA

www.uned.es/publicaciones

Esta publicación ha sido evaluada por expertos ajenos a esta universidad por el método doble ciego.

ISBN electrónico: 978-84-362-6942-0

Edición digital: noviembre de 2014

ÍNDICE

Prólogo 17

Tema 1. **INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS EN TRANSMISIÓN DE CALOR** 21

1. Introducción 23
2. Conceptos básicos en transmisión de calor 24
3. Mecanismos de transmisión de calor 26
   3.1. Transmisión de calor por conducción 26
      3.1.1. Ley de Fourier 26
      3.1.2. Conductividad térmica 28
   3.2. Transmisión de calor por convección 28
      3.2.1. Ley de enfriamiento de Newton 28
      3.2.2. Coeficiente de transmisión de calor por convección o coeficiente de película 29
   3.3. Transmisión de calor por radiación 30
      3.3.1. Ley de Stefan-Boltzmann 30
      3.3.2. Intercambio de calor por radiación entre una superficie gris pequeña y otra superficie mucho más grande que la envuelve 31
4. Propiedades térmicas de los materiales 33
   4.1. Conductividad térmica 33
      4.1.1. Conductividad térmica de los materiales homogéneos 34
      4.1.2. Conductividad térmica aparente de los materiales no homogéneos 38
   4.2. Calor específico 38
   4.3. Difusividad térmica 40
   4.4. Coeficiente de dilatación térmica (sólo líquidos y gases) 40
   4.5. Viscosidad (sólo líquidos y gases) 41

5. Ecuación general de la conducción del calor 44
5.1. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas cartesianas 45
5.1.1. Particularización para medios homogéneos e isótropos: ecuación de Fourier-Biot 47
5.1.2. Particularización para medios homogéneos e isótropos y condiciones de estado estacionario: ecuación de Poisson 47
5.1.3. Particularización para medios homogéneos e isótropos, sin generación de energía: ecuación de difusión 48
5.1.4. Particularización para medios homogéneos e isótropos, condiciones de estado estacionario y sin generación de energía 48
5.2. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas cilíndricas 49
5.3. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas esféricas 50
6. Ejercicios de autocomprobación 51
7. Solución a los ejercicios de autocomprobación 52

Tema 2. **Transmisión de calor por conducción** 55

1. Introducción 57
2. Conducción de calor a través de una pared plana 58
2.1. Pared plana simple con temperaturas superficiales dadas 58
2.1.1. Distribución de temperaturas 59
2.1.2. Flujo de calor 60
2.2. Pared plana compuesta bañada por fluidos a temperaturas conocidas 61
2.3. Coeficiente global de transmisión de calor 63
3. Conducción de calor a través de una pared cilíndrica 63
3.1. Pared cilíndrica simple con temperaturas superficiales dadas ... 64
3.1.1. Distribución de temperaturas 64
3.1.2. Flujo de calor 65
3.2. Pared cilíndrica compuesta bañada por fluidos a temperaturas dadas 66
3.3. Coeficiente global de transmisión de calor 68

4. Conducción del calor en superficies extendidas: aletas 68
4.1. Clasificación de las aletas 69
4.2. Ecuación general de transmisión de calor en una aleta 71
4.3. Aleta anular de perfil rectangular uniforme 73
4.3.1. Solución a la ecuación general: distribución de temperaturas y flujo de calor 73
4.3.2. Efectividad de la aleta anular de perfil rectangular 75
4.3.3. Gráficos para el cálculo de la eficiencia de la aleta anular de perfil rectangular 76
4.3.4 Flujo de calor no despreciable en el extremo 77
4.4. Coeficiente global de transmisión de calor en tubos aleteados y aletas del tipo de aletas anulares de perfil rectangular uniforme .. 78
5. Ejercicios de autocomprobación 81
6. Solución a los ejercicios de autocomprobación 83
7. Anexo 1: Valores seleccionados de las funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especia, órdenes cero y uno 89
8. Anexo 2: Efectividad de la aleta anular 91

Tema 3. **Transmisión de calor por convección** 93

1. Introducción 95
2. Conceptos básicos en transmisión de calor por convección 95
2.1. Capa límite de velocidad y capa límite térmica 97
2.2. Convección libre y convección forzada 98
2.3. Flujo laminar y flujo turbulento 99
3. Ecuaciones para la transferencia de calor por convección 100
3.1. Deducción de las ecuaciones diferenciales para la transferencia de calor por convección 100
3.1.1. Ecuación de conservación de masa 101
3.1.2. Ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento 103
3.1.3. Ecuación de conservación de la energía 106
3.1.4. Ecuación de estado térmico 108
3.2. Ecuaciones y números adimensionales para la transmisión de calor por convección 108
3.2.1. Número de Reynolds 110
3.2.2. Número de Grashof 111
3.2.3. Número de Eckert 111

3.2.4. Número de Prandtl 112
3.2.5. Número de Rayleigh 113
4. Correlaciones para la convección forzada en régimen laminar y turbulento 113
4.1. Convección forzada en el interior de tuberías y tubos cilíndricos ... 114
4.1.1. Flujo laminar 115
4.1.2. Flujo turbulento 116
4.2. Convección forzada, flujo externo que incide perpendicularmente a un conducto circular 119
4.3. Convección forzada, flujo externo paralelo a superficies planas 121
4.3.1. Flujo laminar 121
4.3.2. Flujo turbulento 122
5. Correlaciones para la convección libre en régimen laminar y turbulento .. 122
5.1. Convección libre alrededor de superficies planas/cilindros verticales 123
5.1.1. Flujo laminar 124
5.1.2. Flujo turbulento 125
5.2. Convección libre alrededor de placas horizontales 125
5.2.1. Placa caliente por la cara superior/placa fría por la cara inferior 126
5.2.2. Placa caliente por la cara inferior/placa fría por la cara superior 127
5.3. Convección libre alrededor de cilindros horizontales largos ... 128
6. Ejercicios de autocomprobación 129
7. Solución a los ejercicios de autocomprobación 131

Tema 4. **TRANSMISIÓN DE CALOR EN LOS CAMBIOS DE ESTADO: CONDENSACIÓN Y EBULLICIÓN** 137

1. Introducción 139
2. Conceptos básicos de transmisión de calor en la condensación y en la ebullición 140
2.1. Ecuaciones y números adimensionales utilizados en la condensación y ebullición 140
2.1.1. Número de Nusselt 141
2.1.2. Número de Prandtl 141
2.1.3. Número de Jakob 142
2.1.4. Número de Bond 142

2.2. Modos de condensación: condensación por gotas y condensación en película 143
2.3. Modos de ebullición: ebullición en estanque o en alberca y ebullición en convección forzada 144
3. Correlaciones para la transferencia de calor en la condensación en película 145
3.1. Condensación en película sobre placas verticales y cilindros verticales 145
3.1.1. Definiciones previas en la condensación en película sobre placas verticales/cilindros verticales 145
3.1.2. Régimen laminar 150
3.1.3. Régimen turbulento 152
3.2. Condensación en película sobre placa horizontal 153
3.3. Condensación en película en el exterior de esferas y cilindros horizontales 154
4. Correlaciones para la transferencia de calor en la ebullición en estanque o de alberca 156
4.1. Regímenes de la ebullición en estanque 157
4.1. Flujo de calor en la zona de ebullición nucleada 160
4.2. Flujo calorífico máximo (crítico) 162
4.3. Flujo de calor en la zona de ebullición en película 163
5. Ejercicios de autocomprobación 165
6. Solución a los ejercicios de autocomprobación 167

Tema 5. **Cálculo y diseño de intercambiadores de calor** 175

1. Introducción 177
2. Tipos de intercambiadores de calor 177
2.1. Intercambiadores de calor de superficie 180
2.1.1. Intercambiador de calor de flujos paralelos 180
2.1.2. Intercambiador de calor de flujos cruzados 184
3. Cálculo del coeficiente global de transferencia de calor 186
3.1. Cálculo del coeficiente global teórico de transferencia de calor . 186
3.2. Cálculo del coeficiente global real de transferencia de calor ... 189
4. Análisis de un intercambiador de calor con el método de la diferencia media de temperaturas *(LMTD method)* 190
4.1. Diferencia de temperaturas logarítmico media en un cambiador de flujo paralelo en equicorriente 192
4.2. Diferencia de temperaturas logarítmico media en un cambiador de flujo paralelo en contracorriente 194

4.3. Diferencia de temperatura media en cambiadores multipaso y de flujos cruzados 196
4.4. Diferencia de temperatura media en condiciones especiales de operación 202
4.5. Metodología de cálculo de un intercambiador de calor con el método de la diferencia media de temperaturas *(LMTD method)* .. 203
4.6. Metodología LMTD para el caso de que uno de los fluidos experimente un cambio de estado 211
5. Análisis de un intercambiador de calor con el método de la efectividad-número de unidades de transmisión (ε – NTU method) 214
5.1. Parámetros adimensionales utilizados en el método del número de unidades de transmisión 215
5.2. Metodología de cálculo en el método del número de unidades de transmisión 223
6. Ejercicios de autocomprobación 224
7. Solución a los ejercicios de autocomprobación 233

Tema 6. **Máquinas y motores térmicos. Generalidades** 235

1. Introducción 237
2. Concepto de máquina térmica 238
2.1. Clasificación de las máquinas de fluido 238
2.2. Distinción entre máquina hidráulica y máquina térmica 239
2.3. Clasificación de las máquinas térmicas 240
3. Motores térmicos de combustión interna y de combustión externa. Distinción entre máquina térmica y motor térmico 241
4. Rendimiento de los motores térmicos 247
4.1. Rendimiento del ciclo y rendimiento de la instalación 247
4.2. Rendimiento exergético 248
5. Cogeneración 249
6. Campos de aplicación de los motores térmicos 251

Tema 7. **Generalidades de los motores de combustión interna alternativos** 259

1. Componentes y procesos básicos de un motor de combustión interna alternativo 262

2. Clasificación de los MCIA 265
2.1. Según el proceso de combustión 265
2.2. Según el modo de realizar el ciclo 267
2.3. Según el tipo de refrigeración 272
2.4. Según la presión de admisión 273
2.5. Según el número y disposición de cilindros 273
3. Evolución del fluido de trabajo durante el funcionamiento del motor. Diagrama p-α y diagrama del indicador 274
3.1. Diagrama p-α 274
3.2. Diagrama del indicador 276
4. Prestaciones y curvas características del motor 278
5. Ciclos de aire equivalente 292
5.1. Ciclo de aire equivalente de volumen constante 292
5.2. Ciclo de aire equivalente de presión limitada 300

Tema 8. **Turbinas de gas** 317

1. Introducción 319
2. Tipos de instalaciones 320
3. Análisis termodinámico de los ciclos de aire ideales 327
3.1. Ciclo Brayton ideal de aire simple 327
3.2. Ciclo Brayton ideal de aire regenerativo 330
3.3. Ciclo ideal compuesto 333
4. Elección de los parámetros que definen del ciclo termodinámico de una turbina de gas 336
4.1. Ciclo simple 338
4.2. Ciclo simple regenerativo 345
4.3. Ciclo compuesto 350
4.4. Ciclo compuesto regenerativo 359
5. Comportamiento de las turbinas de gas en el punto de diseño 360

Tema 9. **Instalaciones de potencia basadas en turbinas de vapor y plantas de ciclo combinado gas-vapor** 363

1. Componentes principales de las instalaciones de potencia basadas en turbinas de vapor 366

2. Influencia de los parámetros termodinámicos de las centrales de ciclo de vapor 380
2.1. Influencia de la presión del vapor a la entrada de la turbina ... 380
2.2. Influencia de la temperatura del vapor vivo 382
2.3. Influencia de la presión de condensación 383
3. Ciclos de vapor utilizados en grandes centrales de vapor 384
3.1. Ciclos de vapor con recalentamiento intermedio 384
3.2. Ciclos de vapor regenerativos 386
4. Turbinas de vapor en usos industriales 396
4.1. Cogeneración con plantas de ciclo de vapor 397
4.1.1. Turbinas con toma intermedia 397
4.1.2. Turbinas de contrapresión 398
5. Definición y clasificación de las calderas 399
5.1. Calderas de tubos de humo o pirotubulares 401
5.2. Calderas de tubos de agua o acuotubulares 403
5.3. Procesos que tienen lugar en las calderas 406
5.3.1. Proceso de combustión 406
5.3.2. Mecanismos de transferencia de calor entre el gas y el agua 407
5.4. Diseño de calderas y generadores de vapor 408
5.4.1. Parámetros y fundamentos del diseño de las calderas 408
5.4.2. Balance de energía 411
5.4.3. Otras consideraciones y especificaciones de los diseños 412
6. Plantas de ciclo combinado de turbinas de gas y de vapor 417
6.1. Definición y clasificación de los ciclos combinados 417
6.2. Esquema general de una planta de ciclo combinado de turbina de gas y de vapor 421
6.3. Características de las turbinas de gas 422
6.4. Caldera de recuperación de calor 425
6.5. Características del ciclo de vapor 430

Tema 10. **Conceptos básicos generales sobre turbomáquinas térmicas** 449

1. Ecuación fundamental de las turbomáquinas 452
2. Análisis del intercambio energético que tiene lugar en las turbomáquinas 458
3. Estructura de las turbomáquinas térmicas 461

4. Clasificación de las turbomáquinas térmicas 462
5. Aplicación de las ecuaciones y conceptos anteriores a turbinas y compresores. Tipos de escalonamientos 466
5.1. Turbomáquinas térmicas axiales 466
5.1.1. Turbinas axiales de reacción 468
5.1.2.. Turbinas axiales de acción 471
5.1.3. Turbocompresores axiales 473
5.2. Turbomáquinas radiales 479
5.2.1. Turbinas centrípetas 480
5.2.2. Turbocompresores centrífugos 480
6. Criterios que se utilizan para definir el rendimiento de las turbomáquinas térmicas 484
7 Origen de las pérdidas en las turbomáquinas 487
8. Potencia interna y potencia efectiva 488
9. Campos de aplicación de las turbinas axiales y de las turbinas centrípetas 489
10. Comparación entre compresores axiales, centrífugos y volumétricos ... 489

Anexo. **Procesos en fluidos compresibles** 491

A.1. Introducción 493
A.2. Procesos termodinámicos de importancia en el estudio de las máquinas y los motores térmicos 495
A.3. Principios y ecuaciones que rigen el comportamiento de los flujos compresibles 498
A.3.1. Principio de conservación de la masa 499
A.3.2. Primer Principio de la Termodinámica 499
A.3.3. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento . 501
A.3.4. Segundo Principio de la Termodinámica 502
A.3.5. Exergía y balance energético 503
A.3.6. Ecuaciones de Gibbs 506
A.3.7. Ecuaciones calóricas 507
A.3.8. Trabajo intercambiado con el entorno 508
A.4. El Factor de Carnot. Rendimiento máximo de los motores térmicos 513
A.5. Expansión y compresión en conductos, toberas y difusores 516
A.5.1. Efecto de la compresibilidad 516
A.5.2. Forma del conducto en toberas y difusores 517

A.5.3. Evaluación de las pérdidas en toberas y difusores 519
A.5.3.1. Comparación de los casos de expansión y compresión 520
A.5.3.2. Coeficientes para evaluar la fricción en toberas y difusores 523

BIBLIOGRAFÍA 525

PRÓLOGO

El presente texto se ha elaborado con el objetivo de constituir el material base que debe permitir a los alumnos de la Universidad Nacional de Educación a Distancia abordar el estudio de la asignatura *Ingeniería Térmica*, que se imparte en el *Máster en Ingeniería Industrial*. La asignatura, de 5 créditos, es una asignatura de formación complementaria, diseñada para que los alumnos que acceden al máster procedentes del *Grado en Ingeniería Eléctrica* y del *Grado en Ingeniería Electrónica y Automática* adquieran las competencias necesarias para abordar las nuevas asignaturas de carácter térmico, fundamentalmente las asignaturas comunes del máster: *Calor y Frío Industrial* y *Máquinas y Motores Térmicos*.

El libro se compone de dos módulos claramente diferenciados, que corresponden a la síntesis de dos asignaturas comunes al resto de los grados especialistas: *Termotecnia* y *Máquinas Térmicas*. Se pretende que cada uno de los módulos permita al alumno adquirir los conocimientos básicos que va a necesitar para afrontar nuevas asignaturas del máster. Para ello, en el proceso de síntesis se ha intentado que queden todos los conocimientos básicos de dichas asignaturas, reduciendo la profundidad con la que se estudian determinados conceptos.

El módulo I, dedicado a la transmisión de calor, está dividido a su vez en cinco capítulos.

El primer capítulo trata de forma general los tres modos que existen de transmisión de calor: conducción, convección y radiación, enunciado las leyes que gobiernan dichos fenómenos físicos. A continuación se enumeran y analizan las propiedades termofísicas más importantes de los materiales. El capítulo termina con una introducción al siguiente capítulo, mediante el desarrollo de la ecuación general de la conducción del calor.

El segundo capítulo estudia la transmisión de calor por conducción, bajo las hipótesis de conducción unidimensional y régimen estacionario. Se analizan las ecuaciones en dos geometrías muy comunes: pared plana y pared cilíndrica. Por último, se aborda el estudio de la conducción en las superficies extendidas o aletas, centrándose el análisis en el tipo de aleta más común en ingeniería, que es la aleta anular de perfil rectangular uniforme.

El tercer capítulo está dedicado a la convección del calor en fluidos monofásicos, distinguiendo entre convección forzada y convección libre, tanto en régimen laminar como en régimen turbulento. El capítulo se inicia con un resumen de las ecuaciones que gobiernan la transmisión de calor en la capa límite de un fluido viscoso, mostrando la necesidad de recurrir a variables adimensionales y a correlaciones empíricas. A continuación, se analizan una selección de las correlaciones empíricas para la determinación del coeficiente de transmisión de calor por convección para determinadas geometrías y movimientos relativos del fluido.

El cuarto capítulo aborda la transmisión de calor por convección en los cambios de estado, centrándose en los cambios de fase líquido-vapor: condensación y ebullición. Como en el tema anterior, posteriormente se hace una recopilación de las correlaciones empíricas empleadas más habitualmente en la condensación y ebullición.

El quinto capítulo está dedicado los intercambiadores de calor. Este es el capítulo más extenso de este primer módulo, y el que mejor resume los conceptos de transmisión de calor que el alumno debe adquirir. El tema está dedicado a los cambiadores de calor por superficie en los que intervienen dos mecanismos de transmisión de calor: la convección entre superficie y fluido y la conducción a través del espesor de la superficie. Se presentan dos métodos para el cálculo de los intercambiadores de calor: el método de la diferencia media de temperaturas y el método del número de unidades de transmisión.

El módulo II, dedicado a las máquinas térmicas, está a su vez dividido en cinco capítulos, correspondientes a los capítulos seis a diez.

El sexto capítulo es una introducción a las máquinas térmicas y está dedicado a generalidades. Se presenta una panorámica general de los distintos tipos de máquinas y motores térmicos, destacando algunas diferencias básicas en su principio de funcionamiento y revisando los principales campos de aplicación en cada caso. Se trata de poner de manifiesto el papel fundamental que juegan los motores térmicos en el contexto de las transformaciones energéticas.

En el capítulo 7 se estudian los motores de combustión interna alternativos, presentando sólo los conceptos fundamentales, entre los que cabe destacar: clasificación de los motores de combustión interna alternativos atendiendo a diferentes criterios, ciclos de trabajo, curvas características y particularidades de los procesos de combustión en los motores de encendido provocado y en los motores de encendido por compresión.

En el capítulo 8 se aborda el estudio de las turbinas de gas, comenzando por el caso más simple de ciclos de aire ideales: simple, regenerativo y compuesto, continuando posteriormente con el análisis termodinámico de ciclos reales, identificando los parámetros que más repercuten en las prestaciones de estas instalaciones, entre los que cabe destacar la relación de compresión y la temperatura de entrada a la turbina. A la luz de los resultados de este análisis se presentan los posibles criterios de selección de los parámetros que definen el ciclo en condiciones de diseño, distinguiendo entre los distintos tipos de ciclos.

El noveno capítulo trata de las instalaciones de potencia basadas en turbinas de vapor, incluyendo la descripción de las calderas asociadas y las plantas de ciclo combinado gas-vapor, haciendo referencia, en este caso, a las calderas de recuperación de calor.

El último capítulo se dedica al análisis del principio de funcionamiento de las turbomáquinas térmicas —turbinas y compresores—. Se trata de dar una visión general, analizando la estructura de estas máquinas y su funcionamiento desde un punto de vista termodinámico, apoyándose en los diagramas h-s de los diferentes tipos de escalonamientos y en los diagramas de velocidades asociados al rotor.

Por último se ha incluido un anexo, al que se ha denominado *procesos en fluidos compresibles*, en el que se revisan los conceptos que se consideran fundamentales para llegar entender, en profundidad, el principio de funcionamiento de los equipos y las máquinas térmicas que se estudian en la asignatura, así como de los ciclos en las que éstos intervienen. Estos conceptos previos imprescindibles se han debido abordar fundamentalmente en la asignatura previa de termodinámica, aunque también es conveniente haber cursado con anterioridad una mecánica de fluidos básica. En cualquier caso, si el alumno comprueba que sus lagunas en los conocimientos previos requeridos son importantes y no le es suficiente con revisar dicho anexo, deberá recurrir a manuales específicos de termodinámica y mecánica de fluidos, donde estos conceptos se expliquen de forma más detallada.

El libro se ha diseñado para que el alumno sea capaz de asimilar los contenidos de manera autónoma, sin requerir las explicaciones de un profesor, apoyándose en las explicaciones y problemas complementarios que se facilitarán a través del curso virtual.

Para valorar la importancia que tienen para la sociedad los contenidos abordados en este libro, cabe destacar que los procesos de transmisión de calor están

presentes en prácticamente todas las aplicaciones industriales y que en la actualidad, la gran mayoría de la energía mecánica y eléctrica consumida en el mundo se genera a través de motores térmicos. Por el momento, en la mayoría de los casos, la energía generada proviene de la energía primaria asociada a los combustibles fósiles, a través de un proceso de combustión, pero no hay que olvidar que, aunque todavía con menor incidencia, otras fuentes de energía renovables también generan fluidos con elevada energía térmica que se transforma en energía mecánica en un motor térmico (biocombustibles, energía solar térmica y energía geotérmica). Asimismo en el caso de la energía nuclear, la energía liberada en el reactor es evacuada por un fluido que adquiere un elevado nivel térmico y se aprovecha posteriormente en una planta de potencia de las estudiadas en esta materia. De todo ello se desprende la importancia de la presente asignatura, que aborda tanto temas fundamentales de transmisión de calor, básicos para cualquier ingeniero, como el diseño y principio de funcionamiento de las máquinas y motores encargados de transformar la energía térmica generada a partir de diferentes fuentes de energía primaria en energía mecánica y eventualmente, a través de un alternador, en energía eléctrica.

Tema 1

Introducción y conceptos básicos en transmisión de calor

María José Montes Pita
Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Introducción.
2. Conceptos básicos en transmisión de calor.
3. Mecanismos de transmisión de calor.
   3.1. Transmisión de calor por conducción.
      3.1.1. Ley de Fourier.
      3.1.2. Conductividad térmica.
   3.2. Transmisión de calor por convección.
      3.2.1. Ley de enfriamiento de Newton.
      3.2.2. Coeficiente de transmisión de calor por convección o coeficiente de película.
   3.3. Transmisión de calor por radiación.
      3.3.1. Ley de Stefan-Boltzmann.
      3.3.2. Intercambio de calor por radiación entre una superficie gris pequeña y otra superficie mucho más grande que la envuelve.
4. Propiedades térmicas de los materiales.
   4.1. Conductividad térmica.
      4.1.1. Conductividad térmica de los materiales homogéneos.
      4.1.2. Conductividad térmica aparente de los materiales no homogéneos.
   4.2. Calor específico.
   4.3. Difusividad térmica.

- 4.4. Coeficiente de dilatación térmica (sólo líquidos y gases).
- 4.5. Viscosidad (sólo líquidos y gases).

5. Ecuación general de la conducción del calor.
    - 5.1. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas cartesianas.
        - 5.1.1. Particularización para medios homogéneos e isótropos: ecuación de Fourier-Biot.
        - 5.1.2. Particularización para medios homogéneos e isótropos y condiciones de estado estacionario: ecuación de Poisson.
        - 5.1.3. Particularización para medios homogéneos e isótropos, sin generación de energía: ecuación de difusión.
        - 5.1.4. Particularización para medios homogéneos e isótropos, condiciones de estado estacionario y sin generación de energía.
    - 5.2. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas cilíndricas.
    - 5.3. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas esféricas.
6. Ejercicios de autocomprobación.
7. Solución a los ejercicios de autocomprobación.

Tema I

INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS EN TRANSMISIÓN DE CALOR

1. INTRODUCCIÓN

La termodinámica enseña que la energía se puede transferir entre un sistema y su entorno en forma de calor o de trabajo. Para que exista una transmisión de calor entre dos sistemas ha de existir una diferencia de temperatura entre ambos, cesando dicha transmisión cuando se alcanza el equilibrio térmico.

El primer principio de la termodinámica permite cuantificar la cantidad de energía que se transmite de un sistema a otro. Y el segundo principio establece que la transmisión de calor se produce en el sentido de las temperaturas decrecientes.

Sin embargo, la termodinámica estudia los estados inicial y final del proceso durante el que ocurre la interacción, y no el proceso en sí. El objetivo de este capítulo y de los siguientes es ampliar el análisis termodinámico a través del estudio de los modos y de la velocidad de la transferencia de calor.

La transferencia de calor tiene un papel muy importante en la industria, desde los procesos asociados a la generación de energía térmica (combustión fósil, fusión y fisión nuclear, calderas de biomasa, hornos solares, etc.) hasta todos los procesos para su aprovechamiento o transformación en otro tipo de energía, pasando por el diseño de intercambiadores de calor, condensadores, calderas, turbinas, etc.

En este capítulo se da una visión general de los tres modos de transmisión de calor que existen: conducción, convección y radiación. Posteriormente se explican las propiedades térmicas más importantes de los materiales. Y se finaliza con una introducción al siguiente capítulo, que es la obtención de la ecuación general de la conducción del calor.

Palabras clave: calor, temperatura, conducción, convección, radiación, conductividad térmica, coeficiente de película, calor específico, difusividad térmica, coeficiente de dilatación térmica.

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN TRANSMISIÓN DE CALOR

1. El contenido energético de un sistema *(Q, E ó U)* es la cantidad de energía que tiene el sistema.

Para este curso, se empleará como notación del contenido energético la letra Q (aunque a veces también pueda aparecer la letra E o la letra U).

Las unidades empleadas para el contenido energético son: julio (J) en el Sistema Internacional (SI); caloría (cal) en el Sistema Técnico (ST). La relación entre ambas unidades es la siguiente:

$$1\,cal = 4.1868\,J \leftrightarrow 1\,J = 0.2388\,cal$$

También es habitual emplear como unidad de energía el kWh, siendo:

$$1\,kWh = 3\,600\,000\,J$$

2. La velocidad de transferencia de calor o calor es la energía en tránsito debido a una diferencia de temperaturas entre distintas partes de un sistema, entre dos sistemas o entre un sistema y su entorno.

La notación empleada para designar el calor es: $\dot{Q}$.

Las unidades empleadas para el calor son unidades de energía/tiempo: watios (W = J/s) en el SI; kcal/h en el ST. La relación entre ambas unidades es la siguiente:

$$1\,{}^{kcal}/_{h} = {}^{4180\,J}/_{3600s} = 1.16\,W$$

Los **modos** de producirse la transmisión de calor son:

- **Conducción:** mecanismo de transferencia de energía en el interior de un sistema o entre dos sistemas, que tiene lugar por el intercambio de energía cinética entre las partículas que lo(s) constituyen.
- **Convección:** mecanismo de transferencia calorífica que tiene lugar en el seno de un fluido, debido fundamentalmente a los movimientos de masa del mismo.
- **Radiación:** proceso de emisión de la energía interna de un sistema por medio de ondas electromagnéticas (o fotones).

Sobre estos modos de transmisión de calor se hablará en el siguiente apartado.

3. Flujo de calor: es la energía transmitida por unidad de tiempo y por unidad de longitud, superficie o volumen.

En general, la notación empleada para designar el flujo de calor es:

A veces se puede hacer distinción entre:

$\dot{q}'\left(W/_{m}\right)$: flujo de calor por unidad de longitud.

$\dot{q}''\left(W/_{m^2}\right)$: flujo de calor por unidad de superficie.

$\dot{q}'''\left(W/_{m^3}\right)$: flujo de calor por unidad de volumen.

Pero en general, para este curso se empleará indistintamente, indicando si está referido a unidad de longitud, superficie o volumen.

4. La temperatura en los distintos puntos de un sistema: es una función de la posición del punto considerado y del tiempo, función que puede ser representada mediante un campo escalar de la forma:

$$t = t\,(\vec{r}, \tau)$$

donde:

$\vec{r}$ (m): vector de posición en un punto genérico del sistema

t (ºC): temperatura

τ (s): tiempo

La isoterma es el lugar geométrico de los puntos del sistema que poseen una misma temperatura, t_0, en un instante determinado, τ_0.

Notas varias:

- En general, para este curso, el tiempo se designará con la letra τ. La temperatura en la escala Celsius (ºC) se designará con una *t* minúscula. Y la temperatura absoluta (K) se designará con *T* mayúscula.
- Se aconseja trabajar siempre en el SI de unidades.
- Al trabajar con radiación térmica, las temperaturas son temperaturas absolutas y van en kelvin (K).

3. MECANISMOS DE TRANSMISIÓN DE CALOR

Como se ha visto en el apartado anterior, existen tres modos de transmisión de calor, que son:

— Conducción
— Convección
— Radiación

A continuación, se definen y enumeran las características principales de cada modo de transmisión de energía. Es posible cuantificar los procesos de transmisión de calor mediante ecuaciones o modelos, que sirven para calcular la energía que se transfiere por unidad de tiempo. Como se verá, cada modo de transmisión de calor tiene asociadas sus propias leyes que permiten cuantificar el fenómeno que se está estudiando.

3.1. Transmisión de calor por conducción

La conducción es el mecanismo de transferencia de energía térmica entre dos sistemas mediante intercambio de energía cinética por choques moleculares, movimiento de electrones libres o vibración de la red cristalina.

La conducción se caracteriza porque se da dentro de los límites de un cuerpo o en la separación entre dos cuerpos. Y porque no se registra desplazamiento apreciable de la materia que lo constituye.

3.1.1. Ley de Fourier

La ley de Fourier es una ley empírica que se utiliza para cuantificar la transmisión de calor por conducción: *El flujo de calor por unidad de superficie, que se transmite por conducción desde un punto P de un material, es directamente proporcional al gradiente de temperatura en dicho punto P, en la dirección de la normal, n*:

$$\dot{q}\left({}^{W}\!/_{m^2}\right) \propto \frac{dt}{dn} \rightarrow \dot{q}\left({}^{W}\!/_{m^2}\right) = -k \cdot \frac{dt}{dn} \qquad (1.1)$$

El signo menos indica que el flujo de calor va de la zona de más temperatura a la zona de menos temperatura.

La constante de proporcionalidad entre el flujo de calor y el gradiente de temperaturas se denomina **conductividad térmica** y depende directamente del tipo de material a través del cual se produce la transmisión de calor. De acuerdo con la ecuación (1.1), la conductividad térmica tiene las siguientes unidades: W/m/°C.

En el apartado 4.1 se estudiará con más detalle la conductividad térmica. Existen valores tabulados de conductividad térmica, algunos de los cuales aparecen en el libro de tablas que se va a utilizar para este curso.

Se observa en la ecuación (1.1) que el flujo de calor está referido al gradiente de temperaturas en la dirección del vector normal. El flujo de calor también se puede escribir en forma vectorial, adoptando la ecuación de Fourier la siguiente expresión alternativa:

$$\vec{\dot{q}} = -k \cdot \nabla t \tag{1.2}$$

Siendo ∇: el operador nabla tridimensional

t: el campo escalar de temperaturas.

En coordenadas cartesianas:

$$\vec{\dot{q}} = -k \cdot \nabla t(x,y,z) = -k \cdot \left(\vec{i} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial t}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial t}{\partial z}\right) \tag{1.3}$$

Y por componentes:

$$\vec{\dot{q}} = \left(\vec{i} \cdot \dot{q}_x + \vec{j} \cdot \dot{q}_y + \vec{k} \cdot \dot{q}_z\right) \tag{1.3 bis}$$

donde:

$$\begin{aligned} \dot{q}_x &= -k \cdot \frac{\partial t}{\partial x} \\ \dot{q}_y &= -k \cdot \frac{\partial t}{\partial y} \\ \dot{q}_z &= -k \cdot \frac{\partial t}{\partial z} \end{aligned} \tag{1.3 bis}$$

Esta ley se desarrollará en el apartado 5 al hablar de la ecuación general de la transmisión de calor por conducción.

3.1.2. Conductividad térmica

La conductividad térmica es una propiedad física del material que expresa «la mayor o menor facilidad que posee un medio para transmitir el calor por conducción».

En medios homogéneos e isótropos, la densidad de flujo de calor y el gradiente de temperatura son vectores colineales, en cada punto del medio y en cada instante, por lo que la conductividad térmica es una magnitud escalar.

Se hablará más detalladamente de la conductividad térmica en el apartado 4 de este capítulo.

3.2. Transmisión de calor por convección

La convección es el mecanismo de transferencia de calor que tiene lugar en el seno de un fluido, debido a la difusión de energía, tanto por el movimiento molecular aleatorio, como sobre todo por el movimiento global de masa del fluido.

Características de la transmisión de calor por convección:

1. El proceso real de transmisión de energía es la conducción, pero la energía se desplaza de un punto a otro por el desplazamiento macroscópico del mismo fluido.
2. Consiste en un transporte simultáneo de masa y de energía, que precisa de la existencia de un medio fluido. No hay convección en sólidos, sólo en líquidos y gases.
3. Los procesos de convección se suelen basar en correlaciones empíricas que se estudiarán en los capítulos 3 y 4 del presente curso.

3.2.1. Ley de enfriamiento de Newton

La ley de enfriamiento de Newton es una ley empírica que se refiere a la convección entre la superficie de un sólido y el fluido que la rodea: *El flujo de calor por unidad de superficie que se transmite por convección entre una superficie y un*

fluido a distinta temperatura, es directamente proporcional a la diferencia de temperaturas entre la superficie y el fluido:

$$\dot{q}\left(W/_{m^2}\right) \propto \left(t_s - t_f\right) \rightarrow \dot{q}\left(W/_{m^2}\right) = h \cdot \left(t_s - t_f\right) \quad (1.4)$$

3.2.2. Coeficiente de transmisión de calor por convección o coeficiente de película

La constante de proporcionalidad entre el flujo de calor y la diferencia de temperaturas se denomina coeficiente de transmisión de calor por convección o coeficiente de película. De acuerdo con la ecuación (1.4), el coeficiente de película tiene las siguientes unidades: $W/m^2/°C$.

El coeficiente de transmisión de calor por convección no depende sólo del material de la pared, sino que también depende de:

— Composición del fluido.
— Geometría de la superficie del sólido.
— Hidrodinámica del movimiento del fluido a lo largo de la superficie.

Precisamente por esta razón, los valores del coeficiente de película no están tabulados, sino que se determinan a partir de correlaciones empíricas, algunas de las cuales se verán en los capítulos 3 y 4.

Como se verá en el capítulo 3, la convección puede ser:

— Forzada: cuando el movimiento del fluido es inducido por cualquier medio mecánico (bombas, ventiladores, etc).
— Libre o natural: cuando el movimiento del fluido se produce por las diferencias de densidad creadas por las diferencias de temperatura que existen en la masa del fluido.

Ambos tipos de convección pueden ser en régimen laminar o en régimen turbulento.

Los procesos de condensación y ebullición también se consideran procesos convectivos en los que coexiste el movimiento del fluido con un intercambio de calor latente.

En la tabla 1.1 aparecen algunos valores orientativos del coeficiente de película.

Tabla 1.1. Valores típicos del coeficiente de transmisión de calor por convección

Situación	*h* ($W/m^2 °C$)
Convección libre	
Gases	2 - 25
Líquidos	50 - 1000
Convección forzada	
Gases	10 - 500
Líquidos	50 - 20 000
Convección con cambio de fase	
Agua en ebullición	2 500 - 25 000
Vapor en condensación	5 000 - 100 000

3.3. Transmisión de calor por radiación

La transmisión de calor por radiación se produce por la emisión de energía de la materia que se encuentra a una temperatura finita. Esta energía es transportada por ondas electromagnéticas (o alternativamente, fotones). Mientras que la transmisión de energía por conducción o convección requiere de un medio material, la radiación no lo precisa, e incluso, se transmite mejor en el vacío.

Existen varias leyes que rigen la transmisión de calor por radiación. Para el presente curso, sólo se va a estudiar la ley de Stefan-Boltzmann.

3.3.1. Ley de Stefan-Boltzmann

Se denomina potencia emisiva superficial (W/m^2) a la energía liberada por unidad de área y de tiempo por una superficie.

La ley de Stefan-Boltzmann establece que *la potencia emisiva de una superficie es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta de dicha superficie. El límite superior de potencia emisiva lo establece el cuerpo negro. El flujo de calor emitido por cualquier superficie real es menor que el del cuerpo negro a dicha temperatura.*

$$E\left({}^{W}\!/_{m^2}\right) \propto {T_s}^4 \rightarrow \begin{cases} E_b(cuerpo\ negro) = \sigma \cdot {T_s}^4 \\ E(superficie\ real) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot {T_s}^4 \end{cases} \tag{1.5}$$

En la expresión anterior:

E_b (W/m^2): es la potencia emisiva del cuerpo negro.

E (W/m^2): es la potencia emisiva de una superficie real.

T (K): es la temperatura absoluta, en kelvin.

σ es la constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\, {}^{W}/_{m^2 \cdot K^4}$

ε es una propiedad radiativa de la superficie, denominada emisividad, que proporciona una medida de la eficiencia con que una superficie emite energía en relación a un cuerpo negro:

$$0 \leq \varepsilon \leq 1$$

La ley de Stefan Boltzmann se propuso basándose en pruebas experimentales. Más tarde se demostró que dicha ley podía deducirse de las leyes de la termodinámica y que, por tanto, no es empírica, como las leyes de Fourier y la ley de enfriamiento de Newton.

3.3.2. Intercambio de calor por radiación entre una superficie gris pequeña y otra superficie mucho más grande que la envuelve

Se conoce con el nombre de irradiación G a la radiación que incide sobre un cuerpo. Si se trata de un cuerpo negro, toda la radiación que incide es absorbida por el mismo. En el caso de cuerpos grises, sólo una parte de la radiación incidente es absorbida por el material, de tal forma que:

$$G_{abs} = \alpha \cdot G \quad (1.6)$$

α es una propiedad radiativa de la superficie, denominada absortividad, que evalúa la fracción de energía que es absorbida por la misma, en relación con la absorbida por el cuerpo negro:

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

Un caso especial de intercambio de calor por radiación sucede cuando se tiene una superficie gris pequeña a una temperatura T_1 dentro de otra superficie mucho más grande que la envuelve, a una temperatura distinta, T_2.

En el caso de superficies grises, se tiene que: α=ε.

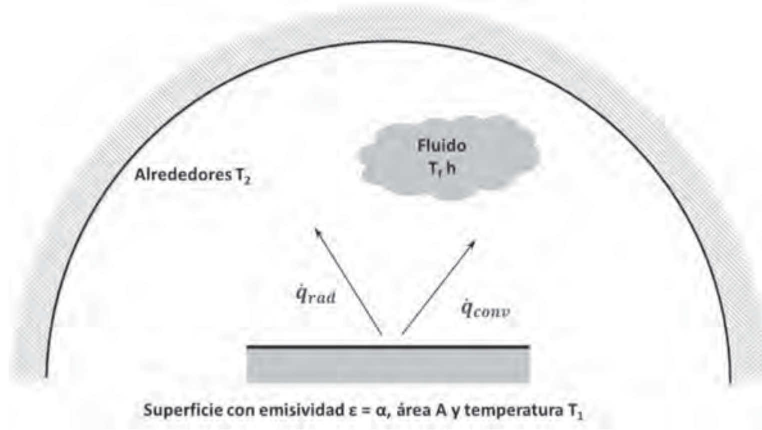


Figura 1.1. Intercambio de calor por radiación entre una superficie y sus alrededores.

La velocidad neta de transferencia de calor por radiación desde la superficie gris es, en este caso:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \varepsilon \cdot E_b(T_1) - \alpha \cdot G = \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left({T_1}^4 - {T_2}^4\right) \qquad (1.7)$$

Se recuerda que T_1 y T_2 son temperaturas absolutas y tienen que venir expresadas en kelvin.

En algunas ocasiones conviene expresar la ecuación anterior como si fuera un intercambio de calor por convección, con un coeficiente de transferencia de calor equivalente:

$$\dot{q} = h_r \cdot (T_1 - T_2) \qquad (1.8)$$

La expresión de dicho coeficiente de transferencia de calor por radiación equivalente se deduce igualando las expresiones (1.7) y (1.8):

$$h_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left({T_1}^2 + {T_2}^2\right) \cdot (T_1 + T_2) \qquad (1.9)$$

En caso de que la superficie también intercambie calor por convección con el fluido que la envuelve, a temperatura T_f, se tiene:

$$\dot{q} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{rad} = h \cdot \left(T_1 - T_f\right) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left({T_1}^4 - {T_2}^4\right) \qquad (1.10)$$

Donde h ($W/m^2/°C$) es el coeficiente de transmisión de calor por convección.

La diferencia de temperaturas correspondiente a la transmisión de calor por convección podría venir expresada en kelvin o en °C pero, para que todas las temperaturas de la expresión (1.10) estén en las mismas unidades, se opta por la escala absoluta.

Un ejemplo muy habitual en el que se emplea con frecuencia la ecuación (1.10) es el de un colector de placa plana que se encuentra expuesto al ambiente. En estos casos, se suele dar como dato la temperatura ambiente, que sirve para calcular el calor intercambiado por convección. El calor intercambiado por radiación se calcula suponiendo una temperatura de cielo equivalente; esta temperatura se estima como una temperatura entre 10°C y 12°C por debajo de la temperatura ambiente.

4. PROPIEDADES TÉRMICAS DE LOS MATERIALES

4.1. Conductividad térmica

De acuerdo con lo ya visto en el apartado 3.1.2, la conductividad térmica es una propiedad física del material que indica la facilidad que tiene dicho material para transmitir calor por conducción, es decir, por movimiento molecular.

Las unidades de la conductividad se pueden deducir a partir de la ecuación de Fourier (ecuación 1.1):

$$\dot{Q} = -k \cdot A \cdot \frac{dt}{dn} \rightarrow k = \frac{-\dot{Q}/_A}{dt/_{dn}} \rightarrow [k] = \frac{W}{m \cdot K} \text{ ó } \frac{W}{m \cdot ºC} \qquad (1.1.\ \text{bis})$$

Se pude emplear indistintamente, en este caso, el K o el °C, ya que está referido a una diferencia de temperatura, y la diferencia de temperaturas es igual expresada en *ºC* o en K, al ser ambos de igual tamaño.

La conductividad térmica depende de:

- La homogeneidad del material.
- Fase en la que se encuentra: sólido, líquido o gas.
- Estructura microscópica del material.

— Composición química.
— Temperatura y presión.

El estudio que se va a hacer a continuación analiza cada uno de los factores anteriormente citados, pero distinguiendo entre materiales homogéneos y no homogéneos. En los primeros la conductividad queda definida por un valor único en todo el material, para unas condiciones dadas; en los segundos, la conductividad es anisótropa o no se puede medir de forma sencilla, por lo que se habla de conductividad térmica aparente.

4.1.1. Conductividad térmica de los materiales homogéneos

De acuerdo con la **fase en la que se encuentra el material,** puede afirmarse que la conductividad de los sólidos es mayor que la de los líquidos y, a su vez, ésta es mayor que la de los gases. Esto se debe a que las moléculas de las sustancias sólidas están más próximas entre sí que en un líquido y, a su vez, más próximas en un líquido que en un gas.

$$k_{sólido} > k_{líquido} > k_{gas}$$

Se va a estudiar a continuación el comportamiento de la conductividad térmica para cada una de las fases.

a. Conductividad térmica de los sólidos homogéneos

La conductividad térmica de los **sólidos homogéneos** suele variar exclusivamente con la temperatura y no con la presión. La variación con la temperatura es aproximadamente lineal, y la conductividad suele aumentar con ella:

$$k = k_0 \cdot (1 + b \cdot t) \qquad (1.11)$$

k_0 es la conductividad térmica a temperatura igual a 0 ºC y b es una constante.

Dentro de los sólidos homogéneos, se van a estudiar:

— **Metales puros:** Son los sólidos de mayor conductividad, debido a que:
  - Los choques moleculares son frecuentes, al ser sólidos.
  - Son sólidos de estructura cristalina, por lo que existe un movimiento vibratorio de la red en el sentido de las temperaturas decrecientes, que supone una transmisión de calor adicional.

- Por ser una estructura cristalina metálica, los electrones de valencia tienen libertad de movimiento, migrando en la dirección de las temperaturas decrecientes. Esto explica la proporcionalidad que se observa entre la conductividad térmica y eléctrica de los metales puros.

Los factores que afectan más a la conductividad de los metales son los cambios de fase, la composición química y la temperatura, aunque el factor que ejerce mayor influencia es la temperatura. En general, la conductividad térmica de los metales puros disminuye con la temperatura, pero la presencia de impurezas puede alterar esta tendencia.

— **Aleaciones:** La presencia de elementos aleados dificulta normalmente el movimiento vibratorio de la red cristalina, y el movimiento de los electrones, por lo que la conductividad de las aleaciones suele ser menor que la de las sustancias puras.

En la figura 1.2 se ha representado la conductividad térmica del cobre en estado puro y del cobre aleado. Se observa que a mayor porcentaje de material aleado, la conductividad térmica es menor. Se observa también que en las aleaciones, la conductividad térmica aumenta con la temperatura, al contrario de lo que sucede en el metal puro.

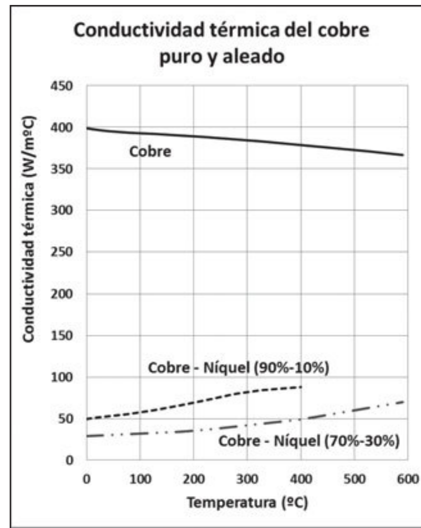


Figura 1.2. Efecto de la temperatura y la composición sobre la conductividad térmica del cobre puro y aleado.

— **Sólidos no metálicos con estructura cristalina**: El efecto fundamental que aumenta la transmisión de calor es el de vibración de la red cristalina (no tienen electrones libres).

Hay casos en los que la red cristalina es tan perfecta que la conductividad térmica es enorme, como es el caso del diamante: 2000 – 2500 W/m/ºC.

— **Sólidos amorfos:** En este caso, la disposición irregular de las moléculas disminuye la transmisión de energía por choques moleculares. La conductividad térmica es del mismo orden que los líquidos.

b. Conductividad térmica de los líquidos homogéneos

La conductividad térmica de los líquidos es prácticamente independiente de la presión, como en el caso de los sólidos, sobre todo si no se aproxima a la presión crítica. Por ello, sólo se estudia la variación con la temperatura. En general, la conductividad de los líquidos disminuye cuando aumenta la temperatura, salvo las siguientes excepciones: agua, glicol y glicerina que, como puede verse en la figura 1.3, presentan un máximo a una determinada temperatura.

En la figura 1.3 se ha representado la influencia de la temperatura sobre la conductividad térmica de algunos líquidos saturados. Se estudia el estado saturado debido a la unicidad de dicho estado.

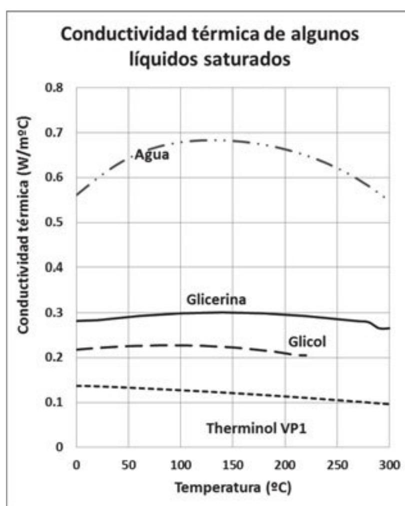


Figura 1.3. Conductividad térmica de algunos líquidos saturados.

c. Conductividad térmica de los gases homogéneos

La conductividad térmica de los gases homogéneos se analiza mediante la teoría cinética de los gases, según la cual la conductividad es directamente proporcional a:

— *n:* número de partículas por unidad de volumen.
— *c:* velocidad molecular media.
— λ: camino libre medio recorrido por una molécula antes de que choque con otra.

$$k \propto n \cdot c \cdot \lambda \tag{1.12}$$

De acuerdo con la anterior expresión, se tiene que:

— Influencia de la temperatura: La conductividad aumenta al aumentar la temperatura porque aumenta la velocidad media de las moléculas.
— Influencia del peso molecular: La conductividad aumenta al disminuir el peso molecular porque aumenta la velocidad media de las moléculas y el camino libre medio recorrido por las mismas.
— Influencia de la presión: La conductividad es prácticamente independiente de la presión, ya que ésta produce efectos contrapuestos sobre el número de partículas por unidad de volumen y sobre el recorrido libre medio de las partículas, por lo que ambas tendencias se neutralizan.

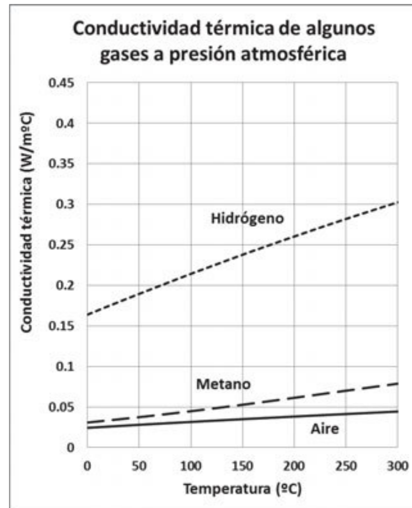


Figura 1.4. Influencia de la temperatura sobre la conductividad térmica de algunos gases a presión atmosférica.

En la figura 1.4 se muestra la influencia de la temperatura sobre la conductividad térmica de diferentes gases, a la presión atmosférica. Estos valores se pueden utilizar a otras presiones. **La excepción es el vapor de agua,** que tiene un comportamiento irregular y muestra gran dependencia de la presión y la temperatura sobre la conductividad térmica.

4.1.2. Conductividad térmica aparente de los materiales no homogéneos

En el caso de materiales no homogéneos, la conductividad térmica no es uniforme en todo el volumen para unas condiciones dadas. La conductividad puede presentar una variación anisótropa como consecuencia de una preferencia direccional debido a la estructura fibrosa del material (como es el caso de la madera y el asbesto). La conductividad también puede no ser medible, bien por la estructura porosa (lana de vidrio, corcho), o bien debido a que la estructura está compuesta de diferentes sustancias (hormigón, piedra, ladrillo, etc); en estos casos se habla de «conductividad térmica aparente».

Ejemplos de materiales no homogéneos son los materiales aislantes, los materiales de construcción y los materiales refractarios.

En los materiales aislantes la conductividad térmica disminuye al aumentar la temperatura, aunque existe una temperatura límite en la que los efectos convectivos y radiativos en los poros del material aislante aumentan la transmisión de calor a través del material.

En los materiales refractarios, en general, la conductividad térmica aumenta con la temperatura, ya que suelen tener estructuras predominantemente cristalinas. Existen excepciones, como el ladrillo de magnesia que, como un metal puro, presenta una disminución de la conductividad con el aumento de temperatura.

4.2. Calor específico

El calor específico es la cantidad de energía que hay que aportar a 1 kg de una sustancia para aumentar su temperatura 1 grado.

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dt} \qquad (1.13)$$

En la ecuación anterior:

m (*kg*): es la masa del sistema.

Q (*J*): es la cantidad de energía absorbida.

t (ºC): es el incremento de temperatura que produce la absorción de esa determinada cantidad de energía.

Las dimensiones del calor específico son:

$$[c] = \frac{J}{kg \cdot K} \text{ ó } \frac{J}{kg \cdot ºC} \tag{1.14}$$

Como ya se dijo en el caso de la conductividad térmica, se puede emplear indistintamente, en este caso, el *K* o el ºC, ya que está referido a una diferencia de temperatura, y la diferencia de temperaturas es igual expresada en ºC o en *K*, al ser ambos de igual tamaño.

La mayor parte de los procesos de transmisión de calor se producen a presiones virtualmente constantes, por cuya razón se emplea el calor específico a presión constante, c_p. El calor específico a presión constante es una función de estado del sistema, que depende de su presión y de su temperatura, aunque pueden hacerse algunas simplificaciones, sobre todo en el caso de los sólidos y de los líquidos.

El calor específico de los sólidos y líquidos depende muy poco de la presión hasta llegar a la zona de presiones muy elevadas. Para casi todas las aplicaciones de ingeniería se puede considerar que no depende de la presión. La dependencia de este calor específico con la temperatura es muy pequeña y muchas veces aparece un único valor a una temperatura dada en las tablas (en general, a 20 ºC).

El calor específico de los gases sí que muestra una dependencia más acusada con la temperatura. Algunas veces existe también una dependencia con la presión, pero en zonas próximas al punto crítico o a la saturación. Por regla general, cuanto mayor es la temperatura, tanto menor es el efecto de la presión.

Como en el caso de la conductividad, el calor específico del vapor de agua presenta un comportamiento anómalo y depende tanto de la temperatura como de la presión.

4.3. Difusividad térmica

La difusividad térmica de una sustancia (α) se define como la relación entre su facilidad para transmitir calor por conducción y su facilidad para almacenarlo. Es por tanto una medida de la inercia del sistema.

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \tag{1.15}$$

En la ecuación anterior:

α (*m*²*/s*): es la difusividad térmica de la sustancia.

k (*W/mºC*): es la conductividad de la sustancia.

ρ (*kg/m*³): es la densidad de la sustancia.

Como se observa en la ecuación (1.15), la difusividad térmica depende de la densidad. La densidad puede ser independiente de la presión en el caso de sólidos y líquidos, pero no ocurre igual con los gases. Por tanto:

- Para el caso de sólidos y líquidos en los que la densidad ρ y el calor específico c_p puedan considerarse constantes, la difusividad térmica depende de la temperatura en la medida en que depende la conductividad. En estos casos suelen aparecer los valores tabulados en tablas.
- Para el caso de gases, la densidad puede depender de la presión, por lo que para calcular la difusividad hay que emplear la definición (ecuación 1.15) y calcular la densidad por ecuaciones de estado o consultarla en tablas.

4.4. Coeficiente de dilatación térmica (solo para líquidos y gases)

El coeficiente de dilatación térmica expresa la variación que se produce en el volumen de un sistema al aumentar su temperatura. Desde el punto de vista de la termodinámica se define como:

$$\beta = \frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \tag{1.16}$$

en la que:

β (K^{-1}): es el coeficiente de dilatación térmica de la sustancia

$v = \frac{1}{\rho}\ \left(\frac{m^3}{kg}\right)$ es el volumen específico de la sustancia

ρ (kg/m^3): es la densidad de la sustancia

— El coeficiente de dilatación térmica para el caso de gases se puede calcular si se conoce su ecuación de estado, que relaciona la densidad (o volumen específico) con la presión y la temperatura.

$$\rho = f(P, T)$$

La ecuación de estado para gases ideales es:

$$\rho = \frac{P}{R \cdot T} \tag{1.17}$$

Por lo que el coeficiente de dilatación térmica vale:

$$\beta = \frac{1}{T} \tag{1.18}$$

en la que T (K) es la temperatura absoluta.

Para la mayor parte de los gases que se van a estudiar en este curso, como el aire, se puede emplear la ecuación (1.18). Una excepción es el vapor de agua, en el que se tienen que calcular los valores de β a partir de los valores tabulados de ρ.

— El coeficiente de dilatación térmica para el caso de líquidos es más complejo de calcular, puesto no existen ecuaciones de estado generales. Aunque existen algunos valores tabulados en el libro de tablas, si no se tienen datos se puede emplear la siguiente ecuación aproximada:

$$\beta \approx 0.07760 \cdot (T_c - T)^{-0.641} \tag{1.19}$$

En la ecuación anterior:

β (K^{-1}): es el coeficiente de dilatación térmica del líquido.

T_c (K): es la temperatura crítica del líquido.

T (K) es la temperatura absoluta del líquido.

4.5. Viscosidad (solo para líquidos y gases)

La viscosidad es una medida de la resistencia al esfuerzo cortante que se origina en el seno de un fluido que se mueve a lo largo de un cuerpo sólido.

Dicho movimiento del fluido puede ser en régimen laminar o turbulento.

— El **régimen laminar** se caracteriza porque no existen corrientes transversales a la dirección del movimiento global del fluido.
— El **régimen turbulento** se caracteriza por la formación de torbellinos en el seno del fluido, lo que da origen a una fuerte mezcla transversal del mismo.

Para explicar el concepto de viscosidad se va a considerar un movimiento laminar de un fluido paralelo a una pared plana. En la figura 1.4 se ha representado el gradiente de velocidad paralelo a la pared que se originaría desde un valor nulo en contacto con la pared hasta un cierto valor de régimen, *u*, a una distancia determinada de la misma.

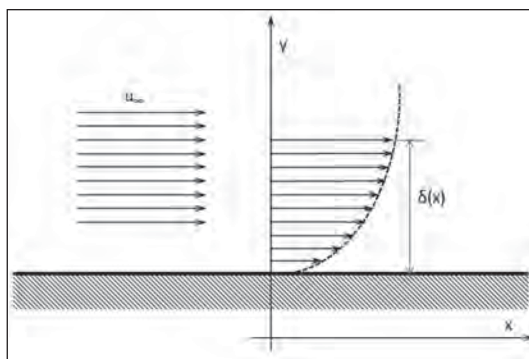


Figura 1.5. Capa límite de velocidad en régimen laminar para un fluido que se mueve paralelo a una pared.

Como se verá con más detalle en el capítulo 3 dedicado a la convección, se denomina **capa límite dinámica o capa límite de velocidad** a la región comprendida entre el valor nulo de velocidad hasta que ésta alcanza el 99% de la velocidad del fluido sin perturbar. El espesor de dicha capa límite se denomina *δ(x)*.

La **ley de la viscosidad de Newton** postula que *el esfuerzo cortante τ, en la capa límite dinámica, producido por el movimiento relativo del fluido es directamente proporcional al gradiente de velocidad en dirección normal a dicho movimiento*. Matemáticamente:

$$\tau_l = \mu \cdot \frac{du}{dy} \tag{1.20}$$

Donde *u* es la velocidad del fluido, en sentido paralelo a la pared, e *y* es la coordenada medida en la dirección normal a ésta.

El **coeficiente de viscosidad dinámica (μ)** es la constante de proporcionalidad entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad que aparece en la ley de la viscosidad de Newton (1.20). La viscosidad dinámica es una propiedad molecular característica del fluido y no depende del movimiento de éste.

La viscosidad dinámica tiene unidades de *kg/m/s*:

$$[\mu] = \frac{[\tau]\cdot[dy]}{[du]} = \frac{\frac{N}{m^2}\cdot m}{\frac{m}{s}} = \frac{kg}{m\cdot s}$$

Además del coeficiente de viscosidad dinámica, en transmisión de calor se utiliza también mucho el coeficiente de viscosidad cinemática.

El **coeficiente de viscosidad cinemática (*ν*)** es la relación entre las fuerzas viscosas, que actúan directamente sobre el fluido, y las fuerzas de inercia, que se oponen a las primeras. Matemáticamente, se define como la relación entre la viscosidad dinámica y la densidad del fluido.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1.21}$$

Las unidades de la viscosidad cinemática son m^2/s:

$$[\nu] = \frac{\frac{kg}{m\cdot s}}{\frac{kg}{m^3}} = \frac{m^2}{s}$$

La viscosidad dinámica de los gases es más pequeña que la de los líquidos, debido a que en los líquidos las distancias intermoleculares son menores y los esfuerzos cortantes que se oponen al movimiento del fluido son mayores.

La viscosidad cinemática puede ser mayor en los gases que en los líquidos debido a las bajas densidades de los gases.

En los líquidos, la dependencia de la viscosidad dinámica con la presión es muy pequeña, y puede considerarse que depende sólo de la temperatura. Prácticamente en todos los casos, la viscosidad dinámica disminuye cuando aumenta la temperatura. Como la densidad de los líquidos, en general, depende

sólo de la temperatura, la viscosidad cinemática depende también sólo de la temperatura.

En los gases, la temperatura es la variable que ejerce mayor influencia en la viscosidad dinámica, aunque también depende de la presión. El efecto de la presión es bastante pequeño siempre y cuando no se alcancen los estados de saturación o crítico. Como en el resto de las propiedades, la viscosidad del vapor de agua es muy dependiente de la presión y de la temperatura. Como la densidad de los gases depende tanto de la temperatura como de la presión, para el cálculo de la viscosidad cinemática habrá que calcular previamente (o consultar tablas tabuladas) la densidad y la viscosidad dinámica.

5. ECUACIÓN GENERAL DE LA CONDUCCIÓN DEL CALOR

En este último apartado se va a deducir una expresión general de la ecuación de conducción del calor, ecuación de Fourier, de gran utilidad para el capítulo siguiente.

Los problemas de conducción del calor consisten en hallar la distribución de temperaturas en cualquier momento y en cualquier punto de un material determinado que se ha calentado desde una distribución de temperaturas inicial conocida y que se ha sometido a una serie de condiciones de contorno o frontera. Una vez conocida la distribución de temperaturas, el flujo de calor por conducción en cualquier punto se calcula aplicando la ecuación de Fourier.

Para hallar la distribución de temperaturas se va a aplicar la ecuación de conservación de la energía a un elemento diferencial, como el que aparece en la figura 1.6, identificando los procesos de transferencia de energía relevantes, así como las ecuaciones que los modelan.

De forma general, sea cual sea la geometría del elemento de control diferencial, la ley de conservación de la energía conduce a la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{in} + \dot{Q}_{generado} - \dot{Q}_{out} = \dot{Q}_{almacenado} \tag{1.22}$$

donde:

$\dot{Q}_{in}$ *(W)*: calor que entra en el volumen de control.

$\dot{Q}_{out}$ *(W)*: calor que sale del volumen de control.

$\dot{Q}_{generado}$*(W)*: expresa la generación (fuente, término positivo) o el consumo (sumidero, término negativo) de energía térmica a expensas de (si es positivo) o para producir (si es negativo) otro tipo de energía, bien sea mecánica, química, eléctrica, nuclear, etc. Expresado en términos de calor generado por unidad de volumen *($\dot{Q}^*$):*

$$\dot{Q}_{generado} = \dot{Q}^* \cdot dx \cdot dy \cdot dz \tag{1.23}$$

$\dot{Q}_{almacenado}$ *(W)*: es la tasa de cambio de la energía térmica almacenada por la materia. Si ésta no experimenta cambio de fase el cambio de energía térmica supone un cambio en la energía sensible:

$$\dot{Q}_{almacenado} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \tag{1.24}$$

El calor entrante y saliente se refiere a la transferencia de calor por conducción que ocurre a través de cada una de las superficies de control. La expresión concreta de la transferencia de calor por conducción depende del sistema de coordenadas adoptado.

5.1. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas cartesianas

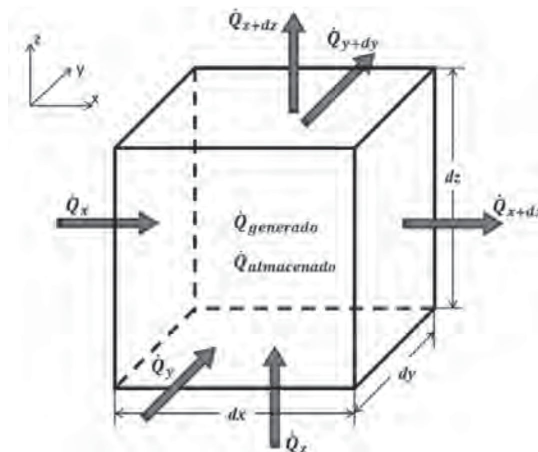


Figura 1.6. Volumen de control diferencial para el análisis de la conducción en coordenadas cartesianas.

La transferencia de calor por conducción perpendicular a cada una de las superficies de control en las coordenadas x, y, z se indican con los términos $\dot{Q}_x$, $\dot{Q}_y$, $\dot{Q}_z$.

La transferencia de calor por conducción perpendicular a cada una de las superficies de control en las coordenadas $x+dx$, $y+dy$, $z+dz$ es $\dot{Q}_{x+dx}$, $\dot{Q}_{y+dy}$, $\dot{Q}_{z+dz}$.

Sustituyendo en la expresión (1.22):

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z + \dot{Q}^* \cdot dx \cdot dy \cdot dz - \dot{Q}_{x+dx} - \dot{Q}_{y+dy} - \dot{Q}_{z+dz} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \tag{1.25}$$

$\dot{Q}_{x+dx}$, $\dot{Q}_{y+dy}$, $\dot{Q}_{z+dz}$ se pueden expresar en función de $\dot{Q}_x$, $\dot{Q}_y$, $\dot{Q}_z$. mediante desarrollo en serie de Taylor ajustado al término lineal:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{x+dx} &= \dot{Q}_x + \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} \cdot dx \\ \dot{Q}_{y+dy} &= \dot{Q}_y + \frac{\partial \dot{Q}_y}{\partial y} \cdot dy \\ \dot{Q}_{z+dz} &= \dot{Q}_z + \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} \cdot dz \end{aligned} \tag{1.26}$$

Sustituyendo en la expresión (1.25), se tiene:

$$-\frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} \cdot dx - \frac{\partial \dot{Q}_y}{\partial y} \cdot dy - \frac{\partial \dot{Q}_z}{\partial z} \cdot dz + \dot{Q}^* \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \cdot dx \cdot dy \cdot dz \tag{1.27}$$

Aplicando la ley de Fourier a cada uno de los términos de transferencia de calor por conducción:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_x &= -k \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial t}{\partial x} \\ \dot{Q}_y &= -k \cdot dx \cdot dz \cdot \frac{\partial t}{\partial y} \\ \dot{Q}_z &= -k \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\partial t}{\partial z} \end{aligned} \tag{1.28}$$

Y sustituyendo en (1.27) se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\cdot\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\cdot\frac{\partial t}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\cdot\frac{\partial t}{\partial z}\right)+\dot{Q}^{*}=\rho\cdot c_p\cdot\frac{\partial t}{\partial \tau} \qquad (1.29)$$

que es la ecuación general de la transmisión de calor por conducción en coordenadas cartesianas.

Se van a ver a continuación una serie de particularizaciones de la ecuación anterior.

5.1.1. Particularización para medios homogéneos e isótropos: ecuación de Fourier-Biot

En caso de medios homogéneos e isótropos, la conductividad del material es uniforme, por lo que la ecuación del calor queda:

$$k\cdot\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)+\dot{Q}^{*}=\rho\cdot c_p\cdot\frac{\partial t}{\partial \tau} \qquad (1.30)$$

Expresado con el operador laplaciano:

$$k\cdot\nabla^2 t+\dot{Q}^{*}=\rho\cdot c_p\cdot\frac{\partial t}{\partial \tau} \qquad (1.30\ \ \text{bis})$$

Y teniendo en cuenta la definición de difusividad, ecuación (1.9):

$$\nabla^2 t+\frac{\dot{Q}^{*}}{k}=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\partial t}{\partial \tau} \qquad (1.30\ \ \text{bis})$$

La ecuación anterior también se conoce como ecuación de Fourier-Biot. Veamos ahora particularizaciones de esta ecuación.

5.1.2. Particularización para medios homogéneos e isótropos y condiciones de estado estacionario: ecuación de Poisson

En caso de medios homogéneos e isótropos en los que además existen condiciones de estado estacionario, la ecuación general de la transmisión de calor es de la forma:

$$k\cdot\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)+\dot{Q}^{*}=0 \qquad (1.31)$$

Y con el operador laplaciano:

$$\nabla^2 t + \frac{\dot{Q}^*}{k} = 0 \qquad (1.31\ \text{bis})$$

La ecuación anterior también se conoce como ecuación de Poisson.

5.1.3. Particularización para medios homogéneos e isótropos, sin generación de energía: ecuación de difusión

En caso de medios homogéneos e isótropos, en los que no existe generación de energía, la ecuación del calor queda:

$$k \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \qquad (1.32)$$

Aplicando el operador laplaciano y teniendo en cuenta la definición de difusividad, ecuación (1.15):

$$\nabla^2 t = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau} \qquad (1.32\ \text{bis})$$

Que se conoce como ecuación de difusión del calor.

5.1.4. Particularización para medios homogéneos e isótropos, condiciones de estado estacionario y sin generación de energía

En caso de medios homogéneos e isótropos en los que existen condiciones de estado estacionario y no hay generación de energía, la ecuación general de la transmisión de calor es de la forma:

$$k \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) = 0 \qquad (1.33)$$

$$\nabla^2 t = 0 \qquad (1.33\ \text{bis})$$

Esta ecuación se conoce como **ecuación de Laplace.**

Si además la transferencia de calor es unidimensional, se tiene:

$$\frac{d}{dx}\left(k \cdot \frac{dt}{dx}\right) = 0 \tag{1.34}$$

Lo que indica que el flujo de calor es constante en la dirección de la transmisión de calor.

5.2. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas cilíndricas

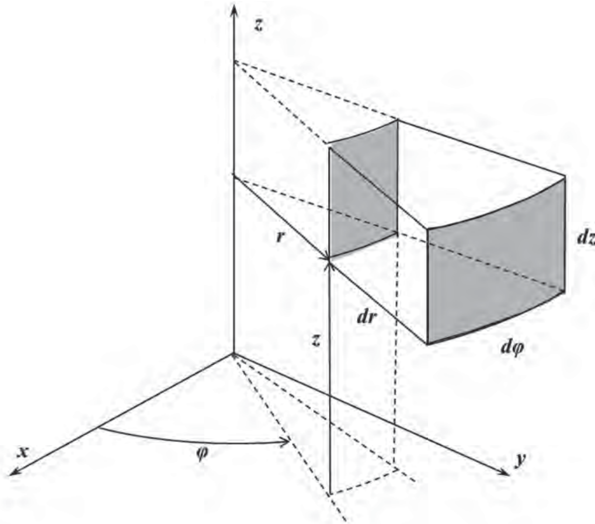


Figura 1.7. Volumen de control diferencial para el análisis de la conducción en coordenadas cilíndricas.

En coordenadas cilíndricas, el operador laplaciano toma la siguiente forma, para una función genérica *f*:

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r \cdot \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \tag{1.35}$$

Sustituyendo en la ecuación de la transmisión de calor (1.23):

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr \cdot \frac{\partial t}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(k \cdot \frac{\partial t}{\partial \varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \cdot \frac{\partial t}{\partial z}\right) + \dot{Q}^* = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

(1.36)

5.3. Ecuación general de la conducción del calor en coordenadas esféricas

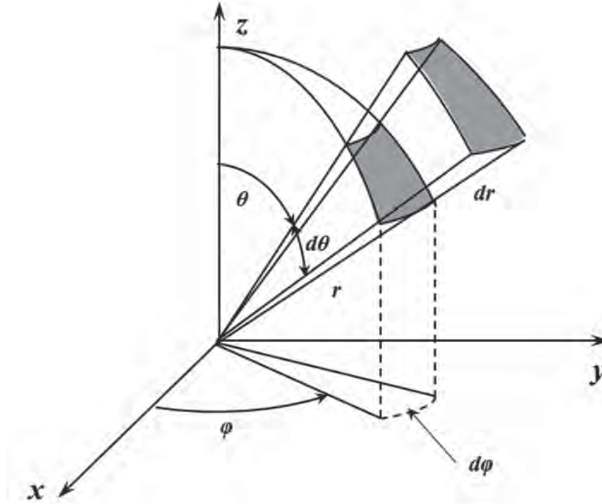


Figura 1.8. Volumen de control diferencial para el análisis de la conducción en coordenadas esféricas

En coordenadas esféricas, el operador laplaciano toma la siguiente forma, para una función genérica *f*:

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \cdot \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \cdot sen\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta}\left(sen\theta \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \cdot sen^2\theta} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$$

(1.37)

Y sustituyendo en la ecuación de la transmisión de calor (1.23):

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2 \cdot \frac{\partial t}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \cdot sen\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta}\left(k \cdot sen\theta \cdot \frac{\partial t}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \cdot sen^2\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(k \cdot \frac{\partial t}{\partial \varphi}\right) + \dot{Q}^* = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

(1.38)

6. EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Ejercicio 1

La distribución de temperaturas a través de una pared plana de 1 metro de espesor y área frontal igual a 15 m^2, es:

$$t(x) = a + b \cdot x + c\, x^3$$

Siendo el valor de las constantes el siguiente: a = 500 ºC; b = -150 ºC/m; c = - 25 ºC/m^3. Existe una generación uniforme de energía igual a 500 W/m^3. Las propiedades del material son: densidad ρ = 1800 kg/m^3; conductividad k = 30 W/m/ºC. Calor específico $c_p = 3 \cdot 10^3$ J/kg/ºC.

Se pide determinar:

a. El calor que entra y sale del material.
b. El calor almacenado en el material.
c. La rapidez respecto al tiempo del cambio de temperatura del material en la coordenada x = 0.5.

Ejercicio 2

Se considera una placa plana perfectamente aislada por una de sus superficies, mientras que la otra se encuentra expuesta al ambiente, recibiendo una radiación solar igual a 1000 W/m^2. La temperatura ambiente es igual a 25ºC, siendo la temperatura de cielo equivalente igual a 15ºC. El coeficiente de transmisión de calor por convección es igual a 10 W/m^2/ºC. Se pide calcular la temperatura de equilibrio de la placa.

Datos: la absortividad de la placa es igual a su emisividad e igual a 0.8.

Ejercicio 3

Calcular la temperatura de la placa del ejercicio anterior, en caso de que la superficie expuesta al ambiente sea una superficie selectiva de baja emisividad (0.15) y alta absortividad (0.94). Suponer que el resto de los valores del ejercicio 2 se mantienen.

Comentar el resultado, comparándolo con el del ejercicio anterior.

7. SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Ejercicio 1

De acuerdo con el enunciado, se trata de una conducción unidimensional en la dirección *x*. Según eso:

d. Para calcular el calor que entra y sale del material se aplica la ecuación de Fourier según la coordenada x, ec (1.28) y se particulariza para las coordenadas correspondientes:

$$\dot{Q}_x = -k \cdot A \cdot \frac{\partial t}{\partial x} = -k \cdot A \cdot (b + 3 \cdot c \cdot x^2) \rightarrow$$
$$\rightarrow \begin{cases} \dot{Q}_{in} = \dot{Q}_x(0) = -k \cdot A \cdot b = 67500\ W \\ \dot{Q}_{out} = \dot{Q}_x(1) = -k \cdot A \cdot (b + 3 \cdot c) = 101250\ W \end{cases}$$

e. El calor almacenado se calcula a partir de la ecuación (1.22):

$$\dot{Q}_{almacenado} = \dot{Q}_{in} + \dot{Q}_{generado} - \dot{Q}_{out}$$

Sustituyendo valores:

$$\dot{Q}_{almacenado} = \dot{Q}_{in} + \dot{Q}_{generado} - \dot{Q}_{out} = 67500 + 500 \cdot 15 \cdot 1 - 101250 = -26250\ W$$

f. La tasa de cambio de la temperatura se calcula a partir de la ecuación (1.30):

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho \cdot c_p} \cdot \dot{Q}^*$$

Se realiza la derivada segunda de la temperatura:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(a + b \cdot x + c \cdot x^3) = 6 \cdot c \cdot x$$

Y se sustituyen valores:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{30}{1800 \cdot 3 \cdot 10^3} \cdot 6 \cdot (-25) \cdot 0.5 + \frac{1}{1800 \cdot 3 \cdot 10^3} \cdot 500 = -3.24 \cdot 10^{-4}\ {}^{\circ}C/s$$

Como puede observarse, la temperatura disminuye con el tiempo.

Ejercicio 2

En equilibrio, el balance de calor a la placa queda como sigue:

$$\alpha \cdot G = h \cdot \left(T - T_f\right) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot \left(T^4 - {T_{c,eq}}^4\right)$$

Donde T es la incógnita que queremos calcular. Se observa que se trata de una ecuación a la cuarta. Su resolución se llevará a cabo con calculadora programable o iterando.

Sustituyendo valores:

$$0.8 \cdot 1000 = 10 \cdot \left(T - (25 + 273)\right) + 0.8 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (T^4 - (15 + 273)^4) \rightarrow$$

$$\rightarrow T = 345K = 72ºC$$

Ejercicio 3

Al ser la emisividad distinta a la absortividad, la expresión del balance usada en el problema anterior ya no es válida. En este caso se tiene:

$$\alpha \cdot \left(G + \sigma \cdot {T_{c,eq}}^4\right) = h \cdot \left(T - T_f\right) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

Sustituyendo valores y operando:

$$T = 405.6\ K = 132.6\ ºC$$

Se observa que la temperatura de la superficie aumenta respecto al caso anterior, ya que al aumentar la absortividad y disminuir la emisividad se están aumentando las ganancias y disminuyendo las pérdidas.

Tema 2
Transmisión de calor por conducción

María José Montes Pita
Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Introducción.
2. Conducción de calor a través de una pared plana.
   2.1. Pared plana simple con temperaturas superficiales dadas.
   2.2. Pared plana compuesta bañada por fluidos a temperaturas dadas.
   2.3. Coeficiente global de transmisión de calor.
3. Conducción de calor a través de una pared cilíndrica.
   3.1. Pared cilíndrica simple con temperaturas superficiales dadas.
   3.2. Pared cilíndrica compuesta bañada por fluidos a temperaturas dadas.
   3.3. Coeficiente global de transmisión de calor.
4. Conducción del calor en superficies extendidas: aletas.
   4.1. Clasificación de las aletas.
   4.2. Ecuación general de transmisión de calor en una aleta.
   4.3. Aleta anular de perfil rectangular uniforme.
      4.3.1. Distribución de temperaturas y flujo de calor.
      4.3.2. Efectividad de la aleta anular de perfil rectangular.
      4.3.3. Gráficos para el cálculo de la efectividad de la aleta recta de perfil rectangular.
   4.4. Coeficiente global de transmisión de calor en tubos aleteados.

5. Ejercicios de autocomprobación.
6. Solución a los ejercicios de autocomprobación.
7. Anexo 1: Valores seleccionados de las funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especia, órdenes cero y uno.
8. Anexo 2: Efectividad de la aleta anular.

Tema 2
TRANSMISIÓN DE CALOR POR CONDUCCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

En este tema se estudia la transmisión de calor por conducción particularizada para el caso de conducción unidimensional en régimen permanente o estacionario. De forma matemática, las dos hipótesis anteriores se expresan de la siguiente forma:

— **Conducción unidimensional** significa que la temperatura (y, por tanto, la transmisión de calor) es función de una única variable espacial. En concreto, en este capítulo se van a estudiar dos casos: pared plana y pared cilíndrica.

$t = t(x)$ en el caso de pared plana

$t = t(r)$ en el caso de pared cilíndrica

— **Conducción en régimen permanente o estacionario** significa que el campo de temperaturas del sistema no depende del tiempo:

$$\frac{\partial t(\vec{r},\tau)}{\partial \tau} = 0 \rightarrow t = t(\vec{r})$$

donde: $\vec{r}$ es el vector de posición en un punto genérico del sistema.
t (ºC) es la temperatura
τ (s) es el tiempo

A pesar de que las dos hipótesis anteriores pueden parecer muy simplificativas, existen numerosos sistemas en ingeniería que pueden modelarse bajo estos supuestos. A lo largo del capítulo se verán las condiciones que se tienen que cumplir para que las hipótesis puedan darse como válidas.

El capítulo comienza analizando la transmisión de calor por conducción estacionaria unidimensional para el caso de una pared plana. Se introducirá el

concepto de resistencia térmica, condiciones de frontera y coeficiente global de transmisión de calor.

De forma paralela se va a introducir el estudio de la conducción estacionaria y unidimensional a través de una pared cilíndrica. En este apartado se verán conceptos similares a los vistos en pared plana, y se incorporará la definición de radio crítico, que se debe tener en cuenta en los aislamientos.

Por último, se va a considerar un caso especial de transmisión de calor unidimensional, que es el caso de las superficies extendidas o aletas. En este curso, el estudio se va a centrar en la aleta anular de perfil rectangular uniforme. En un curso convencional de termotecnia se analizan otros tipos de aletas que no se van a ver para simplificar el estudio.

Palabras clave: conducción, coeficiente global de transmisión de calor, superficie extendida, aleta, aleta anular de perfil rectangular uniforme, efectividad

2. CONDUCCIÓN DE CALOR A TRAVÉS DE UNA PARED PLANA

El primer caso que se va a analizar es el de conducción de calor a través de una pared plana. Dentro de este sistema se van a estudiar tres modelos, de menor a mayor complejidad.

2.1. Pared plana simple con temperaturas superficiales dadas

Para la modelización de la conducción unidimensional estacionaria en una pared plana se van a suponer las siguientes **hipótesis:**

1. Pared plana indefinida de espesor finito *L:* la realidad es que las otras dos dimensiones de la pared *(y, z)* van a ser mucho mayores que el espesor *(x),* por lo que se considerará conducción unidimensional en la dirección *x*.
2. Las caras de la pared se mantienen a las temperaturas t_1 y t_2, constantes, de forma que $t_1 > t_2$
3. El material de la pared es homogéneo e isótropo. De esta forma, la conductividad de la pared no depende de la variable espacial (aunque podrá depender de la temperatura).

La figura 2.1. es una representación esquemática del modelo considerado.

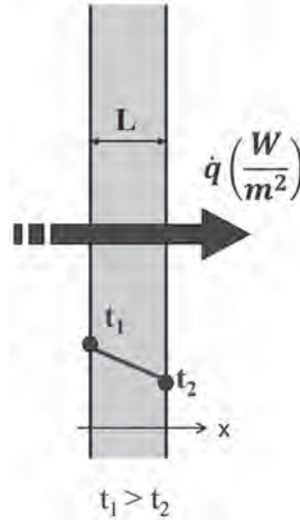


Figura 2.1. Pared plana simple con temperaturas superficiales dadas.

2.1.1. Distribución de temperaturas

Para condiciones de estado estacionario, sin fuentes ni sumideros de calor, y en transmisión unidimensional, la ecuación de difusión del calor queda:

$$\frac{d}{dx}\left(k \cdot \frac{dt}{dx}\right) = 0 \tag{2.1}$$

Si se integra dos veces:

$$t(x) = C_1 \cdot x + C_2 \tag{2.2}$$

Las constantes de la ecuación anterior se determinan con las condiciones de contorno:

$$\begin{cases} t(0) = t_1 \\ t(L) = t_2 \end{cases} \tag{2.3}$$

Por lo que la distribución de temperaturas queda de la forma:

$$t(x) = (t_2 - t_1) \cdot \frac{x}{L} + t_1 \tag{2.4}$$

2.1.2. Flujo de calor

A partir de la ecuación de distribución de la temperatura, ecuación (2.4), aplicando la ley de Fourier se tiene:

$$\dot{Q}_x = -k \cdot A \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{k \cdot A}{L} \cdot (t_1 - t_2) \tag{2.5}$$

donde:

A (*m*²) = área de la pared normal a la dirección de transferencia de calor. Por tanto, para una pared plana será una constante independiente de x. El flujo de calor (W/m²) es entonces:

$$\dot{q}_x \left({}^{W}/_{m^2} \right) = \frac{\dot{Q}_x}{A} = \frac{k}{L} \cdot (t_1 - t_2) \tag{2.6}$$

De acuerdo con la ecuación anterior, se deduce que en régimen unidimensional estacionario, sin generación interna de calor, el flujo de calor es una constante que no depende de la variable *x*.

A partir de la ecuación (2.5) se puede introducir el concepto de **resistencia térmica para la conducción,** por analogía con la ley de *Ohm:*

$$R_{t,cond}\left({}^{ºC}/_{W} \right) = \frac{(t_1 - t_2)}{\dot{Q}_x} = \frac{L}{k \cdot A} \tag{2.7}$$

El circuito térmico equivalente se representa en la figura 2.2.

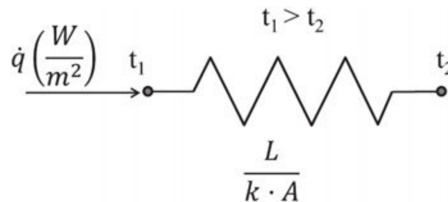


Figura 2.2. Circuito térmico equivalente para una pared plana simple con temperaturas superficiales dadas

2.2. Pared plana compuesta bañada por fluidos a temperaturas conocidas

Este caso que se va a estudiar se aproxima más a un sistema real, en el que la pared estará formada por más de un material y a su vez en contacto directo con dos fluidos por ambas caras.

Se va a suponer que la pared compuesta está formada por 3 capas de materiales distintos, tal y como se muestra en la figura:

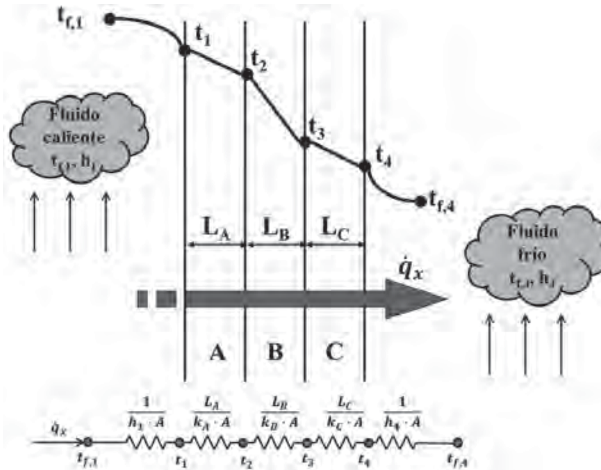


Figura 2.3. Distribución de temperaturas y flujo de calor en una pared plana compuesta con temperaturas superficiales dadas. Circuito térmico equivalente asociado.

Para la modelización de la conducción unidimensional estacionaria en una pared compuesta se van a suponer las siguientes **hipótesis** generales:

1. Pared plana indefinida (para que haya conducción de calor en una única dirección) formada por la yuxtaposición de n capas de espesores finitos $L_1,\ldots L_n$.
2. La temperatura del fluido interior es mayor que la temperatura del fluido exterior, $t_{f,1} > t_{f,n}$, de tal forma que la transmisión de calor va desde el interior de la pared cilíndrica hacia el exterior.
3. Cada una de las capas es de material distinto. Es decir, en cada capa, la conductividad térmica es distinta: $k_1,\ldots k_n$; y el material de cada capa se va a considerar homogéneo e isótropo, para que la conductividad no dependa de la variable espacial.
4. Todas las capas que integran la pared están perfectamente adheridas unas a otras, lo que equivale a decir que la distribución de temperaturas es una función continua a lo largo de toda la pared y no existen resistencias de contacto.

El flujo de calor por unidad de superficie se mantiene constante a lo largo del espesor de la pared. Es decir, el calor que transfiere el fluido 1 a la superficie 1 es exactamente igual que el que se transfiere a través del material A, a través del material B y a través del material C, y exactamente igual al que se transfiere de la superficie 4 al fluido 4.

El que exista una mayor o menor caída de temperaturas dependerá de la conductividad de un material dado.

Aplicando la ecuación (2.6) a cada uno de los materiales de la pared, y añadiendo además la transmisión de calor por convección se tiene:

$$\begin{aligned}
\dot{q}_x &= \frac{\left(t_{f,1} - t_1\right)}{\frac{1}{h_1}} \rightarrow \left(t_{f,1} - t_1\right) = \dot{q}_x \cdot \frac{1}{h_1} \\
\dot{q}_x &= \frac{(t_1 - t_2)}{\frac{L_A}{k_A}} \rightarrow (t_1 - t_2) = \dot{q}_x \cdot \frac{L_A}{k_A} \\
\dot{q}_x &= \frac{(t_2 - t_3)}{\frac{L_B}{k_B}} \rightarrow (t_2 - t_3) = \dot{q}_x \cdot \frac{L_B}{k_B} \\
\dot{q}_x &= \frac{(t_3 - t_4)}{\frac{L_C}{k_C}} \rightarrow (t_3 - t_4) = \dot{q}_x \cdot \frac{L_C}{k_C} \\
\dot{q}_x &= \frac{\left(t_4 - t_{f,4}\right)}{\frac{1}{h_4}} \rightarrow \left(t_4 - t_{f,4}\right) = \dot{q}_x \cdot \frac{1}{h_4}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Sumando miembro a miembro las ecuaciones anteriores, y despejando $\dot{q}_x$, se tiene:

$$\dot{q}_x = \frac{\left(t_{f,1} - t_{f,4}\right)}{\frac{1}{h_1} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} + \frac{L_C}{k_C} + \frac{1}{h_4}} \tag{2.9}$$

La expresión (2.9) se puede generalizar para una pared compuesta por n capas, resultando:

$$\dot{q}_x = \frac{\left(t_{f,1} - t_{f,n}\right)}{\frac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{k_i} + \frac{1}{h_n}} \tag{2.10}$$

De forma parecida a la ecuación (2.7), se introduce ahora el concepto de **resistencia térmica a la convección**, que aparece también en el circuito térmico equivalente de la figura 2.3.

$$R_{t,conv}\left({}^{\circ}C/_{W}\right) = \frac{\left(t_{f,1} - t_1\right)}{\dot{Q}_x} = \frac{1}{h_1 \cdot A} \tag{2.11}$$

2.3. Coeficiente global de transmisión de calor

En el caso de paredes compuestas suele ser interesante trabajar con el coeficiente global de transmisión de calor *U,* que permite expresar el calor de una forma global similar a la ley de enfriamiento de Newton.

$$\dot{Q}_x = U \cdot A \cdot \left(t_{f,1} - t_{f,n}\right) \leftrightarrow \dot{q}_x = \frac{\dot{Q}_x}{A} = U \cdot \left(t_{f,1} - t_{f,n}\right) \tag{2.12}$$

Siendo *U* el coeficiente global de transmisión de calor.

$$U\left(W/_{m^2 \cdot {}^{\circ}C}\right) = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{k_i} + \frac{1}{h_n}} \tag{2.13}$$

Según se puede observar, las unidades del coeficiente global de transmisión de calor *U* son las mismas que el coeficiente de transmisión de calor por convección *h:* $\left(W/_{m^2 \cdot {}^{\circ}C}\right)$

3. CONDUCCIÓN DE CALOR A TRAVÉS DE UNA PARED CILÍNDRICA

Existen multitud de sistemas cilíndricos y esféricos en los que la conducción de calor se efectúa sólo en dirección radial y, por tanto, es una conducción unidimensional. Si además no existen ni fuentes ni sumideros de calor, la conducción es estacionaria, y se puede estudiar de forma similar al apartado 2.

En este apartado se va a ver sólo la conducción a través de una pared cilíndrica. En un curso de termotecnia convencional se vería además la conducción esférica. Ejemplos conducción unidimensional cilíndrica son las tuberías de diá-

metro pequeño comparado con su longitud, en las que se puede considerar una transmisión de calor exclusivamente radial.

3.1. Pared cilíndrica simple con temperaturas superficiales dadas

Para la modelización de la conducción unidimensional estacionaria en una pared cilíndrica se van a suponer las siguientes **hipótesis:**

1. Sólido limitado por dos superficies cilíndricas indefinidas, coaxiales, de radios conocidos, r_1 y r_2 (para que haya conducción de calor en una única dirección, en dirección radial).
2. Las caras de las superficies cilíndricas se mantienen temperaturas t_1 y t_2, constantes, de forma que $t_1 > t_2$.
3. El material del sólido es homogéneo e isótropo, para que la conductividad no sea función de la variable espacial.

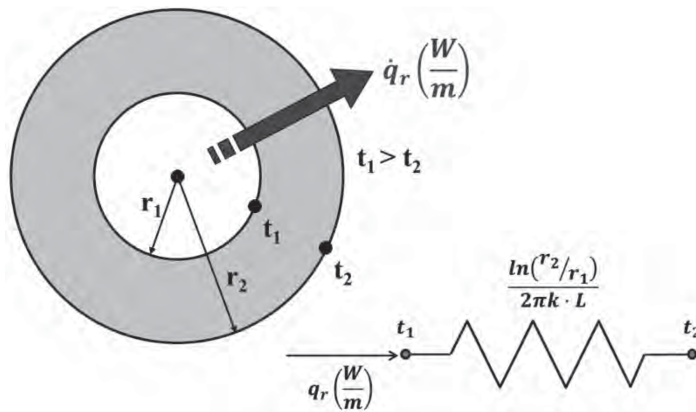


Figura 2.4. Pared cilíndrica simple con temperaturas superficiales dadas y circuito térmico equivalente.

3.1.1. Distribución de temperaturas

Para condiciones de estado estacionario, sin fuentes ni sumideros de calor, y en transmisión unidimensional radial, la ecuación de difusión del calor queda:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr}\left(kr \cdot \frac{dt}{dr}\right) = 0 \tag{2.14}$$

Si se integra dos veces:

$$t(r) = C_1 \cdot ln(r) + C_2 \tag{2.15}$$

Las constantes de la ecuación anterior se determinan con las condiciones de contorno:

$$\begin{cases} t(0) = t_1 \\ t(L) = t_2 \end{cases} \tag{2.16}$$

Por lo que la distribución de temperaturas queda de la forma:

$$t(r) = \frac{(t_1 - t_2)}{ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \cdot ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + t_1 \tag{2.17}$$

3.1.2. Flujo de calor

A partir de la ecuación de distribución de la temperatura, ecuación (2.4), aplicando la ley de Fourier se tiene:

$$\dot{Q}_r = -k \cdot A \cdot \frac{dt}{dr} = -k \cdot (2\pi rL) \cdot \frac{dt}{dr} = \frac{2\pi Lk \cdot (t_1 - t_2)}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \tag{2.18}$$

En este caso, en lugar de emplear el flujo de calor por unidad de área, se suele emplear el **flujo de calor por unidad de longitud,** que es constante e igual a:

$$\dot{q}_r\left({}^{W}/_{m}\right) = \frac{\dot{Q}_r}{L} = \frac{2\pi k \cdot (t_1 - t_2)}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \tag{2.19}$$

De acuerdo con la ecuación anterior, se deduce que en régimen unidimensional estacionario, sin generación interna de calor, el flujo de calor por unidad de longitud es una constante que no depende del radio.

A partir de la ecuación (2.18) se deduce la expresión de la **resistencia térmica para la conducción** para el caso de pared cilíndrica:

$$R_{t,cond}\left({}^{º C}/_{W}\right) = \frac{(t_1 - t_2)}{\dot{Q}_r} = \frac{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k \cdot L} \tag{2.20}$$

3.2. Pared cilíndrica compuesta bañada por fluidos a temperaturas dadas

Se va a considerar a continuación el caso de una pared cilíndrica compuesta por una serie de capas de materiales distintos. En concreto, para el desarrollo matemático que se va a mostrar más adelante, se va a suponer que la pared está formada por 3 capas, tal y como se muestra en la figura 2.5.

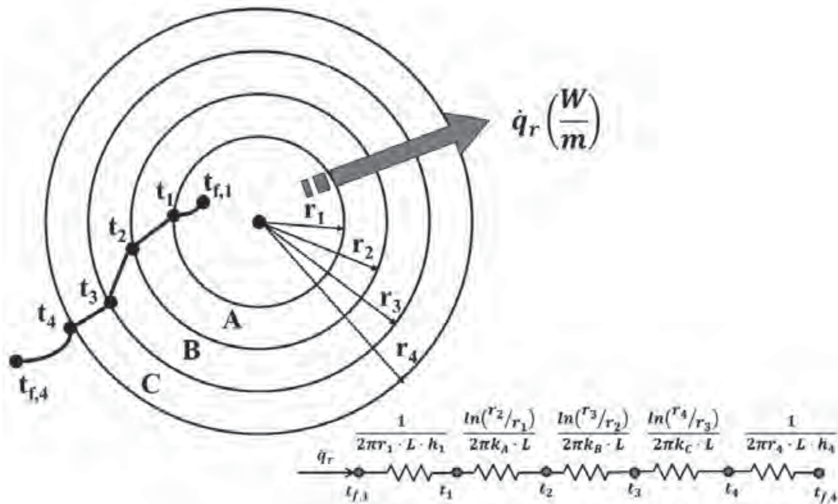


Figura 2.5. Pared cilíndrica compuesta bañada por fluidos a temperaturas dadas y circuito equivalente.

Para el análisis que se va a realizar a continuación, se van a considerar las siguientes hipótesis:

1. La pared cilíndrica es indefinida (para que haya conducción de calor en una única dirección, la radial) y está formada por la yuxtaposición de n capas de radios finitos $r_1,\ldots r_n$.
2. Cada una de las capas es de material distinto (es decir, en cada capa, la conductividad térmica es distinta: $k_1,\ldots k_n$).
3. La temperatura del fluido interior es mayor que la temperatura del fluido exterior, $t_{f,1} > t_{f,n}$, de tal forma que la transmisión de calor va desde el interior de la pared cilíndrica hacia el exterior.
4. Todas las capas que integran la pared cilíndrica están perfectamente adheridas unas a otras (la distribución de temperaturas es una función continua a lo largo de toda la pared cilíndrica).

El flujo de calor por unidad de longitud se mantiene constante a lo largo del espesor de la pared. Es decir, el calor por unidad de longitud que se transfiere del fluido 1 a la superficie 1 es exactamente igual que el que se transfiere a través del material A, a través del material B y a través del material C, y exactamente igual al que se transfiere de la superficie 4 al fluido 4.

El que exista una mayor o menor caída de temperaturas dependerá de la conductividad de un material dado.

Aplicando la ecuación (2.19) a cada uno de los materiales de la pared, y añadiendo además la transmisión de calor por convección se tiene:

$$\dot{q}_r = \frac{2\pi r_1 \cdot \left(t_{f,1} - t_1\right)}{\frac{1}{h_1}} \rightarrow \left(t_{f,1} - t_1\right) = \dot{q}_r \cdot \frac{1}{2\pi r_1 \cdot h_1}$$

$$\dot{q}_r = \frac{2\pi \cdot (t_1 - t_2)}{\frac{1}{k_A} \cdot ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \rightarrow (t_1 - t_2) = \dot{q}_r \cdot \frac{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \cdot k_A}$$

$$\dot{q}_r = \frac{2\pi \cdot (t_2 - t_3)}{\frac{1}{k_B} \cdot ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \rightarrow (t_2 - t_3) = \dot{q}_r \cdot \frac{ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi \cdot k_B} \tag{2.21}$$

$$\dot{q}_r = \frac{2\pi \cdot (t_3 - t_4)}{\frac{1}{k_C} \cdot ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)} \rightarrow (t_3 - t_4) = \dot{q}_r \cdot \frac{ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{2\pi \cdot k_C}$$

$$\dot{q}_r = \frac{2\pi r_4 \cdot \left(t_4 - t_{f,4}\right)}{\frac{1}{h_4}} \rightarrow \left(t_4 - t_{f,4}\right) = \dot{q}_r \cdot \frac{1}{2\pi r_4 \cdot h_4}$$

Sumando miembro a miembro las ecuaciones anteriores, y despejando $\dot{q}_r$, se tiene:

$$\dot{q}_r = \frac{2\pi \cdot \left(t_{f,1} - t_{f,4}\right)}{\frac{1}{r_1 \cdot h_1} + \frac{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{k_A} + \frac{ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{k_B} + \frac{ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{k_C} + \frac{1}{r_4 \cdot h_4}} \tag{2.22}$$

La expresión (2.22) se puede generalizar para una pared compuesta por *n* capas, resultando:

$$\dot{q}_r = \frac{2\pi \cdot \left(t_{f,1} - t_{f,n}\right)}{\frac{1}{r_1 \cdot h_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)}{k_i} + \frac{1}{r_n \cdot h_n}} \tag{2.23}$$

3.3. Coeficiente global de transmisión de calor

En este caso, el coeficiente global de transmisión de calor depende de la superficie que se escoja para determinar la densidad de flujo de calor, siendo costumbre emplear el radio más externo, en cuyo caso se tiene:

$$U_n = \frac{1}{\frac{r_n}{r_1 \cdot h_1} + r_n \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)}{k_i} + \frac{1}{h_n}} \tag{2.24}$$

El coeficiente global de transmisión de calor se podría definir en función de cualquiera de las áreas intermedias, cumpliéndose que:

$$A_1 \cdot U_1 = A_2 \cdot U_2 = \cdots = A_n \cdot U_n \tag{2.25}$$

La expresión específica de U_1, U_2, etc., se puede deducir a partir de la ecuación (2.23) y es similar a la ecuación (2.24).

El calor total (W) transmitido a través de un tubo cilíndrico de longitud *L,* siendo ésta mucho mayor que el diámetro *(L >>>> r_n)* será:

$$\dot{Q}_r = A_{total} \cdot U_n \cdot \Delta t = \frac{2\pi L \cdot \left(t_{f,1} - t_{f,n}\right)}{\frac{1}{r_1 \cdot h_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right)}{k_i} + \frac{1}{r_n \cdot h_n}} \tag{2.26}$$

4. CONDUCCIÓN DEL CALOR EN SUPERFICIES EXTENDIDAS: ALETAS

Por superficie extendida se entiende un sistema sólido que experimenta una transmisión de calor por conducción y, al mismo tiempo, por convección (y/o

radiación, si se diera el caso) con los alrededores. Aunque existen multitud de superficies extendidas, lo más habitual es que dicha superficie se emplee para acelerar la transferencia de calor entre la superficie primaria a la que va adosada y el fluido que lo rodea y, en ese caso, se llama aleta.

Para el análisis que se va a realizar a continuación se va a asumir que en la aleta la transferencia de calor es en una dimensión. El calor también se transfiere por convección (y/o radiación) desde la superficie a los alrededores.

Las aletas son particularmente útiles cuando el coeficiente de película h es pequeño o en convección de gases.

Como ejemplos de aletas se pueden citar los radiadores de las casas o las aletas utilizadas para enfriar los transformadores eléctricos.

4.1. Clasificación de las aletas

Según como sea la sección transversal de las aletas se distingue entre:

1. *Aletas de sección circular:* agujas o espinas.

Estas aletas pueden ser de sección transversal uniforme o no uniforme, tal y como aparece en la figura (2.6).

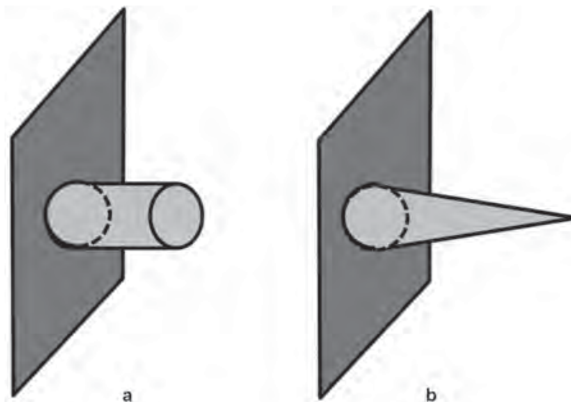


Figura 2.6. Aletas de agujas o espinas. a. Aguja de sección recta constante. b. Aguja de sección recta no constante.

2. *Aletas de sección rectangular:* en este tipo de aletas la sección transversal es rectangular y su área se puede expresar como el producto del espesor de la aleta δ por

el ancho de la misma *w* en el caso de aleta recta o por la circunferencia 2πr en el caso de aleta anular. Este tipo de aletas se divide a su vez en:

a) *Aletas longitudinales o aletas rectas:* son superficies extendidas que se unen a una pared plana. Pueden ser de área de sección transversal uniforme o no uniforme, variando en este caso con la distancia x a la pared.

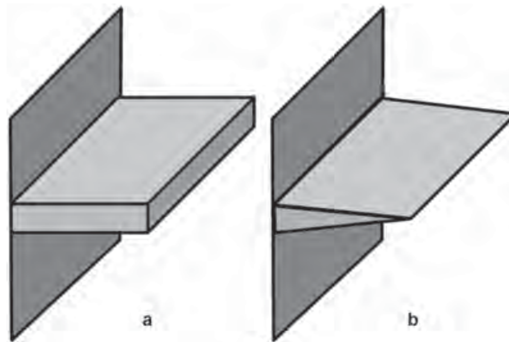


Figura 2.7. Aletas longitudinales o rectas. a. Aleta recta de sección transversal constante. b. Aleta recta de sección transversal no constante.

b) *Aletas anulares:* son superficies extendidas que se unen de forma circunferencial a un cilindro. Son siempre de sección recta no constante (dependen del radio).

La más habitual es la aleta anular de perfil rectangular uniforme:

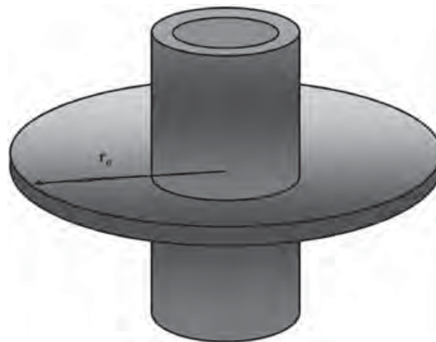


Figura 2.8. Aletas anular de perfil rectangular uniforme.

Todos estos tipos de aletas pueden ser interiores o exteriores a los tubos. En la figura 2.9 se muestra un tubo provisto de los dos tipos de aletas:

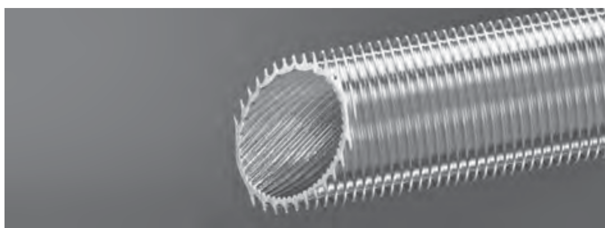


Figura 2.9. Tubo provisto de aletas interiores y exteriores.
(Foto cortesía de Schmöle GmbH: http://www.schmoele.de/en/index.php)

Aunque en el curso convencional de termotecnia se estudian todos los tipos de aletas, este capítulo se va a centrar en las aletas anulares, que son las más frecuentes en la industria.

4.2. Ecuación general de transmisión de calor en una aleta

Para el desarrollo matemático de este capítulo se aceptan las siguientes **hipótesis:**

1. El campo de temperaturas es unidimensional.
2. La transmisión de calor se produce en régimen estacionario.
3. El material que constituye la aleta es homogéneo e isótropo.
4. La conductividad térmica es constante e independiente de la temperatura.
5. El acoplamiento de la aleta con la superficie primaria es perfecto, de modo que la resistencia térmica del contacto es nula y la temperatura en la superficie de la aleta coincide con la de la superficie primaria.

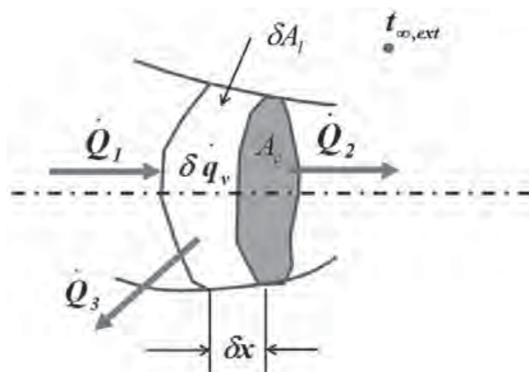


Figura 2.10. Balance de energía a un elemento diferencial de aleta.

El balance de energía a un elemento diferencial de aleta es como sigue:

$$\dot{Q}_1 + d\dot{q}_v = \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 \quad (2.27)$$

donde:

$\dot{Q}_1(W)$: es el calor entrante en el elemento diferencial de aleta procedente del elemento diferencial de aleta anterior.

$d\dot{q}_v(W)$: calor internamente generado en el elemento diferencial de aleta.

$\dot{Q}_2(W)$: calor que se transmite al siguiente elemento diferencial de aleta.

$\dot{Q}_3(W)$: calor que se transmite por convección desde la superficie exterior del elemento diferencial de aleta al fluido ambiente.

$A_c\,(m^2)$: área de la sección recta de la aleta (cross en inglés).

$A_l\,(m^2)$: área de la superficie exterior de la aleta (lateral en inglés).

Si se desarrolla cada uno de los términos de transmisión de calor, y se hace el siguiente cambio de variable:

$$t - t_{f,o} = \theta \quad (2.28)$$

Se llega a:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{A_c} \cdot \frac{dA_c}{dx} \cdot \frac{d\theta}{dx} - \frac{h_o}{k} \cdot \left(\frac{1}{A_c} \cdot \frac{dA_l}{dx}\right) \cdot \theta + \frac{\dot{q}_v}{k} = 0 \quad (2.29)$$

donde:

$t_{f,o}$ (ºC) : temperatura del fluido exterior que rodea la aleta

h_o (W/m$^{2/}$ºC): coeficiente de convección entre la superficie lateral de la aleta y el fluido exterior.

k (W/m/ºC) : conductividad del material de la aleta.

Que es la **ecuación general de distribución de temperatura en el interior de superficies adicionales considerando generación interna de calor.**

Se añade una sexta hipótesis:

6. No existe generación interna de calor.

La ecuación anterior queda:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{A_c} \cdot \frac{dA_c}{dx} \cdot \frac{d\theta}{dx} - \frac{h_o}{k} \cdot \left(\frac{1}{A_c} \cdot \frac{dA_l}{dx}\right) \cdot \theta = 0 \quad (2.30)$$

Que es la **ecuación general de las superficies adicionales cuando no existe generación interna de calor.**

Esta ecuación se va a aplicar al caso de la aleta anular de perfil rectangular uniforme.

4.3. Aleta anular de perfil rectangular uniforme

4.3.1. Solución a la ecuación general: distribución de temperaturas y flujo de calor

En este caso se tiene, de acuerdo con la figura 2.11:

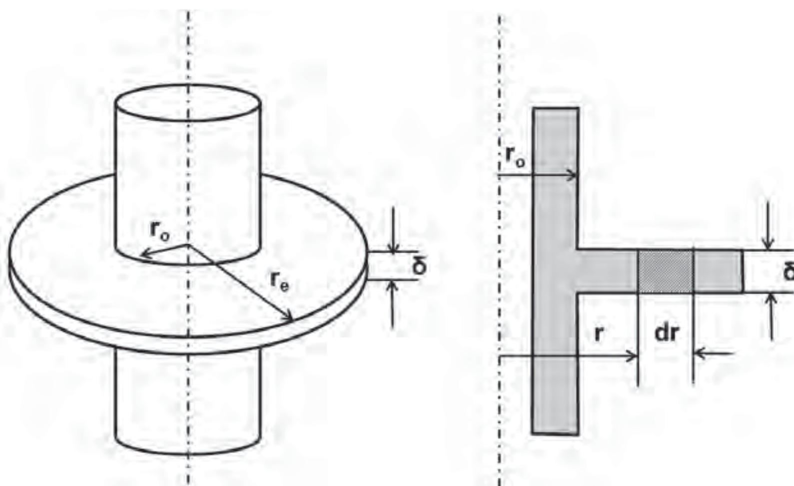


Figura 2.11. Nomenclatura adoptada para la aleta anular de perfil rectangular uniforme.

El área de la sección recta y el área de la superficie lateral exterior de la aleta se calculan como sigue:

— Área de la sección recta de la aleta: $A_c(r) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \delta$

donde:

δ (*m*): espesor de la aleta

r (*m*): radio de la aleta, siendo $r_o \leq r \leq r_{ext}$

— Superficie lateral exterior de la aleta: $A_l(r) = 2 \cdot \pi \cdot (r^2 - r_o^2)$

Las hipótesis adoptadas son las siguientes:

1. Las 6 hipótesis que se adoptaron en el apartado 4.2 para obtener la ecuación general de las aletas.
2. Se admite espesor de aleta δ suficientemente pequeño para que el campo de temperatura sea unidimensional.

Al existir simetría radial, el campo de temperaturas se puede hallar más fácilmente si la ecuación general de las aletas (2.30) se pasa a coordenadas cilíndricas. Se recuerda que en este caso el área de la sección recta no es constante, sino que depende linealmente del radio r: $A_c = A_c(r)$

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\theta}{dr} - \frac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta} \cdot \theta = 0 \tag{2.31}$$

Se hace el siguiente cambio de variable:

$$n^2 = \frac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta} \tag{2.32}$$

y se llega a:

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\theta}{dr} - n^2 \cdot \theta = 0 \tag{2.33}$$

La ecuación anterior es una ecuación de Bessel modificada de orden cero, y la solución general tiene la forma:

$$\theta(r) = C_1 \cdot I_0(n \cdot r) + C_2 \cdot K_0(n \cdot r) \tag{2.34}$$

I_0 y K_0 son funciones de Bessel de orden cero modificadas de primera y segunda clase, respectivamente. Los valores de estas funciones aparecen tabulados en el apéndice 2.1 de este tema.

Condiciones de contorno: se supone que la temperatura en la base se mantiene constante y que la periferia de la aleta es adiabática:

$$\begin{cases} r = r_o: \theta = \theta_o = t_o - t_{f,o} \\ r = r_e: \left.\dfrac{dt}{dr}\right]_{r=r_e} = \dfrac{d\theta}{dr} = 0 \end{cases} \tag{2.35}$$

Siendo r_e (m) el radio extremo de la aleta (ver figura 2.11 para mayor claridad)

Sustituyendo se llega a la **distribución de temperatura en la aleta**:

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{t - t_{f,o}}{t_o - t_{f,o}} = \frac{I_0(n \cdot r) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r) \cdot I_1(n \cdot r_e)}{I_0(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e)} \tag{2.36}$$

donde:

$$I_1(n \cdot r) = \frac{d\big(I_0(n \cdot r)\big)}{d(n \cdot r)}$$

y

$$K_1(n \cdot r) = -\frac{d\big(K_0(n \cdot r)\big)}{d(n \cdot r)}$$

son funciones de Bessel de primer orden modificadas de primera y segunda clase.

Cuando en el interior de la aleta no hay fuentes internas de calor, el flujo de calor conducido a través de la superficie de la aleta en contacto con el tubo es el calor total disipado por la aleta anular:

$$\dot{Q} = -k \cdot A_{c,o} \cdot \left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_o} = -k \cdot (2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot \delta) \cdot \left(\frac{d\theta}{dr}\right)_{r=r_o} \tag{2.37}$$

Sustituyendo la expresión (2.35), tenemos la expresión del **calor disipado por la aleta**:

$$\begin{aligned} \dot{Q} = -k \cdot A_o \cdot \left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_o} & \\ &= 2 \cdot \pi \cdot k \cdot r_o \cdot \delta \cdot \theta_o \cdot n \\ &\cdot \frac{K_1(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e) - I_1(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e)}{I_0(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e)} \end{aligned} \tag{2.38}$$

4.3.2. Efectividad de la aleta anular de perfil rectangular

El **flujo de calor máximo** es el flujo de calor que disiparía la aleta si toda ella permaneciese a una temperatura igual a la de su base. Si se acepta la hipótesis de *despreciar el flujo de calor disipado en el extremo,* el calor máximo es:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_M = A_{l,total} \cdot h_o \cdot \big(t_o - t_{f,o}\big) &= 2 \cdot \pi \cdot h_o \cdot (r_e^2 - r_o^2) \cdot \big(t_o - t_{f,o}\big) \\ &= 2 \cdot \pi \cdot h_o \cdot (r_e^2 - r_o^2) \cdot \theta_o \end{aligned} \tag{2.39}$$

Sin embargo, como cualquier aleta se caracteriza por una resistencia a la conducción finita, la temperatura en la aleta no es constante sino que existe un gradiente de temperatura a lo largo de la misma, por lo que se puede definir una efectividad. De acuerdo con la hipótesis de flujo de calor disipado por el extremo despreciable, se tiene la siguiente expresión de la efectividad:

$$\eta_f = \frac{2 \cdot r_o}{n \cdot (r_e^2 - r_o^2)} \cdot \frac{K_1(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e) - I_1(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e)}{I_0(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e)} \qquad (2.40)$$

4.3.3. Gráficos para el cálculo de la eficiencia de la aleta anular de perfil rectangular

El método gráfico para el cálculo de la efectividad de aletas de diferentes formas fue desarrollado por D. R. Harper y W. B. Brown en 1922.

Estos gráficos están referidos a aletas con extremo adiabático, pero se pueden aplicar cuando no se desprecia la transmisión de calor en el extremo, si se emplea una longitud corregida.

Se muestran a continuación los gráficos referidos a aletas anulares de perfil rectangular.

Para realizar el gráfico se han considerado las siguientes variables adimensionales:

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{r_o}{r_e} \\ \beta = r_e \cdot n = r_e \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta}} \end{cases} \qquad (2.41)$$

Con estas variables, la ecuación de la efectividad de la aleta queda como:

$$\eta_f = \frac{2 \cdot \alpha}{\beta \cdot (1 - \alpha^2)} \cdot \frac{K_1(\alpha \cdot \beta) \cdot I_1(\beta) - I_1(\alpha \cdot \beta) \cdot K_1(\beta)}{I_0(\alpha \cdot \beta) \cdot K_1(\beta) + K_0(\alpha \cdot \beta) \cdot I_1(\beta)} \qquad (2.40\text{ bis})$$

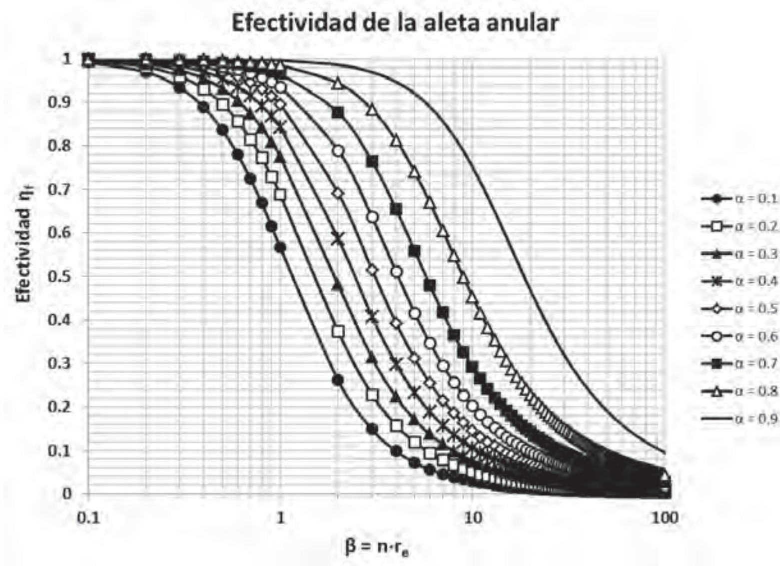


Figura 2.12. Efectividad de aletas anulares de perfil rectangular uniforme.

En el anexo 2 de este capítulo aparece esta gráfica a mayor tamaño, para facilitar al alumno la resolución de ejercicios.

4.3.4. Flujo de calor no despreciable en el extremo

Para obtener las ecuaciones de la distribución de temperaturas (2.36), el calor disipado por la aleta (2.38) y la efectividad (2.40 y 2.40 bis) se ha supuesto que la periferia de la aleta es adiabática (segunda condición de contorno 2.35):

$$r = r_e\colon \left.\frac{dt}{dr}\right]_{r=r_e} = \frac{d\theta}{dr} = 0$$

Para ahorrarse el empleo de ecuaciones muy largas, si el flujo de calor no es despreciable en el extremo, se utiliza la suposición de extremo adiabático [ecuaciones (2.35) y (2.37)], pero asumiendo una longitud de aleta corregida para tener en cuenta la transferencia de calor por convección en el extremo:

$$r_{ec} = r_e + \frac{\delta}{2} \tag{2.42}$$

Esto se aplicaría de igual forma si se empleara el método gráfico, en cuyo caso, los parámetros se calcularían como:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha_c = \dfrac{r_o}{r_{ec}}} \\ \boldsymbol{\beta_c = r_{ec} \cdot n = r_{ec} \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta}}} \end{cases} \qquad (2.41\text{bis})$$

4.4. Coeficiente global de transmisión de calor en tubos aleteados y aletas del tipo de aletas anulares de perfil rectangular uniforme

En la figura 2.13 aparece la nomenclatura utilizada para deducir el coeficiente global de transmisión de calor en un tubo con aletas anulares de espesor rectangular uniforme:

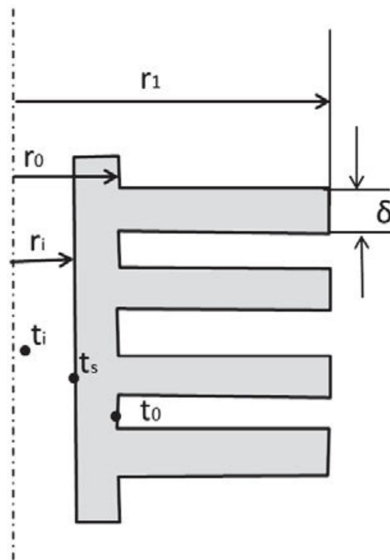


Figura 2.13. Perfil de tubo aleteado con aletas anulares de perfil rectangular uniforme.

Otros parámetros que se van a emplear son:

- Coeficiente de transmisión superficial interior: h_i. (W/m²/°C)
- Coeficiente de transmisión superficial exterior, tanto para las aletas como para las porciones de tubo entre aletas: h_o (W/m²/°C)
- Conductividad térmica del material del tubo: k (W/m²/°C)

Pasos para el cálculo:

1. *Área interior del tubo:*

$$A_i = 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot L_t \tag{2.43}$$

donde:

L_t: longitud del tubo aleteado.

2. *Área exterior del tubo (formada por el área de las aletas y el área exterior del tubo entre aleta y aleta):*

$$A_o = A_f + A_t = 2\pi \cdot [(r_e^2 - r_o^2) \cdot n + r_o \cdot (1 - n \cdot \delta)] \cdot L_t \tag{2.44}$$

donde:

A_o (m^2): área de la superficie total expuesta, incluyendo la superficie aleteada y sin aletear.

A_f (m^2): área de la superficie de aletas expuesta.

A_t (m^2): área del tubo sin tener en cuenta las aletas.

n: número de aletas por metro de tubo.

3. *Flujo de calor desde el fluido interior a la superficie interior del tubo:*

$$\dot{Q}(W) = A_i \cdot h_i \cdot \left(t_{f,i} - t_i\right) \tag{2.45}$$

4. *Flujo de calor por conducción a través del espesor del tubo:*

De acuerdo con la ecuación (2.18):

$$\dot{Q}(W) = \frac{2\pi k \cdot L_t \cdot (t_i - t_o)}{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)} \tag{2.46}$$

5. *Calor disipado por unidad de tiempo desde la superficie aleteada al exterior:*

$$\dot{Q}(W) = [2 \cdot \pi \cdot (r_1^2 - r_o^2) \cdot n \cdot \eta_f + 2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot (1 - n \cdot \delta)] \cdot L_t \cdot h_o \cdot \left(t_o - t_{f,o}\right) \tag{2.47}$$

o bien:

$$\dot{Q}(W) = \left(A_t + A_f \cdot \eta_f\right) \cdot h_o \cdot \left(t_o - t_{f,o}\right) \tag{2.48}$$

Como el flujo de calor de las ecuaciones (2.45), (2.46) y (2.48) es el mismo, despejando las ecuaciones se tiene:

$$\left(t_{f,i} - t_i\right) = \frac{\dot{Q}}{A_i \cdot h_{int}}$$

$$(t_i - t_o) = \dot{Q} \cdot \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi k \cdot L_t}$$

$$\left(t_o - t_{f,o}\right) = \dot{Q} \cdot \left(\frac{1}{A_t + A_f \cdot \eta_f} \cdot \frac{1}{h_o}\right)$$

Sumando estas expresiones, miembro a miembro, se tendrá

$$\left(t_{f,i} - t_{f,o}\right) = \dot{Q} \cdot \left[\frac{1}{A_i \cdot h_{int}} + \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi k \cdot L_t} + \frac{1}{A_t + A_f \cdot \eta_f} \cdot \frac{1}{h_o}\right]$$

Despejando el flujo de calor:

$$\dot{Q} = \frac{\left(t_{f,i} - t_{f,o}\right)}{\left[\frac{1}{A_i \cdot h_i} + \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi k \cdot L_t} + \frac{1}{A_t + A_f \cdot \eta_f} \cdot \frac{1}{h_o}\right]} \tag{2.49}$$

Como el flujo de calor también se puede escribir:

$$\dot{Q} = U_o \cdot A_o \cdot \left(t_{f,i} - t_{f,o}\right) \tag{2.50}$$

igualando ambas expresiones se obtiene:

$$U_o = \frac{1}{\left[\left(\frac{A_o}{A_i}\right)\frac{1}{h_{int}} + \frac{A_o}{2\pi \cdot L_t} \cdot \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{h_o} \cdot \frac{A_o}{A_t + A_f \cdot \eta_f} \cdot\right]} \tag{2.51}$$

teniendo en cuenta que: $A_o = A_t + A_f$, la expresión anterior puede escribirse:

$$U_o = \frac{1}{\left[\left(\frac{A_o}{A_i}\right)\frac{1}{h_i} + \frac{A_o}{2\pi \cdot L_t} \cdot \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{h_o} \cdot \frac{1}{\frac{A_t + A_f \cdot \eta_f}{A_t + A_f}} \cdot\right]} \tag{2.51 bis}$$

o bien:

$$U_o = \frac{1}{\left[\left(\frac{A_o}{A_i}\right)\frac{1}{h_{int}} + \frac{A_o}{2\pi \cdot L_t} \cdot \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{h_o} \cdot \frac{1}{\frac{A_f}{A_o} \cdot \left(\eta_f - 1\right) + 1} \cdot \right]} \quad (2.51 \text{ bis})$$

Nota. Aproximación: Para la mayoría de las aplicaciones prácticas, puede considerarse con suficiente aproximación $A_f \approx A_o$:

$$U_o = \frac{1}{\left[\left(\frac{A_o}{A_i}\right)\frac{1}{h_{int}} + \frac{A_o}{2\pi \cdot L_t} \cdot \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{\eta_f \cdot h_o}\right]} \quad (2.52)$$

expresión usualmente utilizada para obtener el coeficiente global de transmisión del calor en un tubo aleteado. Debe tenerse presente sin embargo que esta ecuación (2.52) no es sino una aproximación al valor real, que se obtendría a través de la ecuación (2.51), en cualquiera de sus variantes.

Operando llegaríamos a la expresión:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi \cdot L_t \cdot \left(t_{f,i} - t_{f,o}\right)}{\left[\frac{1}{r_i \cdot h_i} + \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{[(r_e^2 - r_o^2) \cdot n + r_o \cdot (1 - n \cdot \delta)] \cdot \eta_f \cdot h_o}\right]} \quad (2.53)$$

5. EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Problema 1

(Septiembre 2012, Termotecnia. Grado en Ingeniería Mecánica)

A un tubo de 40 mm de diámetro exterior se le adosan aletas anulares de aluminio de 0.5 mm de espesor y 100 mm de radio exterior, separadas entre sí

5 mm. Las aletas están aisladas térmicamente en su extremo. El coeficiente de película exterior vale 70 $W/m^2/°C$.

Sabiendo que la temperatura de la superficie del tubo es de 70ºC y la del medio exterior de 20ºC, determinar:

a) El calor disipado por metro de tubería con aletas

b) La emperatura en el borde exterior de la aleta

Problema 2

Se pretende construir un convector (radiador de tubo aleteado), empleando tubería de cobre puro, de 14/10 mm, con aletas de aluminio puro, de 0.2 mm de espesor y radio extremo 28 mm, separando las aletas 5 mm (entre planos medios), que sea capaz de disipar 875 W, cuando trabaje con agua sobrecalentada 120ºC y el aire ambiente se encuentre a 20ºC.

El tubo aleteado se encerrará en una caja metálica, que por efecto chimenea, favorecerá la convección del aire, elevando hasta 30 $W/m^2/°C$ el coeficiente de transmisión superficial exterior del tubo aleteado, estimándose en 1165 $W/m^2/°C$ el interior. Partiendo del supuesto de que la temperatura superficial del tubo aleteado no se altera al colocar las aletas, se desea determinar la longitud del tubo aleteado necesario para producir la antedicha disipación de calor.

Problema 3

Se va a construir una pared de 5 cm de espesor con un material que tiene una conductividad térmica de 1.5 W/mº/C. Se va a aislar la pared con un material que tiene una conductividad térmica media de 0.35 W/mºC, de modo que la pérdida de calor no superará el valor de 1800 W/m^2. Suponiendo que las temperaturas de las superficies interna y externa de la pared aislada son 1300 ºC y 30 ºC, calcúlese el espesor de aislante necesario.

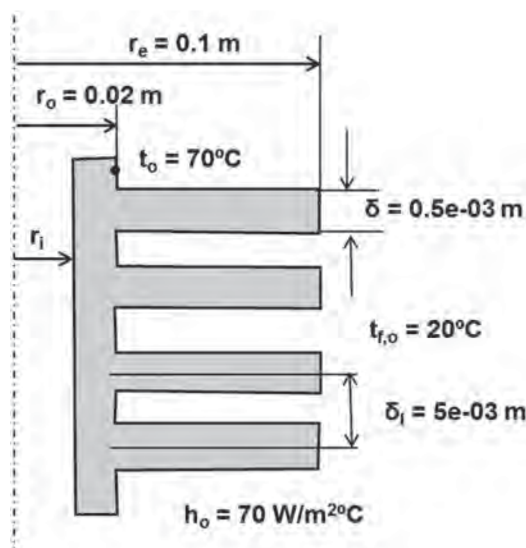
Problema 4

Una tubería de acero de 7 cm de diámetro exterior está recubierta por un aislamiento de 5 mm de asbesto ($k = 0.166$ W/m/ºC), seguido de una capa de 2.5 cm de fibra de vidrio ($k=0.048$ W/m/ºC). La temperatura de la pared de la tubería es 315ºC, y la temperatura del exterior del aislamiento es 30ºC. Calcúlese la temperatura de la interfaz entre el asbesto y la fibra de vidrio.

6. SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Problema 1

Se trata de un problema de conducción en un tubo con aletas anulares, tal y como se muestra en la figura:



Por ser aletas de aluminio, la conductividad vale (libro de tablas):

$$k = 236 \, {}^{W}/_{mºC}$$

a) Calor disipado por metro de tubería con aletas

El calor que se transmite del fluido interior a la superficie interior del tubo es el mismo que se transmite a través del espesor del tubo aleteado y el mismo que finalmente se disipa por convección al ambiente.

Como en este caso se dan los datos de la temperatura de la superficie exterior del tubo, interesa poner la fórmula del calor en la que aparece dicha temperatura. Esa fórmula es la del calor disipado por convección desde la superficie exterior del tubo aleteado al ambiente (ecuación 2.48 del capítulo).

$$\dot{Q}(W) = \left(A_t + A_f \cdot \eta_f\right) \cdot h_o \cdot \left(t_o - t_{f,o}\right)$$

Como nos piden por metro lineal de tubería:

$$\frac{\dot{Q}}{L}\left({}^{W}\!/_{m}\right) = \left(\frac{A_t}{L} + \frac{A_f}{L} \cdot \eta_f\right) \cdot h_o \cdot \left(t_o - t_{f,o}\right)$$

— El área del tubo es:

$$A_t = 2\pi \cdot r_o \cdot (1 - n \cdot \delta) \cdot L_t \rightarrow \frac{A_t}{L_t} = 2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot (1 - n \cdot \delta)$$

— El área de superficie aleteada es:

$$A_f = 2\pi \cdot (r_e^2 - r_o^2) \cdot n \cdot L_t \rightarrow \frac{A_f}{L_t} = 2\pi \cdot (r_e^2 - r_o^2) \cdot n$$

No tenemos el dato del número de aletas por metro lineal de tubería (n). Sin embargo, tenemos el dato de separación entre planos medios de aletas (δ_l)

Se cumple que:

$$n = \frac{1}{\delta_l}$$

Sustituyendo en las ecuaciones de las áreas, se tiene:

$$\frac{A_t}{L_t} = 0.113\, m$$

El área de superficie aleteada es:

$$\frac{A_f}{L_t} = 12.06\, m$$

Cálculo del rendimiento de la aleta anular:

El rendimiento de la aleta anular se calcula gráficamente a partir de la figura 2.12. Para ello es necesario el cálculo de los siguientes parámetros:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_c &= \frac{r_o}{r_{ec}} = 0.19 \\ \beta_c &= r_{ec} \cdot n = r_{ec} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta}} = 3.45 \end{aligned}\right\} \rightarrow \eta_f = 0.2$$

¡¡REFLEXIÓN!! Se trata de una aleta de rendimiento muy pobre. Económicamente, no compensaría.

Sustituyendo en la fórmula del calor disipado por metro lineal de tubería con aletas, se tiene:

$$\frac{\dot{Q}}{L}\left({}^{W}/_{m}\right) = (0.113 + 12.06 \cdot 0.2) \cdot 70 \cdot (70 - 20) = 8837.5\ {}^{W}/_{m}$$

b) Temperatura en el borde extremo de la aleta:

Aplicamos la ecuación de distribución de temperatura en una aleta anular (ecuación 2.36):

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{t - t_{f,o}}{t_o - t_{f,o}} = \frac{I_0(n \cdot r) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r) \cdot I_1(n \cdot r_e)}{I_0(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_e) + K_0(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_e)}$$

En este caso, la ecuación se calcula en $r=r_{ec}$ $(t=t_e)$:

$$\frac{\theta_e}{\theta_o} = \frac{t_e - t_{f,o}}{t_o - t_{f,o}} = \frac{I_0(n \cdot r_{ec}) \cdot K_1(n \cdot r_{ec}) + K_0(n \cdot r_{ec}) \cdot I_1(n \cdot r_{ec})}{I_0(n \cdot r_o) \cdot K_1(n \cdot r_{ec}) + K_0(n \cdot r_o) \cdot I_1(n \cdot r_{ec})}$$

Empleamos la tabla del apéndice 1 de este capítulo, en la que aparecen tabuladas las ecuaciones de Bessel:

Para ello necesitamos calcular:

$$n = \sqrt{\frac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 70}{236 \cdot 0.5e - 03}} = 34.44 \rightarrow \begin{cases} n \cdot r_{ec} = 3.45 \\ n \cdot r_o = 0.69 \end{cases}$$

Sustituyendo e interpolando:

$$I_0(n \cdot r_o) = I_0(0.69) = 1.12$$
$$I_0(n \cdot r_{ec}) = I_0(3.45) = 7.07$$
$$I_1(n \cdot r_{ec}) = I_1(3.45) = 5.93$$

$$K_0(n \cdot r_o) = K_0(0.69) = 0.67$$
$$K_0(n \cdot r_{ec}) = K_0(3.45) = 0.021$$
$$K_1(n \cdot r_{ec}) = K_1(3.45) = 0.024$$

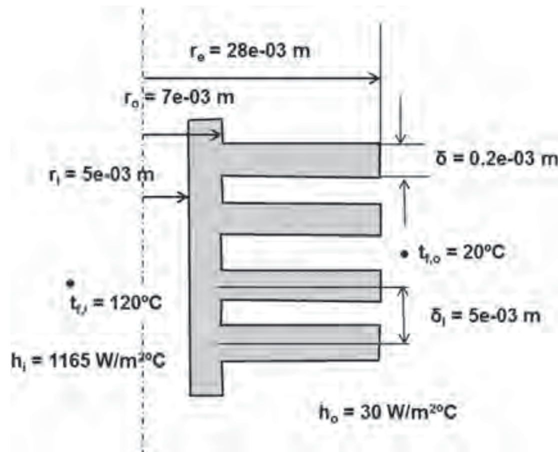
Sustituyendo en la ecuación (2.36):

$$t_e = 20 + 50 \cdot \frac{7.07 \cdot 0.024 + 0.021 \cdot 5.93}{1.12 \cdot 0.024 + 0.67 \cdot 5.93} = 23.64ºC$$

¡¡REFLEXIÓN!! Como la longitud de la aleta es muy grande, la temperatura en el extremo se aproxima a la temperatura del fluido:

Problema 2

Se trata de un problema de conducción en un tubo con aletas anulares, tal y como se muestra en la figura:



Otros datos:

— Calor disipado al ambiente:

$$\dot{Q}(W) = 875W$$

— Del libro de tablas, como conocemos el material de la tubería y de las aletas, se tiene:

$$\begin{cases} k_{Al} = 236\ {}^{W}/_{m^{\circ}C} \\ k_{Cu} = 399\ {}^{W}/_{m^{\circ}C} \end{cases}$$

Se quiere llamar la atención en la **nomenclatura** utilizada al dar el dato de los **diámetros de la tubería,** pues es habitual en ingeniería y el alumno se la encontrará en más problemas:

$$ {}^{d_o}/_{d_i} = {}^{14}/_{10}\ mm \rightarrow \begin{cases} r_o = 7e-03m \\ r_i = 5e-03m \end{cases}$$

Se recomienda asimismo trabajar en el **Sistema Internacional de Unidades**.

Para calcular la longitud del tubo, deberemos emplear la ecuación (2.50) del capítulo:

$$\dot{Q} = U_o \cdot A_o \cdot \left(t_{f,i} - t_{f,o}\right)$$

En esta ecuación todos los datos son conocidos excepto la longitud total del tubo que aparece de forma explícita en el cálculo del área exterior del tubo *Ao*.

Se detalla a continuación paso a paso cada uno de los cálculos:

1. *Cálculo del área exterior del tubo:*

$$A_o = A_f + A_t = 2\pi \cdot [(r_e^2 - r_o^2) \cdot n + r_o \cdot (1 - n \cdot \delta)] \cdot L_t$$

Desconocemos el número de aletas, pero nos dan la separación entre planos medios de aletas (δ_l), y se cumple que: $n = \frac{1}{\delta_l}$

Sustituyendo datos en la ecuación anterior:

$$A_o = 0.966 \cdot L_t$$

2. *Cálculo del coeficiente global de transmisión de calor:*

$$U_o = \frac{1}{\left[\left(\frac{A_o}{A_i}\right)\frac{1}{h_{int}} + \frac{A_o}{2\pi \cdot L_t} \cdot \frac{ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{\eta_f \cdot h_o}\right]}$$

El área interior (2.43) es también función de la longitud:

$$A_i = 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot L_t = 0.0314 \cdot L_t$$

El rendimiento de la aleta anular se calcula gráficamente a partir de la figura 2.12. Para ello es necesario el cálculo de los siguientes parámetros:

$$\left.\begin{array}{r} \alpha_c = \dfrac{r_o}{r_{ec}} = 0.25 \\ \beta_c = r_{ec} \cdot n = r_{ec} \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot h_o}{k \cdot \delta}} = 1 \end{array}\right\} \rightarrow \eta_f = 0.74$$

Sustituyendo valores en la ecuación del coeficiente global de transmisión de calor:

$$U_o = \frac{1}{\left[\left(\frac{0.966}{0.0314}\right)\frac{1}{1165} + \frac{0.966}{2\pi} \cdot \frac{ln\left(\frac{7}{5}\right)}{399} + \frac{1}{0.74 \cdot 30}\right]} = 12.85 \, {}^{W}\!/_{m^2 ºC}$$

Longitud del tubo aleteado:

Finalmente, sustituyendo en la ecuación (2.50) del resumen:

$$\dot{Q} = U_o \cdot A_o \cdot \left(t_{f,i} - t_{f,o}\right) \rightarrow 875 = 0.966 \cdot 12.85 \cdot (120 - 20) \rightarrow \boldsymbol{L = 0.704\ m}$$

Problema 3

Espesor de aislante = 0.23 m

Problema 4

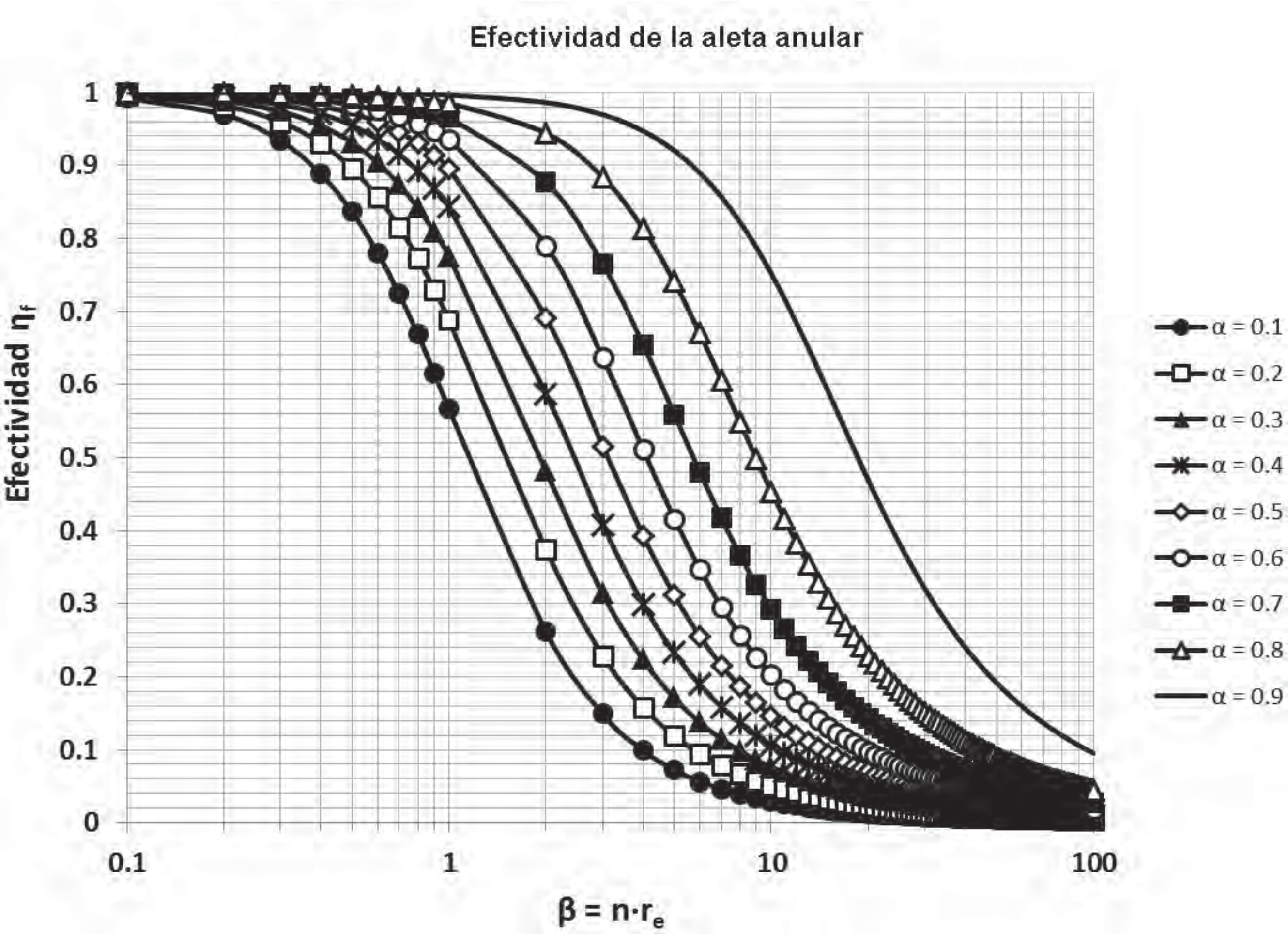
Temperatura = 294 ºC

7. ANEXO 1: Valores seleccionados de las funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especia, órdenes cero y uno

x	I_0 (x)	I_1 (x)	(2/ð)·K_0 (x)	(2/ð)·K_1 (x)
0	1.000000	0.000000	∞	∞
0.2	1.010025	0.100501	1.115806	3.040479
0.4	1.040402	0.204027	0.709531	1.390603
0.6	1.092045	0.313704	0.494986	0.829410
0.8	1.166515	0.432865	0.359911	0.548627
1	1.266066	0.565159	0.268032	0.383186
1.2	1.393726	0.714678	0.202769	0.276670
1.4	1.553395	0.886092	0.155116	0.204250
1.6	1.749981	1.084811	0.119656	0.153192
1.8	1.989559	1.317167	9.2903E-02	0.116261
2	2.279585	1.590637	7.2507E-02	8.9041E-02
2.2	2.629143	1.914095	5.6830E-02	6.8689E-02
2.4	3.049257	2.298124	4.4702E-02	5.3301E-02
2.6	3.553269	2.755384	3.5268E-02	4.1561E-02
2.8	4.157298	3.301056	2.7897E-02	3.2539E-02
3	4.880793	3.953370	2.2116E-02	2.5564E-02
3.2	5.747207	4.734254	1.7568E-02	2.0144E-02
3.4	6.784813	5.670102	1.3979E-02	1.5915E-02
3.6	8.027685	6.792715	1.1141E-02	1.2602E-02
3.8	9.516888	8.140425	8.8910E-03	9.9986E-03
4	11.301922	9.759465	7.1045E-03	7.9472E-03
4.2	13.442457	11.705620	5.6834E-03	6.3269E-03
4.4	16.010436	14.046221	4.5513E-03	5.0441E-03
4.6	19.092623	16.862565	3.6481E-03	4.0266E-03
4.8	22.793678	20.252835	2.9267E-03	3.2182E-03
5	27.239872	24.335642	2.3498E-03	2.5749E-03
5.2	32.583593	29.254309	1.8881E-03	2.0622E-03
5.4	39.008788	35.182058	1.5181E-03	1.6531E-03
5.6	46.737552	42.328287	1.2214E-03	1.3262E-03
5.8	56.038097	50.946185	9.8322E-04	1.0648E-03
6	67.234407	61.341937	7.9195E-04	8.5557E-04
6.2	80.717913	73.885895	6.3822E-04	6.8789E-04
6.4	96.961639	89.026099	5.1459E-04	5.5342E-04
6.6	116.537323	107.304664	4.1509E-04	4.4549E-04

x	I_0 (x)	I_1 (x)	(2/ð)·K_0 (x)	(2/ð)·K_1 (x)
6.8	140.136159	129.377642	3.3498E-04	3.5881E-04
7	168.593908	156.039097	2.7043E-04	2.8914E-04
7.2	202.921330	188.250275	2.1841E-04	2.3311E-04
7.4	244.341044	227.174986	1.7646E-04	1.8803E-04
7.6	294.332188	274.222482	1.4262E-04	1.5172E-04
7.8	354.684543	331.099464	1.1530E-04	1.2248E-04
8	427.564125	399.873135	9.3246E-05	9.8911E-05
8.2	515.592691	483.047678	7.5432E-05	7.9906E-05
8.4	621.944106	583.657012	6.1039E-05	6.4575E-05
8.6	750.461183	705.377305	4.9405E-05	5.2203E-05
8.8	905.797344	852.663461	3.9999E-05	4.2214E-05
9	1093.588388	1030.914709	3.2392E-05	3.4146E-05
9.2	1320.660807	1246.675519	2.6238E-05	2.7629E-05
9.4	1595.284419	1507.879390	2.1257E-05	2.2361E-05
9.6	1927.478812	1824.144689	1.7226E-05	1.8102E-05
9.8	2329.385057	2207.133686	1.3962E-05	1.4658E-05
10	2815.716665	2670.988321	1.1319E-05	1.1872E-05

8. ANEXO 2: Efectividad de la aleta anular



Tema 3

Transmisión de calor por convección

María José Montes Pita
Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Introducción.
2. Conceptos básicos en transmisión de calor por convección.
   2.1. Capa límite de velocidad y capa límite térmica.
   2.2. Convección libre y convección forzada.
   2.3. Flujo laminar y flujo turbulento.
3. Ecuaciones para la transferencia de calor por convección.
   3.1. Deducción de las ecuaciones diferenciales para la transferencia de calor por convección.
      3.1.1. Ecuación de conservación de masa.
      3.1.2. Ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento.
      3.1.3. Ecuación de conservación de la energía.
      3.1.4. Ecuación de estado térmico.
   3.2. Ecuaciones y números adimensionales para la transmisión de calor por convección.
      3.2.1. Número de Reynolds.
      3.2.2. Número de Grashof.
      3.2.3. Número de Eckert.
      3.2.4. Número de Prandtl.
      3.2.5. Número de Rayleigh.
4. Correlaciones para la convección forzada en régimen laminar y turbulento.

4.1. Convección forzada en el interior de tuberías y tubos cilíndricos.
4.2. Convección forzada, flujo externo que incide perpendicularmente a un conducto circular.
4.3. Convección forzada, flujo externo paralelo a superficies planas.
5. Correlaciones para la convección libre en régimen laminar y turbulento.
5.1. Convección libre alrededor de superficies planas/cilindros verticales.
5.2. Convección libre alrededor de placas horizontales.
5.3. Convección libre alrededor de cilindros horizontales largos.
6. Ejercicios de autocomprobación.
7. Solución a los ejercicios de autocomprobación.

TEMA 3
TRANSMISIÓN DE CALOR POR CONVECCIÓN

1. INTRODUCCIÓN

En el tema 1 se introdujo ya la transmisión de calor por convección como aquella que tenía lugar en la interfaz entre un sólido y un fluido, o en el seno de un fluido, motivada fundamentalmente por los movimientos de masa en el interior del mismo.

En el tema 2, al estudiar la transmisión de calor por conducción, se han utilizado los coeficientes de película h como condiciones de frontera en los problemas.

Este tema se centra en el estudio de las leyes físicas que gobiernan la transmisión de calor por convección, así como en la recopilación de las correlaciones empíricas más habituales utilizadas en la determinación del coeficiente de película. Estos aspectos se estudian siguiendo el mismo esquema, tanto para la convección forzada como para la convección libre, y distinguiendo entre régimen laminar y turbulento. El primer apartado de este capítulo se dedica precisamente a definir los conceptos anteriormente citados.

Palabras clave: convección forzada, convección libre o natural, régimen laminar, régimen turbulento.

2. CONCEPTOS BÁSICOS EN TRANSMISIÓN DE CALOR POR CONVECCIÓN

La transmisión de calor por convección ocurre fundamentalmente por los movimientos de masa en el interior de un fluido. Si el fluido estuviera en reposo absoluto, la transmisión de calor sería por conducción, o dicho de otra manera, la conducción es el caso límite de la convección, para velocidad del fluido nula.

Estudios empíricos demuestran que la transmisión de calor por convección depende de las propiedades del fluido (viscosidad μ, conductividad térmica k,

densidad ρ y calor específico c_p) y de su velocidad u. Depende además de la configuración geométrica y de la rugosidad de la superficie sólida, además del tipo de flujo de fluido (laminar o turbulento). A pesar de la complejidad del fenómeno de la convección, siempre se cumple la ley de Newton, ecuación (1.4):

$$\dot{q}_{conv}\left(W/_{m^2}\right) = h \cdot \left(t_s - t_f\right) \tag{1.4 bis}$$

Donde:

h ($W/m^2/°C$): es el coeficiente de transferencia de calor por convección o coeficiente de película.

t_s (°C): es la temperatura de la superficie

t_f (°C): es la temperatura del fluido en régimen, es decir, en un punto suficientemente alejado de la superficie.

Si se considera el movimiento de un fluido sobre una superficie no porosa, se puede observar que el fluido en contacto con la superficie adquiere la velocidad de ésta (nula si la superficie está en reposo) debido a los efectos viscosos. Este fenómeno se conoce como **condición de no deslizamiento** y es la responsable de la aparición de una capa límite con un gradiente de velocidad.

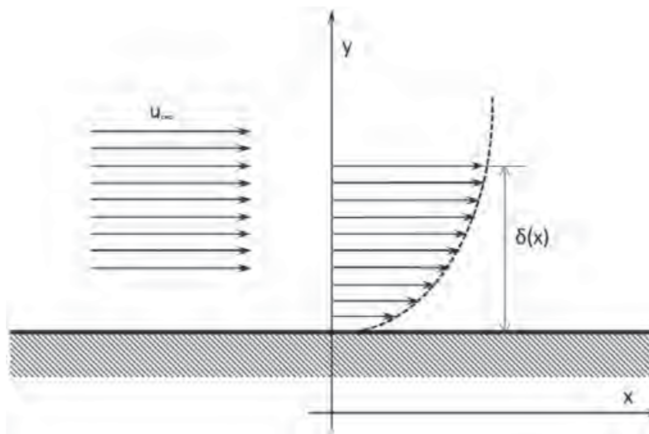


Figura 3.1. Capa límite dinámica para fluido que fluye sobre superficie en reposo.

Al ser la velocidad relativa del fluido en contacto con la superficie nula, la transmisión de calor de la superficie del sólido al fluido adyacente es por conducción pura, por lo que se cumple la siguiente igualdad:

$$\dot{q}_{conv} = \dot{q}_{cond} = -k_{fluido} \cdot \left.\frac{\partial t_f}{\partial y}\right]_{y=0} \tag{3.1}$$

Donde:

k_f ($W/m/°C$): es la conductividad térmica del fluido

Igualando las expresiones (3.1) y (1.4), y despejando el coeficiente de película se tiene:

$$h = \frac{-k_{fluido} \cdot \left.\frac{\partial t_f}{\partial y}\right]_{y=0}}{\left(t_s - t_f\right)} \tag{3.2}$$

La expresión (3.2) pone de manifiesto que para conocer el coeficiente de película es necesario conocer el gradiente de temperaturas en la superficie. Sin embargo, es muy difícil determinar el perfil de temperaturas, por lo que normalmente se recurre a correlaciones empíricas.

Las correlaciones empíricas están referidas a un coeficiente de transferencia de calor por convección adimensional que recibe el nombre de **número de Nusselt** y se define como:

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{k} \tag{3.3}$$

Donde:

k ($W/m/°C$): es la conductividad térmica del fluido
L_c (m): es la longitud característica, cuyo valor depende de la geometría de la superficie y del movimiento relativo del fluido respecto a la superficie, como se verá al estudiar las distintas correlaciones empíricas.

De acuerdo con la ecuación (3.3), el número de Nusselt representa la mejora que introduce la convección respecto a la conducción en la transferencia de calor en el seno de un fluido. Cuanto mayor es el número de Nusselt, mayor es la transferencia de calor por convección.

2.1. Capa límite de velocidad y capa límite térmica

La capa límite de velocidad o hidrodinámica se produce siempre que hay un flujo de un fluido sobre una superficie y es la capa fluida delgada, en contacto con la superficie, en la que los gradientes de velocidad y esfuerzos cortantes del fluido son grandes.

Las partículas de fluido en contacto con la superficie tienen velocidad nula. Estas partículas actúan como retardo en el movimiento de las partículas de la

siguiente capa, y así sucesivamente, creándose un gradiente de velocidad en el fluido. A una distancia $y = \delta$ de la superficie, el efecto se hace insignificante y se habla entonces de condiciones de régimen. Dicha distancia es el espesor de la capa límite y normalmente se define como la distancia a partir de la cual la velocidad del fluido vale 0.99 veces la velocidad de régimen del fluido:

$$u = 0.99 \cdot u_\infty$$

El esfuerzo cortante de la superficie se evalúa a partir del conocimiento del gradiente de velocidad en la superficie, según de vio en el capítulo 1:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \qquad (1.20 \text{ bis})$$

Siendo μ (*kg/m/s*) el coeficiente de viscosidad dinámica.

2.2. Convección libre y convección forzada

La convección se clasifica en convección libre (o natural) y convección forzada, dependiendo de cómo se inicie el movimiento del fluido.

En la convección forzada el movimiento del fluido es inducido por medios externos, como puede ser una bomba o un ventilador.

La convección forzada se emplea en multitud de aplicaciones industriales y de la vida diaria, en general cuando se quiere incrementar la velocidad de transferencia de calor desde un objeto caliente.

En convección libre (o natural) el movimiento del fluido es causado por medios naturales. Normalmente, la causa es una fuerza de empuje que se origina en el fluido cuando hay gradientes de densidad debido a gradientes de temperatura.

Como las velocidades de la convección libre son en general mucho más pequeñas que para la convección forzada (inferiores a 1 m/s), las transferencias de calor asociadas también son mucho más pequeñas. Sin embargo, la convección libre es igual de importante que la convección forzada. Existen muchas aplicaciones industriales que emplean convección libre como la refrigeración del serpentín de un equipo de refrigeración al aire ambiente o el enfriamiento de equipos electrónicos como los transistores de potencia o las televisiones. La convección libre también es la responsable de los movimientos oceánicos y atmosféricos. También hay aplicaciones en las que interesa minimizar la transferencia de calor, y en esos casos se emplea convección libre en lugar de convección forzada.

2.3. Flujo laminar y flujo turbulento

Las correlaciones para el cálculo del coeficiente de película distinguen entre flujo laminar y flujo turbulento. En general, los problemas de convección analizan un flujo mixto que comienza por una capa límite laminar para pasar luego a una capa límite turbulenta, existiendo una zona de transición, tal y como se muestra en la figura 3.2.

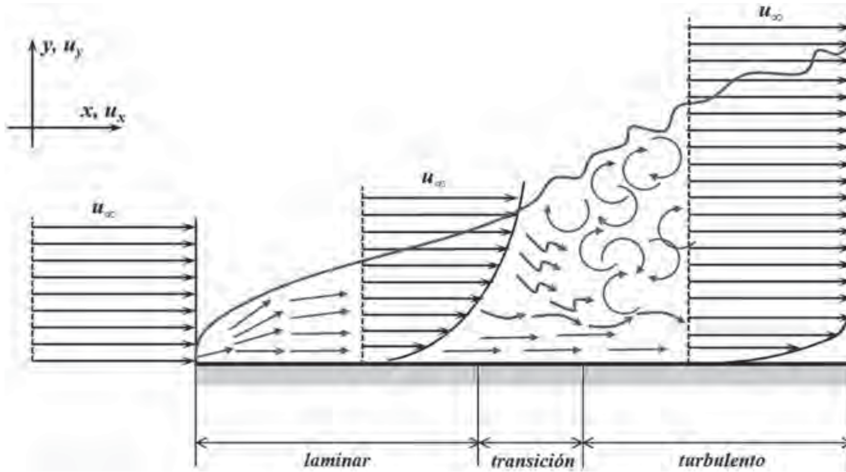


Figura 3.2. Desarrollo de la capa límite de velocidad sobre una placa plana y diferentes regímenes de flujo.

En la capa límite laminar, el movimiento del fluido es intensamente ordenado, y se caracteriza porque es posible identificar las líneas de flujo a lo largo de las cuales se produce el movimiento del fluido. El flujo de fluidos altamente viscosos, como los aceites, y a bajas velocidades, suele ser laminar.

En la capa límite turbulenta, el movimiento del fluido es altamente desordenado y se caracteriza por fluctuaciones en la velocidad. La transferencia de calor se ve favorecida por estas fluctuaciones, por lo que los coeficientes de película, en igualdad a otras condiciones, suelen ser mayores que los de régimen laminar. Además, como consecuencia también de la turbulencia, los espesores de la capa límite son mayores y los perfiles de velocidad y temperatura dentro de la capa límite son también mayores.

En el caso de convección forzada, la transición entre flujo laminar y turbulento viene dada por el valor de un número adimensional llamado *número de Reynolds* cuya definición y características se estudiarán en el apartado 3.2.1.

En el caso de convección libre, la transición entre flujo laminar y turbulento viene dada por el valor de un número adimensional llamado *número de Rayleigh* cuya definición y características se estudiarán en el apartado 3.5.

3. ECUACIONES PARA LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN

En el apartado anterior se ha dicho que la determinación del coeficiente de película *h* pasa por el cálculo del perfil de velocidades. Modelar el movimiento de un fluido en una región próxima a la superficie de un sólido es un proceso complejo que exige la determinación de 6 variables, función de la posición y del tiempo:

- Las *3* componentes de la velocidad: u_x, u_y, u_z
- La presión: P
- La temperatura: t
- La densidad del fluido: ρ

Para ello se necesitan 6 ecuaciones:

- La ecuación de conservación de masa.
- Las 3 ecuaciones de la cantidad de movimiento en las tres direcciones del espacio.
- La ecuación de conservación de la energía.
- La ecuación de estado del fluido.

La resolución analítica de dichas ecuaciones sólo se ha conseguido en un número pequeño de casos de poca importancia práctica. La realidad es que se emplean correlaciones empíricas en función de unos números adimensionales. Se ha considerado importante, sin embargo, para una mejor comprensión del fenómeno de la convección, enumerar en el siguiente apartado las ecuaciones utilizadas, así como el proceso de adimensionalización seguido.

3.1. Deducción de las ecuaciones diferenciales para la transferencia de calor por convección

Para mayor sencillez, en los desarrollos siguientes se considerará el movimiento del fluido sólo en dos dimensiones espaciales, con lo cual se elimina una

componente de la velocidad desconocida (u_z) y una de las ecuaciones de la cantidad de movimiento, resultado un sistema de 5 ecuaciones con 5 incógnitas:

— Las 2 componentes de la velocidad: u_x, u_y
— La presión: P
— La temperatura: t
— La densidad del fluido: ρ

Con el objetivo de simplificar las ecuaciones, se van a considerar además las siguientes **hipótesis** simplificadoras:

1. La capa límite es incompresible $\rho(x, y, z, \tau) = constante$
2. Dentro de la capa límite las propiedades termofísicas son constantes: conductividad térmica, viscosidad, calor específico, etc.
3. No existe generación de energía dentro de la capa límite.

Con todo lo supuesto se procede a obtener las ecuaciones.

3.1.1. Ecuación de conservación de masa

Se supone un volumen de control como el que se muestra en la figura 3.3, donde se ha supuesto que existe profundidad unitaria en la dirección del eje z.

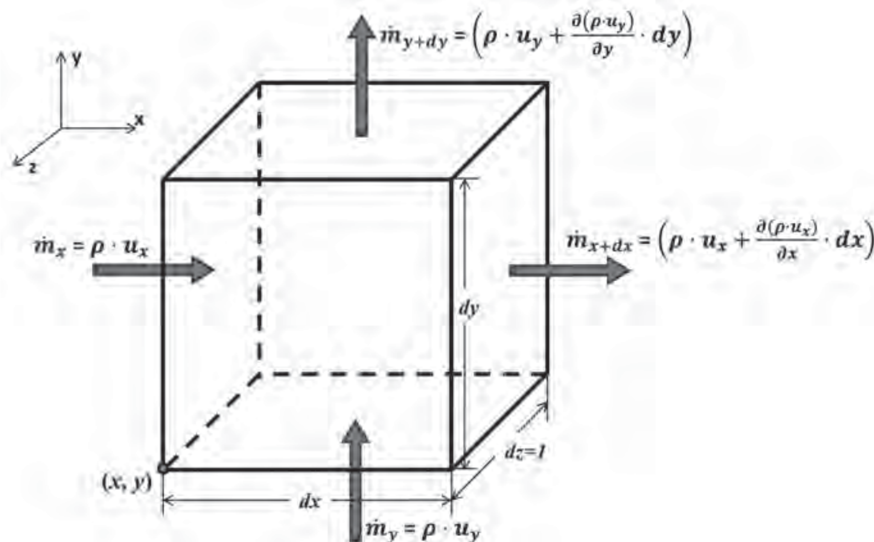


Figura 3.3. Conservación de la masa para un volumen de control diferencial ($dx \cdot dy \cdot 1$) en la capa límite hidrodinámica.

El caudal másico que entra en el volumen de control, en las direcciones x e y, respectivamente, se expresa como sigue:

$$\dot{m}_x(kg/s) = \rho \cdot u_x \cdot dy \cdot 1$$
$$\dot{m}_y(kg/s) = \rho \cdot u_y \cdot dx \cdot 1 \qquad (3.4)$$

En las ecuaciones anteriores:

ρ (kg/m^3): es la densidad del fluido.

u (m/s): es la velocidad del fluido, que se descompone en una componente según el eje x (u_x) y otra componente según el eje y (u_y)

Como ya se ha dicho, en las expresiones anteriores se ha supuesto que la profundidad del volumen de control en dirección del eje z es igual a 1.

El caudal másico que sale del volumen de control admite la siguiente expresión, en cada una de las direcciones consideradas:

$$\dot{m}_{x+dx}(kg/s) = ((\rho \cdot u_x)_{x+dx}) \cdot dy \cdot 1 = \left(\rho \cdot u_x + \frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot dy \cdot 1$$

$$\dot{m}_{y+dy}(kg/s) = \left((\rho \cdot u_y)_{y+dy}\right) \cdot dx \cdot 1 = \left(\rho \cdot u_y + \frac{\partial(\rho \cdot u_y)}{\partial y} \cdot dy\right) \cdot dx \cdot 1 \qquad (3.5)$$

La ley de conservación de masa establece que el caudal másico que entra en el volumen de control es exactamente igual al caudal másico que sale de dicho volumen. Igualando por tanto las expresiones (3.4) y (3.5) se tiene:

$$\rho \cdot u_x \cdot dy + \rho \cdot u_y \cdot dx =$$
$$= \left(\rho \cdot u_x + \frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot dy + \left(\rho \cdot u_y + \frac{\partial(\rho \cdot u_y)}{\partial y} \cdot dy\right) \cdot dx \qquad (3.6)$$

Que simplificando resulta en:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u_y)}{\partial y} = 0 \qquad (3.7)$$

De acuerdo con la hipótesis adoptada de fluido incompresible, la densidad puede salir fuera de la derivada y simplificarse, resultando:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \tag{3.8}$$

3.1.2. Ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento

Las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento se pueden deducir a partir de la segunda ley de Newton, aplicada al volumen de control considerado, dentro de la capa límite, y en las direcciones x e y:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m \cdot a_x \\ \sum F_y &= m \cdot a_y \end{aligned} \tag{3.9}$$

En la ecuación anterior:

F (N): son las fuerzas que actúan sobre el volumen de control, que se descomponen según la dirección del eje x (F_x) y según la dirección del eje y (F_y).
m (kg): es la masa del volumen de control.
a (m/s^2): es la aceleración del volumen de control que se descomponen según la dirección del eje x (a_x) y según la dirección del eje y (a_y).

Las fuerzas que actúan sobre el volumen de control dentro de la capa límite son de dos tipos: fuerzas de cuerpo, proporcionales al volumen, y fuerzas de superficie, proporcionales al área.

Se van a estudiar en primer lugar las fuerzas superficiales. Las fuerzas superficiales se deben a su vez a dos causas: la presión estática del fluido y los esfuerzos viscosos. Los esfuerzos viscosos son una consecuencia natural del movimiento de un fluido viscoso y desaparecen cuando la velocidad es nula, mientras que la presión estática siempre existe aunque el fluido no esté en movimiento.

En la figura 3.4 se han representado los esfuerzos viscosos para el volumen de control considerado.

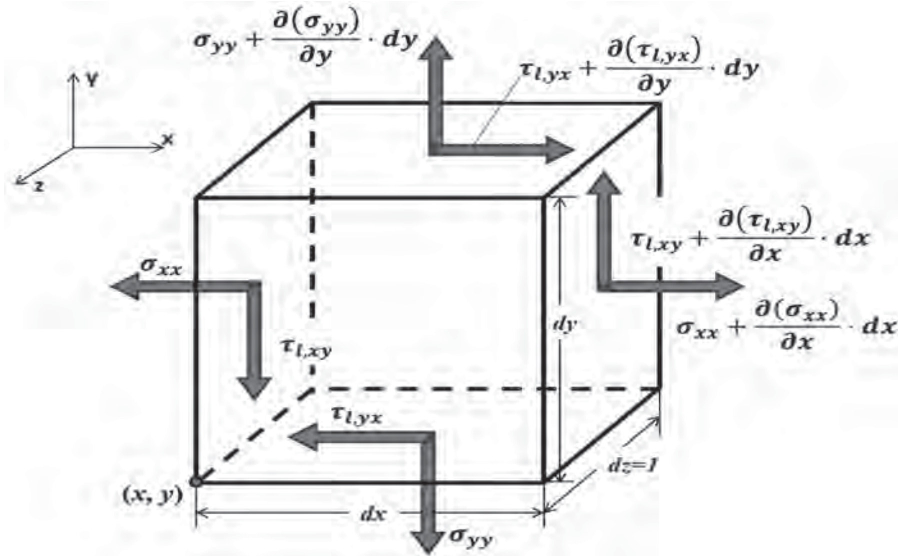


Figura 3.4. Esfuerzos viscosos para un volumen de control diferencial ($dx \cdot dy \cdot 1$) en la capa límite hidrodinámica.

Los esfuerzos viscosos se descomponen en dos componentes perpendiculares, el esfuerzo normal (σ) y el esfuerzo cortante (τ_l). Para ambos, se ha adoptado una nomenclatura de doble subíndice. El primer subíndice indica la dirección de la normal al plano sobre el que actúa esfuerzo. El segundo subíndice indica la dirección del esfuerzo. Todos estos esfuerzos son esfuerzos de tracción, es decir, positivos. La presión es un esfuerzo de compresión y, por tanto, en las ecuaciones aparece con signo negativo:

$$F_{s,x} = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{l,yx}}{\partial y} \right) \cdot dx \cdot dy \cdot 1$$
$$F_{s,y} = \left(\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{l,xy}}{\partial x} \right) \cdot dx \cdot dy \cdot 1 \qquad (3.10)$$

En las ecuaciones anteriores:

F_s (N): son las fuerzas de superficie que actúan sobre el volumen de control, que se descomponen según la dirección del eje x ($F_{s,x}$) y según la dirección del eje y ($F_{s,y}$).

P (N/m^2): es la presión estática sobre el volumen de control.
$\sigma_{xx/yy}$ (N/m^2): es el esfuerzo normal que actúa sobre el volumen de control.
$\tau_{l,\,xy/yx}$ (N/m^2): es el esfuerzo cortante que actúa sobre el volumen de control.

La fuerza total que actúa sobre el cuerpo, por unidad de volumen y en componentes, según las direcciones x e y, es:

$$F_x/_{dV_c} = \left(\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{l,yx}}{\partial y}\right) + X$$
$$F_y/_{dV_c} = \left(\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{l,xy}}{\partial x}\right) + Y \qquad (3.11)$$

En las expresiones anteriores, todos los términos son conocidos, excepto:

X, Y (N/m^3): son las fuerzas de cuerpo por unidad de volumen.

Las expresiones (3.11) son el primer término de las ecuaciones (3.9), por unidad de volumen:

$$\sum F_x/_{dV_c} = \rho \cdot a_x$$
$$\sum F_y/_{dV_c} = \rho \cdot a_y \qquad (3.9\text{ bis})$$

La aceleración es una variable que depende tanto de las coordenadas x, y, como del tiempo τ: $a = a(x, y, \tau)$

En general, la derivada total respecto de una variable de una función que depende de varias variables se puede expresar del siguiente modo:

$$F = F(x, y, \tau)$$
$$\frac{dF}{d\tau} = \frac{\partial F}{\partial\tau} + \frac{\partial F}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial\tau} + \frac{\partial F}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial\tau} = \frac{\partial F}{\partial\tau} + \frac{\partial F}{\partial x}\cdot u_x + \frac{\partial F}{\partial y}\cdot u_y \qquad (3.12)$$

Aplicando la ecuación (3.12) al caso de la aceleración, se tiene que:

$$a_x = \frac{du_x}{d\tau} = \frac{\partial u_x}{\partial\tau} + \frac{\partial u_x}{\partial x}\cdot u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y}\cdot u_y$$
$$a_y = \frac{du_y}{d\tau} = \frac{\partial u_y}{\partial\tau} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\cdot u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y}\cdot u_y \qquad (3.13)$$

Igualando las expresiones (3.11) y (3.13):

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial \tau} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} \cdot u_y \right) = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{l,yx}}{\partial y} \right) + X$$
$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u_y}{\partial \tau} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} \cdot u_y \right) = \left(\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{l,xy}}{\partial x} \right) + Y \quad (3.14)$$

Estas dos últimas ecuaciones definen el movimiento de un fluido incompresible en dos direcciones y se conocen con el nombre de **ecuaciones de Navier-Stokes**.

En el caso particular de que se desprecien las fuerzas viscosas, tendremos las **ecuaciones de Euler**:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial \tau} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} \cdot u_y \right) = X - \frac{\partial P}{\partial x}$$
$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u_y}{\partial \tau} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} \cdot u_y \right) = Y - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.15)$$

Y si se supone estado estacionario, se tiene:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} \cdot u_y \right) = X - \frac{\partial P}{\partial x}$$
$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} \cdot u_y \right) = Y - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.16)$$

3.1.3. Ecuación de conservación de la energía

Al igual que para deducir las ecuaciones de Navier-Stokes, se considera un volumen de control dentro de la capa límite, que desde el punto de vista termodinámico, es un sistema cerrado. Se aplica la primera ley de la termodinámica a dicho sistema:

$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{\delta Q}{d\tau} - \frac{\delta W}{d\tau} \quad (3.17)$$

En lo que sigue y para simplificar el problema, se van a adoptar las hipótesis simplificadoras citadas al inicio del apartado 3.1: la densidad ρ, el calor específico c_p, la viscosidad μ y la conductividad térmica k son constantes.

La ecuación (3.17) expresada por unidad de volumen queda como sigue:

$$\rho \cdot \frac{de}{d\tau} = \frac{\text{đ}q}{d\tau} - \frac{\text{đ}w}{d\tau} \tag{3.18}$$

Donde:

q (J/m^3) es el calor que entra en el sistema, por unidad de volumen.
w (J/m^3) es el trabajo que realiza el sistema, por unidad de volumen.
ρ (kg/m^3) es la densidad del fluido.
e (J/kg) es la energía interna térmica específica del sistema.

Si se supone que la energía interna térmica sólo depende de la temperatura y que el calor específico es constante y coincide con el calor específico a presión constante, se tiene:

$$e = c_p \cdot t \tag{3.19}$$

Donde t es el campo de temperaturas que depende del tiempo y de las dos variables espaciales:

$$t = t(\tau, x, y) \tag{3.20}$$

La derivada total de la temperatura con respecto al tiempo se calcula aplicando la ecuación (3.12):

$$\rho \cdot \frac{de}{d\tau} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{dt}{d\tau} = \rho \cdot c_p \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial t}{\partial y} \cdot u_y\right) \tag{3.21}$$

El calor que entra en el elemento de control se transmite por conducción desde el fluido que lo rodea, debido a la diferencia de temperaturas entre los dos sistemas. La transmisión de calor es por tanto una conducción bidimensional por unidad de tiempo y unidad de volumen que, de acuerdo con el primer capítulo, se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{\text{đ}q}{d\tau} = k \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right) \tag{3.22}$$

El trabajo que realiza el elemento de control es un trabajo disipativo debido a las fuerzas viscosas por unidad de volumen. Se demuestra que para fluido incompresible dicho trabajo es igual a:

$$\frac{\text{đ}w}{d\tau} = -\mu \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right)^2\right] \cong -\mu \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)^2 \tag{3.23}$$

Sustituyendo en la ecuación de conservación de la energía, se llega a la siguiente expresión:

$$\rho \cdot c_p \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial t}{\partial y} \cdot u_y\right) = k \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right) + \mu \cdot \left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)^2 \quad (3.24)$$

En caso de que se desprecien las fuerzas viscosas, se tiene:

$$\rho \cdot c_p \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial t}{\partial y} \cdot u_y\right) = k \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right) \quad (3.25)$$

Y si se supone régimen estacionario:

$$\rho \cdot c_p \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial x} \cdot u_x + \frac{\partial t}{\partial y} \cdot u_y\right) = k \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right) \quad (3.26)$$

3.1.4. Ecuación de estado térmico

Hasta el momento se han obtenido 4 ecuaciones y existen 5 variables, por lo que se necesita una ecuación más. La última ecuación del sistema es la ecuación de estado térmico del sistema.

La ecuación de estado es la ecuación que relaciona la densidad con la temperatura y presión, para un estado termodinámico dado:

$$f(P, \rho, t) = 0 \quad (3.27)$$

3.2. Ecuaciones y números adimensionales para la transmisión de calor por convección

Las ecuaciones anteriores nos permiten obtener el campo de temperaturas en función de las siguientes variables:

$$t = f(x, y, u_x, u_y, P, \rho) \quad (3.28)$$

Como ya se ha dicho, la resolución de las ecuaciones es un problema complejo que sólo tiene solución exacta en situaciones muy concretas. Para simplificar

la resolución se recurre a expresar las ecuaciones en función de una serie de variables adimensionales:

$$x^* = \frac{x}{L_c}$$

$$y^* = \frac{y}{L_c}$$

$$u_x{}^* = \frac{u_x}{u}$$

$$u_y{}^* = \frac{u_y}{u} \qquad (3.29)$$

$$t^* = \frac{t - t_s}{t_f - t_s}$$

$$P^* = \frac{P}{\rho \cdot U^2}$$

En las ecuaciones anteriores:

L_c (*m*): es la longitud característica, que depende de la geometría de la superficie y del movimiento relativo del fluido respecto a la superficie, como ya se dijo en el apartado 2.3 al introducir el número adimensional de Reynolds.

u (*m/s*): es la velocidad característica (velocidad de la corriente libre para placa plana).
t_f (º*C*): es la temperatura del fluido libre.
t_s (º*C*): es la temperatura de la superficie.

Trabajando en las variables adimensionales anteriores, el problema que se trata ahora de resolver es el siguiente:

$$t^* = f(x^*, y^*, Re, Gr, Ec, Pr) \qquad (3.30)$$

Donde:

t^*, x^*, y^*: son variables adimensionales, definidas en la ecuación (3.29).
Re: es el número adimensional de Reynolds
Gr: es el número adimensional de Grashof
Ec: es el número adimensional de Eckert
Pr: es el número adimensional de Prandtl

A continuación se van a definir cada uno de los números adimensionales anteriores. También se va a definir el *número de Rayleigh*, producto de otros dos números adimensionales y que se utiliza en la convección libre.

3.2.1. Número de Reynolds

El número de Reynolds representa la relación entre las fuerzas de inercia y las viscosas en la capa límite de un fluido viscoso. Se define como:

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot L_c}{\mu} \tag{3.31}$$

Donde:

ρ (*kg/m*^{3}): es la densidad del fluido.
u (*m/s*): es la velocidad característica.
L_c (*m*): es la longitud característica.
μ (*Pa·s*) o bien (*kg/m/s*): es la viscosidad dinámica del fluido.

La viscosidad dinámica a veces se llama simplemente viscosidad. Sus unidades suelen ser microspascales·segundo, porque son cantidades muy pequeñas:

NO SE DEBE CONFUNDIR la viscosidad dinámica (que es la que suele venir tabulada), con la viscosidad cinemática, cuya definición se vio en el tema 1:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1.21 bis}$$

La viscosidad cinemática tiene unidades de m^2/s: $[\nu] = \frac{m^2}{s}$

La longitud característica L_c depende de la geometría de la superficie y del movimiento relativo del fluido respecto a la superficie:

- En el caso de una tubería circular, la longitud característica es el diámetro.
- En el caso de un conducto no circular, la longitud característica es el diámetro hidraúlico (se definirá más adelante).
- En el caso de una placa plana, la longitud característica es la dimensión de la superficie a lo largo de la cual se produce el movimiento del fluido.
- En general, en cada correlación se indica cuál es la longitud característica usada para el cálculo.

3.2.2. Número de Grashof

El número de Grashof es un número adimensional que representa la relación entre las fuerzas de empuje y las viscosas.

$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \rho^2 \cdot \left(\left|t_s - t_f\right|\right) \cdot L_c^3}{\mu^2} = \frac{g \cdot \beta \cdot \left(\left|t_s - t_f\right|\right) \cdot L_c^3}{\nu^2} \quad (3.32)$$

Donde:

$g = 9.8\ m/s^2$: Es la aceleración de la gravedad.
ρ (kg/m^3): es la densidad del fluido.
L_c (m): es la longitud característica.
μ ($Pa{\cdot}s$) o bien ($kg/m/s$): es la viscosidad dinámica del fluido.
ν (m^2/s) es la viscosidad cinemática: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$
β (K^{-1}) es el coeficiente de dilatación térmica, que se trató ya en el capítulo 1. Se pone a continuación su expresión más general, a modo de recordatorio:

$$\beta = \frac{1}{v} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \quad (1.16\ \text{bis})$$

Para gases ideales (en la mayoría de los problemas se considera el aire un gas ideal):

$$\beta = \frac{1}{T} \quad (1.18\ \text{bis})$$

Siendo T (K) = Temperatura absoluta.

3.2.3. Número de Eckert

El número de Eckert es un número adimensional que representa la relación entre la energía cinética del flujo y la diferencia de entalpía a lo largo de la capa límite debido a la disipación viscosa.

$$Ec = \frac{u^2}{c_p \cdot \Delta t} \quad (3.33)$$

Donde:

u (m/s): es la velocidad característica.
c_p ($J/kg/°C$): calor específico del fluido.

En la ecuación (3.33), se ha supuesto que en la capa límite el flujo es incompresible y el calor específico constante e igual al calor específico a presión constante, por lo que la diferencia de entalpías es proporcional a la diferencia de temperaturas: $dh = c_p \cdot \Delta t$

3.2.4. Número de Prandtl

El número de Prandtl es un número adimensional que representa la relación entre la difusión de la cantidad de movimiento y la difusión del calor en la capa límite de un fluido viscoso:

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{k} \tag{3.34}$$

Donde:

μ (*Pa·s*) o bien (*kg/m/s*): viscosidad dinámica del fluido.
c_p (*J/kg/ºC)*: calor específico del fluido.
k (*W/m/ºC)*: conductividad del fluido.

Si la expresión del Prandtl (3.34) se multiplica y divide por la densidad, y se recuerda las definiciones de la difusividad térmica y de la viscosidad cinemática, se tiene que el número de Prandtl es igual a:

$$Pr = \frac{\rho \cdot \mu \cdot c_p}{\rho \cdot k} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{Velocidad\ de\ difusión\ de\ la\ cantidad\ de\ movimiento}{Velocidad\ de\ difusión\ del\ calor} \tag{3.34 bis}$$

Donde:

α (*m²/s*) es la difusividad térmica:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \tag{1.15 bis}$$

ν (m^2/s) es la viscosidad cinemática:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1.21 bis}$$

3.2.5. Número de Rayleigh

El número de Rayleigh es un número adimensional producto del número de Grashof y el número de Prandtl

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot \left(\left|t_s - t_f\right|\right) \cdot L_c^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{\alpha} = \frac{g \cdot \beta \cdot \left(\left|t_s - t_f\right|\right) \cdot L_c^3}{\nu \cdot \alpha} \qquad (3.35)$$

El número de Rayleigh indica la frontera entre convección libre laminar y convección libre turbulenta.

— Convección libre laminar si $Ra < 10^9$
— Convección libre turbulenta si $Ra > 10^9$

El flujo turbulento en convección libre se produce cuando las fuerzas de empuje son suficientemente fuertes y se crean turbulencias.

4. CORRELACIONES PARA LA CONVECCIÓN FORZADA EN RÉGIMEN LAMINAR Y TURBULENTO

En la práctica, en el cálculo de la transmisión de calor por convección no se obtiene el campo de temperaturas adimensional, sino que se obtiene directamente el coeficiente de película.

El coeficiente de película se obtiene a través de correlaciones empíricas que están referidas a un coeficiente de transferencia de calor por convección adimensional que recibe el nombre de **número de Nusselt** y que se definió al inicio del capítulo:

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{k} \qquad (3.3\ bis)$$

Donde:

k ($W/m°C$): es la conductividad térmica del fluido.
L_c (m): es la longitud característica.

En general, para las correlaciones de convección forzada, el número de Nusselt es función del número de Reynolds, el número de Eckert y el número de Prandtl:

$$Nu = f(Re, Ec, Pr) \tag{3.36}$$

Si se desprecian las fuerzas viscosas, el número de Nusselt es sólo función del número de Reynolds y el número de Prandtl

$$Nu = f(Re, Pr) \tag{3.37}$$

Para este curso, se van a ver exclusivamente las correlaciones de convección forzada correspondientes a tres situaciones distintas:

- — Convección forzada en el interior de tuberías y tubos cilíndricos.
- — Convección forzada, flujo externo, conducto circular, flujo perpendicular.
- — Convección forzada, flujo externo, flujo paralelo a superficies planas.

4.1. Convección forzada en el interior de tuberías y tubos cilíndricos

En la figura 3.5 se representa la disposición que se va a estudiar, que en este caso es bastante sencilla:

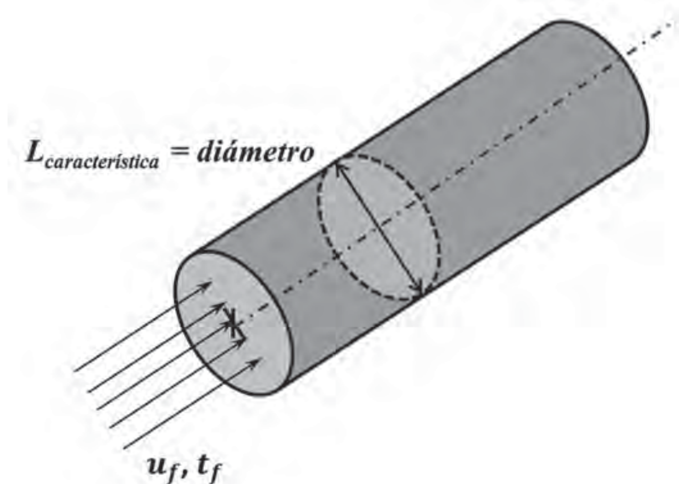


Figura 3.5. Convección forzada en el interior de tuberías y tubos cilíndricos.

Para el caso de convección forzada en el interior de tuberías y tubos cilíndricos, la longitud característica utilizada en las correlaciones es el diámetro.

$$L_{característica} = diametro$$

4.1.1. Flujo laminar

Para flujo laminar se emplean dos correlaciones diferentes, cada una de las cuales tiene unas condiciones particulares de aplicación que el alumno deberá comprobar que se cumplen:

Correlación de Hausen

$$Nu_D = 3.66 + \frac{0.0668 \cdot \left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr}{1 + 0.04 \cdot \left[\left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr\right]^{2/3}} \qquad (3.38)$$

D (*m*): es el diámetro de la tubería y *L* (*m*) es la longitud

Evaluación propiedades:

Todas las propiedades se evalúan a la temperatura media de masa:

$$t_b = \frac{t_{entrada} + t_{salida}}{2} \qquad (3.39)$$

Condiciones de aplicación:

- Flujo laminar, tubo largo (entrada térmica con perfil de velocidad completamente desarrollado), temperatura superficial t_s constante
- $Re_D < 2300$

Correlación de Sieder y Tate:

$$Nu_D = 1.86 \cdot \left[\left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr\right]^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} \qquad (3.40)$$

Evaluación propiedades:

— Todas las propiedades, excepto μ_s, se evalúan a la temperatura media de masa:

$$t_b = \frac{t_{entrada} + t_{salida}}{2} \qquad (3.39 \text{ bis})$$

— μ_s se evalúa a la temperatura de la superficie: t_s

Condiciones de aplicación:

— Flujo laminar, tubos cortos (entrada térmica e hidrodinámica), temperatura superficial t_s constante.

— $0.48 \leq Pr \leq 16700$

— $\left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr > 10$

— $Re_D < 2300$

4.1.2. Flujo turbulento

Para flujo turbulento se emplean dos correlaciones diferentes, cada una de las cuales tiene unas condiciones particulares de aplicación: la correlación de Dittus-Boelter y la correlación de Sieder y Tate.

La principal diferencia entre una correlación y otra es que la correlación de Sieder y Tate se emplea para fluidos más viscosos en los que la diferencia de temperatura entre el fluido y la pared es grande, mayor de 6 ºC para líquidos y mayor de 60ºC para gases. Hay que tener cuidado con esta condición, porque en tubos muy largos puede salir una diferencia entre la temperatura media de masa y la temperatura de la superficie grande, aunque localmente esa diferencia sea pequeña. En general, la ecuación de Sieder y Tate se emplea para diferencias de temperatura grandes y números de Prandtl relativamente grandes, dentro de los límites que impone la correlación.

Correlación de Dittus-Boelter

$$Nu_D = 0.023 \cdot {Re_D}^{0.8} \cdot Pr^n$$

$n = 0.4$ para $t_s > t_b$ (calentamiento de un fluido)

$n = 0.3$ para $t_s < t_b$ (enfriamiento de un fluido) (3.41)

Evaluación propiedades:

Todas las propiedades se evalúan a la temperatura media de masa:

$$t_b = \frac{t_{entrada} + t_{salida}}{2} \qquad (3.39\ \text{bis})$$

Condiciones de aplicación:

— Flujo turbulento, completamente desarrollado

— $0.7 < Pr < 160$

— $2300 < Re_D < 10^6$

— Diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie:

$$|t_s - t_b| < 6ºC \text{ para líquidos}$$

$$|t_s - t_b| < 60ºC \text{ para gases}$$

Correlación de Sieder y Tate

$$Nu_D = 0.027 \cdot {Re_D}^{4/5} \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} \qquad (3.42)$$

Evaluación propiedades:

— Todas las propiedades, excepto μ_s, se evalúan a la temperatura media de masa:

$$t_b = \frac{t_{entrada} + t_{salida}}{2} \qquad (3.39\ \text{bis})$$

— μ_s se evalúa a la temperatura de la superficie: t_s

Condiciones de aplicación:

— Flujo turbulento, completamente desarrollado

— $0.7 < Pr < 160$

— $10^4 < Re_D < 10^6$
— Diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie:

$$|t_s - t_b| > 6ºC \text{ para líquidos}$$

$$|t_s - t_b| > 60ºC \text{ para gases}$$

Notas:

- Las correlaciones utilizadas en este apartado: (3.38), (3.40), (3.41) y (3.42) son también válidas para conductos no circulares, utilizando como longitud característica para el número de Reynolds el diámetro hidraúlico:

$$D_h = \frac{4 \cdot Área\ de\ flujo}{Perímetro\ mojado} \tag{3.43}$$

Por ejemplo, para tubería anular:

$$D_h = \frac{4 \cdot \left[\frac{\pi}{4} \cdot (D_2^2 - D_1^2)\right]}{\pi \cdot (D_2 + D_1)} = (D_2 - D_1) \tag{3.44}$$

Donde:

D_2 (*m*): es el diámetro interior de la tubería exterior.
D_1 (*m*): es el diámetro exterior de la tubería interior.

- Se puede observar que en flujo interno a un conducto casi todas las propiedades se evalúan a la temperatura media de masa. La temperatura media de masa es la temperatura media del fluido a lo largo del conducto. Normalmente se toma la media aritmética entre entrada y salida:

$$t_b = \frac{t_{entrada} + t_{salida}}{2} \tag{3.39 bis}$$

4.2. Convección forzada, flujo externo que incide perpendicularmente a un conducto circular

En los manuales de transmisión de calor normalmente se estudia el caso de que exista un único tubo o una batería de tubos en distintas disposiciones. Para este curso se va a estudiar el caso de flujo normal a un único tubo, tal y como se indica en la figura 3.6.

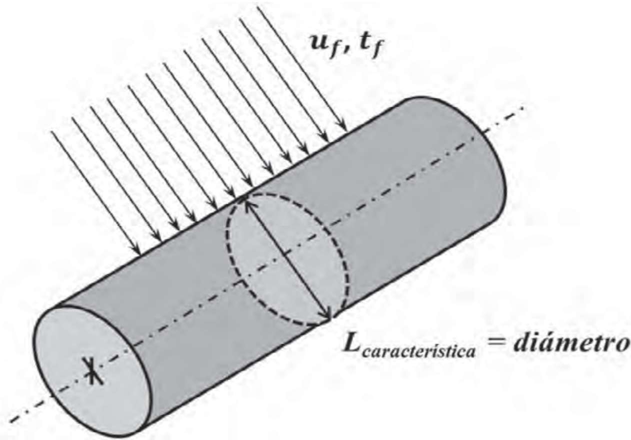


Figura 3.6. Convección forzada, flujo externo que incide perpendicularmente a un conducto circular.

Para el caso de flujo externo que incide perpendicularmente a un conducto circular en régimen de convección forzada, la longitud característica utilizada en las correlaciones es el diámetro del conducto:

$$L_{característica} = diametro$$

Existen dos correlaciones que se pueden emplear en este caso:

Correlación de Zhukauskas

$$Nu_D = C \cdot {Re_D}^m \cdot Pr^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_s}\right)^{1/4}$$

$n = 0.37$ para $Pr \leq 10$ (3.45)

$n = 0.36$ para $Pr > 10$

C y m son dos constantes que se determina de acuerdo con la siguiente tabla (3.1):

Tabla 3.1. Valores de las constantes C y m según el intervalo del número de Reynolds

Intervalo de Re_D	C	m
1 - 40	0.75	0.4
40 - 1000	0.51	0.5
$10^3 - 2{\cdot}10^5$	0.26	0.6
$2{\cdot}10^5 - 10^6$	0.076	0.7

Evaluación propiedades:

Todas las propiedades, excepto Pr_f y Pr_s, se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \tag{3.46}$$

Pr_f se evalúa a la temperatura del fluido: t_f
Pr_s se evalúa a la temperatura de la superficie: t_s

Condiciones de aplicación:

— $0.7 < Pr \leq 500$
— $1 < Re_D < 10^6$

Correlación de Churchill y Berstein

$$Nu_D = 0.3 + \frac{0.62 \cdot Re_D^{1/2} \cdot Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.4}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \cdot \left[1 + \left(\frac{Re_D}{2.82 \cdot 10^5}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \tag{3.47}$$

Evaluación propiedades:

Todas las propiedades se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \tag{3.46 bis}$$

Condiciones de aplicación:

— $Re_D \cdot Pr > 0.2$

4.3. Convección forzada, flujo externo paralelo a superficies planas

En la figura 3.7 se ha representado la situación a la que se refiere la correlación:

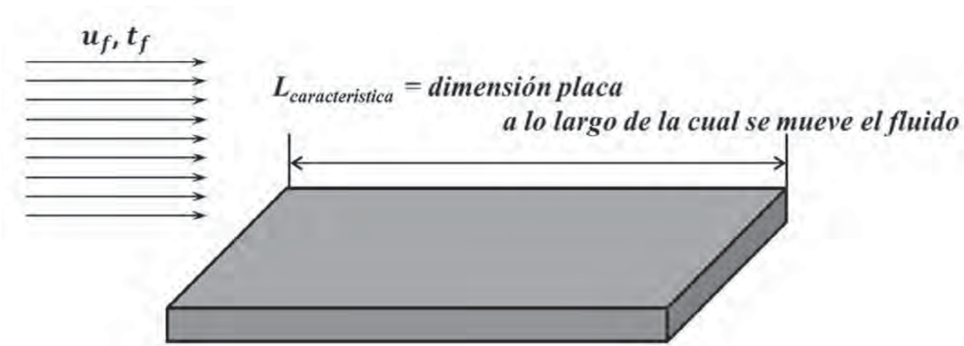


Figura 3.7. Convección forzada, flujo externo, flujo paralelo a superficies planas.

Para el caso de flujo externo paralelo a superficies planas y convección forzada, la longitud característica utilizada en las correlaciones es la dimensión de la superficie plana a lo largo de la cual tiene lugar el movimiento del fluido:

$$L_{característica} = L_{placa}\big]_{movto\ fluido}$$

4.3.1. Flujo laminar

Aunque dentro del flujo laminar existen varias correlaciones, se ha elegido la siguiente, que calcula valores medios de la capa límite:

Correlación de Polhausen

$$Nu_L = 0.664 \cdot {Re_L}^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \qquad (3.48)$$

Evaluación propiedades:

Todas las propiedades se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \tag{3.46 bis}$$

Condiciones de aplicación:

— Flujo laminar: $Re_L < 5 \cdot 10^5$

— $0.6 \leq Pr \leq 50$

4.3.2. Flujo turbulento

Como en el caso anterior, existen varias correlaciones. Se ha elegido una correlación que evalúa valores medios de la capa límite

Correlación de Chilton-Colburn

$$Nu_L = \left[0.037 \cdot {Re_L}^{4/5} - 871\right] \cdot Pr^{1/3} \tag{3.49}$$

Evaluación propiedades:

Todas las propiedades se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \tag{3.46 bis}$$

Condiciones de aplicación:

— $5 \cdot 10^5 \leq Re_L \leq 10^8$

— $0.6 \leq Pr \leq 60$

5. CORRELACIONES PARA LA CONVECCIÓN LIBRE EN RÉGIMEN LAMINAR Y TURBULENTO

De igual manera que en el caso anterior, las correlaciones empíricas para el cálculo de la convección libre se utilizan para calcular el número de Nusselt, que a su vez se emplea para calcular el coeficiente de película *h:*

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{k} \qquad (3.3\ \text{bis})$$

Donde:

k (*W/m/ºC*): es la conductividad térmica del fluido.
L_c (*m*): es la longitud característica.

En el caso de convección libre, la velocidad del fluido es muy pequeña y el flujo es lo suficientemente lento para que no se tengan en consideración las fuerzas viscosas, por lo que en las correlaciones no intervienen ni el número de Reynolds ni el número de Eckert

En general, en dichas correlaciones, el número de Nusselt depende del número de Grashof y del número de Prandtl, o lo que es lo mismo, del número de Rayleigh y del número de Prandtl:

$$Nu = f(Gr, Pr) \equiv f(Ra, Pr) \qquad (3.50)$$

El número de Rayleigh se va a utilizar también para distinguir entre flujo laminar y turbulento. En general:

— Convección libre laminar si $Ra < 10^9$
— Convección libre turbulenta si $Ra > 10^9$

Las correlaciones empíricas que se presentan a continuación se refieren a las siguientes situaciones:

— Convección libre alrededor de superficies planas/cilindros verticales.
— Convección libre alrededor de placas horizontales.
— Convección libre alrededor de cilindros horizontales largos.

5.1. Convección libre alrededor de superficies planas/cilindros verticales

En la figura 3.8 se ha representado el movimiento relativo del fluido respecto a la superficie en este caso:

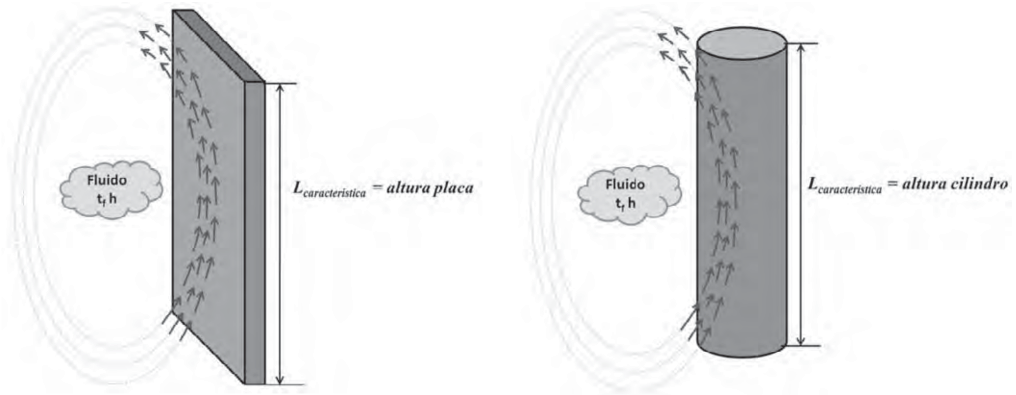


Figura 3.8. Convección libre alrededor de superficies planas (izqda.) o cilindros verticales (dcha.).

La longitud característica L_c (*m*) es la altura de la placa o del cilindro:

Para el caso de cilindros, se utilizan las mismas correlaciones que para el caso de placas planas verticales, siempre que se verifique que:

$$\frac{D}{L} > \frac{35}{Gr^{1/4}} \tag{3.51}$$

D (*m*): es el diámetro de la tubería.
L (*m*): es la longitud/altura del mismo.
Gr: es el número de Grashof.

5.1.1. Flujo laminar

Correlación de Churchill y Chu

$$Nu_L = 0.68 + \frac{0.670 \cdot Ra^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}} \tag{3.52}$$

Evaluación propiedades:

— Todas las propiedades se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \tag{3.46 bis}$$

Condiciones de aplicación:

$$10^{-1} < Ra \leq 10^{9}$$

5.1.2. Flujo turbulento

Correlación de Churchill y Chu:

$$Nu_L = \left\{0.825 + \frac{0.387 \cdot Ra^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 \qquad (3.53)$$

Evaluación propiedades:

— Todas las propiedades, excepto β, se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \qquad (3.46\ \text{bis})$$

— β se evalúa a la temperatura media de película t_m, para líquidos.

— β se evalúa a la temperatura del fluido t_f, para gases.

Condiciones de aplicación:

— Flujo mixto (¡puede ser laminar al principio y luego turbulento!)

— $0 < Pr < \infty$

— $10^{-1} < Ra \leq 10^{12}$

5.2. Convección libre alrededor de placas horizontales

Para todos los casos que vienen a continuación, la longitud característica se calcula de la siguiente forma:

$$L_c = \frac{Área\ de\ la\ placa}{Perímetro\ de\ la\ placa} = \frac{A}{P} \qquad (3.54)$$

5.2.1. Placa caliente por la cara superior/placa fría por la cara inferior

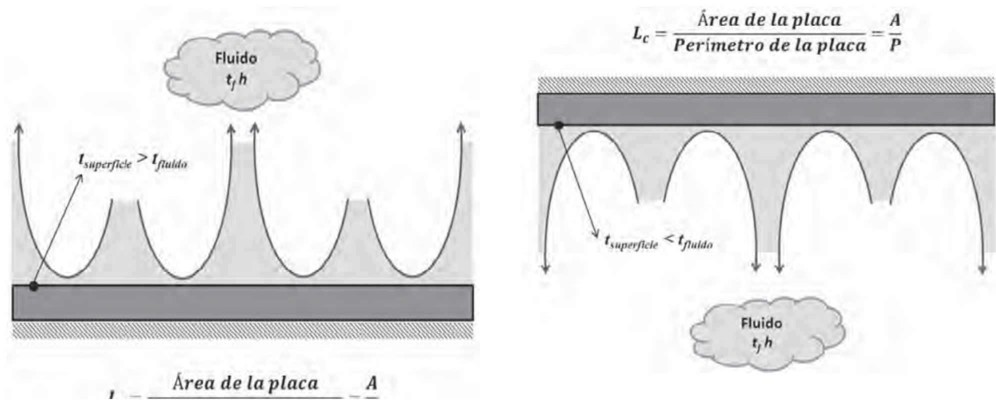


Figura 3.9. Convección libre alrededor de placas horizontales. Placa caliente por la cara superior (izqda.)/placa fría por la cara inferior (dcha.).

Correlación de McAdams

$$Nu_L = C \cdot {Ra_L}^n \tag{3.55}$$

C y *n* son dos constantes que se determinan de acuerdo con la siguiente tabla 3.2:

Tabla 3.2. Valores de las constantes *C* y *n* según el intervalo del número de Rayleigh

Tipo de flujo	Intervalo de Ra_L	C	n
Laminar	10^4 - 10^7	0.54	1/4
Turbulento	10^7 – 10^{11}	0.15	1/3

Evaluación propiedades:

— Todas las propiedades, excepto β, se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \tag{3.46 bis}$$

— β se evalúa a la temperatura media de película t_m, para líquidos.
— β se evalúa a la temperatura del fluido t_f, para gases.

Condiciones de aplicación:

— Flujo mixto (¡puede ser laminar al principio y luego turbulento!)
— El valor de *Ra* determina los valores de los coeficientes *C* y *n*

5.2.2. Placa caliente por la cara inferior/placa fría por la cara superior

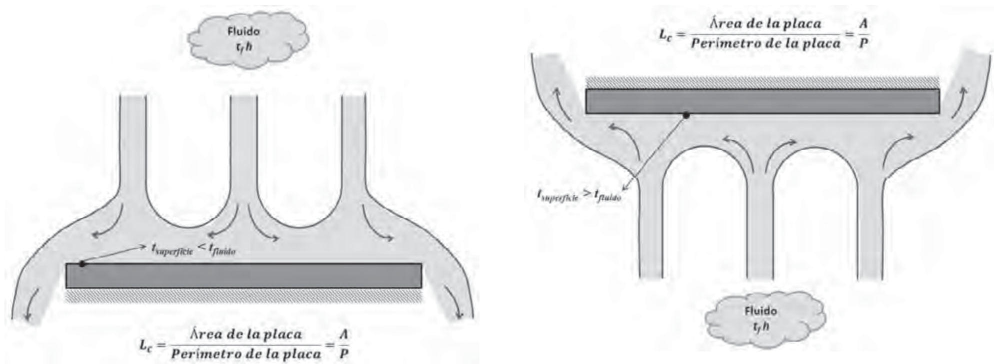


Figura 3.10. Convección libre alrededor de placas horizontales. Placa fría por la cara superior (izqda.)/placa caliente por la cara inferior (dcha.).

Correlación de McAdams

$$Nu_L = 0.27 \cdot Ra_L^{1/4} \tag{3.56}$$

Evaluación propiedades:

— Todas las propiedades, excepto β, se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \tag{3.46 bis}$$

— β se evalúa a la temperatura media de película t_m, para líquidos.
— β se evalúa a la temperatura del fluido t_f, para gases.

Condiciones de aplicación:

- Flujo mixto (¡puede ser laminar al principio y luego turbulento!)
- $3 \cdot 10^5 < Ra_L \leq 3 \cdot 10^{10}$

5.3. Convección libre alrededor de cilindros horizontales largos

La longitud característica en este caso es el diámetro del cilindro:

$$L_c = diámetro\ del\ cilindro$$

La correlación empleada es la correlación de Churchill y Chu, tanto para flujo laminar como para flujo turbulento.

En la figura 3.11 se representa la dirección y geometría de la superficie para este caso:

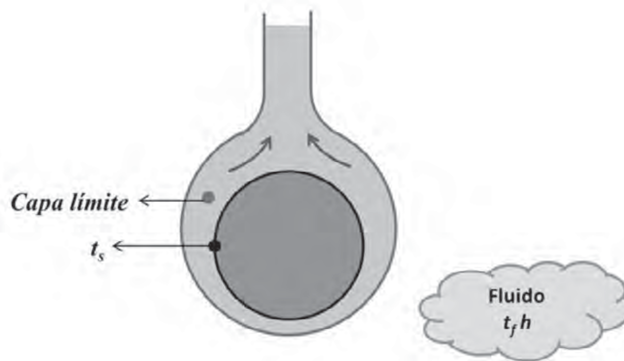


Figura 3.11. Desarrollo de la capa límite en convección libre alrededor de cilindros horizontales largos.

Correlación de Churchill y Chu

$$Nu_L = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 \cdot {Ra_L}^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2 \tag{3.57}$$

Evaluación propiedades:

— Todas las propiedades, excepto β, se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_s + t_f}{2} \qquad (3.46\ \text{bis})$$

— β se evalúa a la temperatura media de película t_m, para líquidos.
— β se evalúa a la temperatura del fluido t_f, para gases.

Condiciones de aplicación:

— Flujo mixto (¡puede ser laminar al principio y luego turbulento!)
— $0 < Pr < \infty$
— $10^{-5} < Ra \leq 10^{12}$

6. EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Problema 1

Se considera una tubería de 25 cm de diámetro por cuyo interior circula aceite SAE a 20 ºC, con una velocidad promedio de 1.5 m/s. Una sección de la tubería, de 300 metros de largo, pasa a través de un lago helado. Considerar que la superficie externa de la tubería se encuentra a 0 ºC y que la resistencia térmica a la conducción del material de la tubería es despreciable respecto a la resistencia térmica a la convección entre la pared interior de la misma y el aceite.

Determinar cuál será la temperatura del aceite a la salida del lago.

Nota: a efectos de calcular el Nusselt, suponer tubo largo

Problema 2

A través del espacio anular formado por dos tuberías concéntricas de hierro forjado, de 30 mm y 60 mm de diámetro exterior cada una, respectivamente, y espesores de 3 mm, circula agua a 60 ºC, con velocidad de 1 m/s, mientras que por el interior de la tubería de menor diámetro, fluye agua saturada a 110 ºC y 2 m/s.

Se desea determinar el flujo de calor por unidad de longitud de tubería, que intercambiarán ambos fluidos.

Problema 3

Determinar el coeficiente de transmisión de calor por convección hacia la superficie de una barra de acero 15% Cr 10% Ni, que se encuentra a 160 °C, y se calienta en un horno con una corriente de aire a 600 °C y una velocidad de 10 m/s, perpendicular al eje de la barra. La longitud de la barra es igual a 1.5 metros y el diámetro es igual a 20 cm.

Problema 4

Una placa de acero de 20 cm de altura, que se encuentra a 200 °C, se sumerge verticalmente, para enfriarla, en agua a 20 °C. Determinar el coeficiente de transmisión superficial.

Problema 5

Determinar cuál sería el valor del coeficiente de transmisión superficial de la placa del problema anterior, si se dejara enfriar en aire a 20 °C.

Problema 6

Una habitación se calienta en invierno mediante un sistema de paneles eléctricos, de 2 x 1 m^2, colocados en el suelo, manteniéndose la temperatura superficial del suelo igual a 35 °C, cuando el aire de la habitación se encuentra a 20 °C. Se pide determinar el coeficiente de película panel-aire.

Problema 7

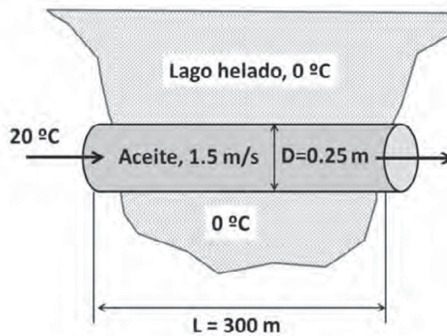
Se desea determinar la cantidad de calor por metro lineal que desprenderá una tubería de 30 mm de diámetro exterior, de hierro forjado, cuya temperatura superficial exterior se mantiene a 80 °C, mediante circulación de agua sobrecalentada a 120 °C por el interior de la tubería, cuando esta atraviesa horizontalmente un local a 18 °C.

Problema 8

Una tubería de calefacción atraviesa verticalmente una habitación que se encuentra a 20 °C; si la temperatura superficial exterior de la tubería es de 80 °C, calcular el coeficiente de película exterior de la tubería, sabiendo que la altura de la habitación es de 2.7 m.

7. SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Problema 1



No se conoce la temperatura de salida del aceite de la tubería, por tanto, no se puede conocer la temperatura media de masa necesaria para evaluar las propiedades del aceite.

Suponemos que la temperatura media del aceite es de 20ºC (es decir, la temperatura no disminuye mucho a su paso por el lago). Se evalúan las propiedades del aceite a dicha temperatura, pero se repetirán los cálculos si es necesario, tomando como temperatura inicial la temperatura media de masa que nos salga como resultado en el problema.

Las propiedades del aceite a 20 ºC se pueden consultar en el libro de tablas:

$\rho = 888.2\ {}^{kg}/_{m^3}$

$c_p = 1880\,{}^{J}/_{kg\text{º}C}$

$k = 0.145\ {}^{W}/_{m\text{º}C}$

$\mu = 799e-03\,{}^{kg}/_{m \cdot s}$

$Pr = 10400$

El número de Reynolds vale:

$$Re_D = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\mu} = \frac{888.2 \cdot 1.5 \cdot 0.25}{799e-03} = 416.86 < 2300$$

Al ser Re < 2300 y decirse en el enunciado que se considere un tubo largo, aplicamos la Correlación de Hausen (3.38):

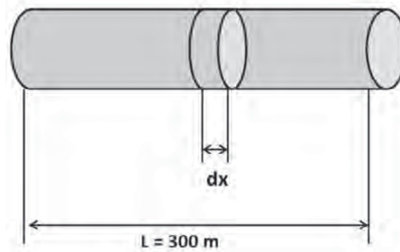
$$Nu_D = 3.66 + \frac{0.0668 \cdot \left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr}{1 + 0.04 \cdot \left[\left(\frac{D}{L}\right) \cdot Re_D \cdot Pr\right]^{2/3}}$$

Sustituyendo valores:

$$Nu_D = 26.825 = \frac{h \cdot D}{k} \rightarrow h = 15.56\ {}^{W}/_{m^2 \cdot ºC}$$

A continuación se procede a comprobar de la suposición de la temperatura de salida igual a la temperatura de entrada. El modo de proceder se sale de lo estrictamente estudiado en este capítulo y los anteriores, pero se ha puesto por su interés:

Para un elemento diferencial de tubo, se cumple:



$$\dot{m} \cdot c_p \cdot dt = h \cdot (t_s - t) \cdot dA_s$$

Donde:

$\dot{m}$ *(kg/s):* es el caudal másico de aceite.

c_p *(J/kg/ºC)*: es el calor específico del aceite

t (ºC): es la temperatura del aceite

t_s *(ºC)*: es la temperatura de la superficie

dA_s *(m²)*: es el área lateral del anillo diferencial

Como t_s es constante, no se altera la expresión anterior si se mete dentro del diferencial:

Además, el diferencial de área, al ser el diámetro constante, se puede expresar de la siguiente manera: $dA_s = \pi \cdot D \cdot dx$. De esta forma, la expresión anterior queda:

$$\dot{m} \cdot c_p \cdot d(t - t_s) = -h \cdot (t - t_s) \cdot \pi \cdot D \cdot dx$$

Reordenando:

$$\frac{d(t-t_s)}{(t-t_s)} = -\frac{h \cdot \pi \cdot D \cdot dx}{\dot{m} \cdot c_p}$$

Integrando a lo largo de coordenada *x*:

$$ln\left(\frac{t_o - t_s}{t_i - t_s}\right) = -\frac{h \cdot \pi \cdot D \cdot dx}{\dot{m} \cdot c_p}$$

Despejando t_o:

$$t_o = t_s + (t_i - t_s) \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot A_s}{\dot{m} \cdot c_p}\right)$$

Sustituyendo:

$$t_o = 0 + (20) \cdot \exp\left(-\frac{15.56 \cdot 235.62}{65.4 \cdot 1880}\right) = 19.41ºC$$

Luego la suposición de que la temperatura permanece constante es correcta.

Problema 2

Agua a 110 ºC:

$$\rho = 950.45\ {}^{kg}/_{m^3}$$

$$\mu = 0.25715 \cdot 10^{-3}\ {}^{kg}/_{m \cdot s}$$

$$Pr = 1.6$$

$$k = 0.6804\ {}^{W}/_{m \cdot ºC}$$

Agua a 60 ºC:

$$\rho = 983.1\ {}^{kg}/_{m^3}$$

$$\mu = 0.4668 \cdot 10^{-3}\ {}^{kg}/_{m \cdot s}$$

$$Pr = 3$$

$$k = 0.6507\ {}^{W}/_{m \cdot ºC}$$

Diámetro equivalente:

$$D_{eq} = D_2 - D_1 = 24 \cdot 10^{-3}\, m$$

Conductividad del hierro forjado:

De las tablas:

$$k_{85} = 74.06\, {}^{W}/_{m \cdot ºC}$$

La fórmula del calor que nos piden es:

$$\dot{Q}/_{L} = \frac{2\pi \cdot (t_i - t_o)}{\frac{1}{r_i \cdot h_i} + \frac{ln\left({}^{r_o}/_{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{r_o \cdot h_o}}$$

Cálculo de h_i:

$$Re_{D_i} = \frac{950.45 \cdot 2 \cdot 24 \cdot 10^{-3}}{0.25715 \cdot 10^{-3}} = 177412.405$$

$$Nu_{D_i} = 0.023 \cdot {Re_{D_i}}^{0.8} \cdot Pr^{0.3} = 0.023 \cdot 177412.405^{0.8} \cdot 1.6^{0.3} = 418.93 \rightarrow h_i = 11876.66\, {}^{W}/_{m^2 \cdot ºC}$$

Cálculo de h_o:

$$Re_{D_e} = \frac{983.1 \cdot 1 \cdot 24 \cdot 10^{-3}}{0.4668 \cdot 10^{-3}} = 50544.99$$

$$Nu_{D_e} = 0.023 \cdot {Re_{D_e}}^{0.8} \cdot Pr^{0.3} = 0.023 \cdot 50544.99^{0.8} \cdot 3^{0.4} = 206.78 \rightarrow h_e = 5606.45\, {}^{W}/_{m^2 \cdot ºC}$$

$$\dot{Q}/_{L} = \frac{2\pi \cdot (110 - 60)}{\frac{1}{12 \cdot 10^{-3} \cdot 11876.66} + \frac{ln\left({}^{15}/_{12}\right)}{74.06} + \frac{1}{15 \cdot 10^{-3} \cdot 5606.45}} = \mathbf{14331.66}\, {}^{\boldsymbol{W}}/_{\boldsymbol{m}}$$

Problema 3

h = 28.91 W/m²/°C

Problema 4

h = 2667.7 W/m²/°C

Problema 5

$h = 7.28\ W/m^2/°C$

Problema 6

$h = 4.37\ W/m^2/°C$

Problema 7

$$\frac{\dot{q}}{L} = 44.64 \frac{W}{m}$$

Problema 8

$h = 5.182\ W/m^2/°C$

Tema 4

Transmisión de calor en los cambios de estado: condensación y ebullición

María José Montes Pita
Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Introducción.
2. Conceptos básicos de transmisión de calor en la condensación y en la ebullición.
   2.1. Números adimensionales utilizados.
   2.2. Modos de condensación: condensación en película y condensación por gotas.
   2.3. Modos de ebullición: ebullición en estanque o en alberca y ebullición en convección forzada.
3. Correlaciones para la transferencia de calor en la condensación en película.
   3.1. Condensación en película sobre placas verticales y cilindros verticales.
   3.2. Condensación en película sobre placa horizontal.
   3.3. Condensación en película en el exterior de cilindros horizontales.
4. Correlaciones para la transferencia de calor en la ebullición en estanque o en alberca.
   4.1. Ebullición nucleada.
   4.2. Ebullición en película sobre esferas o cilindros horizontales.
5. Ejercicios de autocomprobación.
6. Solución a los ejercicios de autocomprobación.

Tema 4
TRANSMISIÓN DE CALOR EN LOS CAMBIOS DE ESTADO: CONDENSACIÓN Y EBULLICIÓN

1. INTRODUCCIÓN

En todos los procesos de transmisión de calor por convección analizados en el capítulo anterior, el fluido permanecía en una única fase. En este capítulo se van a estudiar los procesos de convección en los que el fluido cambia de fase; en concreto, la condensación y la ebullición, es decir, cambios de fase líquido-gas. Los cambios de fase sólido-gas y sólido-líquido, aunque son importantes, tienen una aplicación industrial más reducida (los primeros se utilizan por ejemplo como protección térmica en aplicaciones aeroespaciales; los segundos en almacenamientos térmicos, fundamentalmente).

Los cambios de fase se incluyen dentro de la transmisión de calor por convección porque implican movimiento de un fluido. Ese movimiento está motivado por las fuerzas de empuje debido a la diferencia de densidad entre las dos fases: $g \cdot (\rho_l - \rho_v)$. Existen además otros dos parámetros importantes que caracterizan la condensación y ebullición: el calor latente de vaporización/condensación (h_{lv}) y la tensión superficial σ en la interfaz líquido-vapor. Estos efectos combinados son la causa de que los coeficientes de película sean mucho mayores en procesos con cambio de fase que sin él, aun cuando en condiciones de equilibrio la temperatura sea aproximadamente constante si la presión se mantiene constante.

Como aplicaciones industriales en las que se emplean los cambios de fase que se van a estudiar, puede citarse la ebullición en las calderas de combustible fósil, en los generadores de vapor de una central nuclear y en algunos receptores de colectores solares de alta temperatura; los condensadores de proceso y los condensadores de los ciclos de potencia; los condensadores y evaporadores en los ciclos de refrigeración por compresión mecánica; y un largo etcétera.

El capítulo comienza con conceptos generales, números adimensionales utilizados y distintos tipos de condensación y ebullición, para luego centrarse en las

correlaciones utilizadas para los casos más comunes: condensación en película laminar y turbulenta sobre placa/cilindro vertical, condensación en película sobre placa horizontal y condensación en película sobre cilindro horizontal; ebullición en estanque nucleada y ebullición en estanque en película sobre esferas o cilindros horizontales.

Palabras clave: condensación en película, condensación por gotas, ebullición en estanque, ebullición en convección forzada.

2. CONCEPTOS BÁSICOS DE TRANSMISIÓN DE CALOR EN LA CONDENSACIÓN Y EN LA EBULLICIÓN

Al hablar en el tema anterior de la convección ya se vio que las ecuaciones que modelan los fenómenos físicos que ocurren en la capa límite de un fluido son complicadas y no se pueden resolver analíticamente en multitud de ocasiones. Si a la complejidad de la transmisión de calor por convección se une la de un cambio de fase, el alumno puede imaginar que el sistema de ecuaciones resultante es prácticamente irresoluble de forma analítica, teniendo que recurrir a métodos numéricos.

De forma similar al tema anterior, se va a presentar una expresión adimensional del problema que permite introducir las correlaciones empíricas utilizadas en la transmisión de calor durante la condensación y ebullición.

2.1. Ecuaciones y números adimensionales utilizados en la condensación y ebullición

De forma general, puede decirse que el coeficiente de transmisión de calor por convección en la condensación y en la ebullición depende de la diferencia de temperaturas entre la superficie y la temperatura de saturación, $|t_{sat} - t_s|$, el calor latente de vaporización h_{lv}, el empuje del cuerpo debido a la diferencia de densidades entre fases, $g \cdot (\rho_l - \rho_v)$ la tensión superficial líquido-vapor, σ, una longitud característica L_c, y las propiedades termofísicas del líquido o del vapor: ρ, c_p, k, μ:

$$h = f\left(|t_{sat} - t_s|, h_{lv}, g \cdot (\rho_l - \rho_v), \sigma, L_c, \rho, c_p, k, \mu\right) \tag{4.1}$$

El número de variables de las que depende el problema puede reducirse si se recurre a variables adimensionales:

$$Nu = f\left(\frac{\rho \cdot g \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot L_c^3}{\mu^2}, Ja, Pr, Bo\right) \tag{4.2}$$

El número de Nusselt y el número de Prandtl ya se explicaron en el capítulo anterior, pero se ponen de nuevo a modo de recordatorio. Como se aprecia en la expresión (4.2), existe además un número adimensional que no tiene un nombre característico y que representa, como el número de Grashof, la relación entre las fuerzas de empuje y las viscosas.

2.1.1. Número de Nusselt

Como se dijo en el tema anterior, el número de Nusselt es la expresión adimensional del coeficiente de transmisión de calor por convección.

$$Nu = \frac{h \cdot L_c}{k} \tag{3.3 bis}$$

k (*W/m/ºC*): es la conductividad térmica del fluido. Es importante llamar la atención sobre la fase a la que se refiere esta conductividad:

- En condensación, la conductividad es la conductividad del líquido: k_l
- En ebullición, la conductividad es la conductividad del vapor: k_v

L_c (*m*): es la longitud característica, cuyo valor depende de la geometría de la superficie y del movimiento relativo del fluido respecto a la superficie.

2.1.2. Número de Prandtl

El número de Prandtl es un número adimensional que representa la relación entre la difusión de la cantidad de movimiento y la difusión del calor en la capa límite de un fluido viscoso:

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \tag{3.34 bis}$$

Donde:

μ *(Pa·s)* o bien (*kg/m/s*): es la viscosidad dinámica del fluido.

c_p (*J/kg/ºC*)*:* es el calor específico del fluido.

k (*W/m/ºC*)*:* es la conductividad del fluido.

α (m^2/s) es la difusividad térmica:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} \tag{1.15 bis}$$

ν (m^2/s) es la viscosidad cinemática:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1.21 bis}$$

2.1.3. Número de Jakob

El número de Jakob es un número adimensional que representa una medida de la magnitud relativa del subenfriamiento de la película de condensado o sobrecalentamiento del vapor respecto al calor latente absorbido durante el cambio de fase líquido-vapor.

$$Ja = \frac{c_p \cdot (|t_{sat} - t_s|)}{h_{lv}} \tag{4.3}$$

En general, el número de Jakob es muy pequeño, porque el calor sensible es mucho menor que el calor latente absorbido durante el cambio de fase.

2.1.4. Número de Bond

El número de Bond es un número adimensional que representa la razón de las fuerzas de empuje respecto a la tensión superficial.

$$Bo = \frac{g \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot L_c^2}{\sigma} \tag{4.4}$$

2.2. Modos de condensación: condensación por gotas y condensación en película

La condensación tiene lugar cuando la temperatura de un vapor a una presión dada disminuye por debajo de su temperatura saturación.

Aunque existe condensación por contacto directo (neblina formada por las gotas de condensado suspendidas en la fase gaseosa), la condensación habitual a nivel industrial es la condensación superficial, en la que una superficie, a temperatura inferior a la temperatura de saturación, entra en contacto con un vapor, que al condensarse libera un calor latente que es absorbido por la superficie.

Dentro de la condensación superficial se distingue entre:

— **Condensación por gotas:** el líquido condensado se presenta en forma de pequeñas gotas individuales que van aumentando en cantidad y tamaño según avanza el proceso de la condensación, hasta que se deslizan sobre la superficie por efecto de la gravedad.
  Este tipo de condensación se da un superficies muy pulidas o en superficies que han sido tratadas (por ejemplo con un ácido graso) para evitar el humedecimiento.
  Normalmente, en superficies limpias se produce la condensación en película, que se describe a continuación.

— **Condensación en película:** un vapor, relativamente libre de impurezas, se condensa sobre una superficie limpia formando una película continua que cubre toda la superficie y va aumentando su grosor al ir bajando (por efecto de la gravedad).

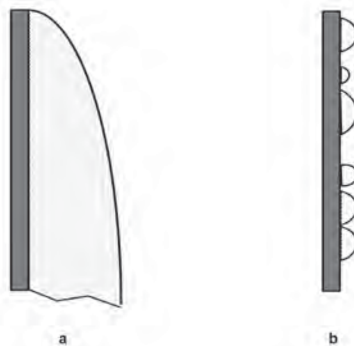


Figura 4.1. Modos de condensación. a. Condensación en película. b. Condensación en gotas.

El coeficiente de transmisión de calor por convección es mayor en la condensación en gotas que en la condensación en película, ya que, en este último caso, las partículas de líquido que bañan la superficie dificultan la transmisión de calor. La resistencia térmica es mayor en este caso que en el caso de condensación por gotas, en la que queda más superficie libre.

$$h_{gotas}\left(\cong 300\,000\ {}^{W}/_{m^2\,\cdot\,{}^{\underline{o}}C}\right) > h_{película}\left(\cong 5\,000 \div 100\,000\ {}^{W}/_{m^2\,\cdot\,{}^{\underline{o}}C}\right)$$

Sin embargo la condensación en gotas es difícil de aplicar y mantener a nivel industrial, por lo que, aunque supondría un ahorro considerable, en la mayoría de las aplicaciones se emplea condensación en película.

2.3. Modos de ebullición: ebullición en estanque o en alberca y ebullición en convección forzada

La evaporación tiene lugar cuando la temperatura de un líquido a una presión dada aumenta por encima de su temperatura saturación. En la superficie de un líquido expuesto al ambiente se puede producir evaporación cuando la temperatura del líquido es superior a la de evaporación a presión ambiente.

La ebullición es el proceso de evaporación que tiene lugar en una interfaz sólido-líquido y ocurre cuando la temperatura de la superficie t_s excede la temperatura de saturación t_{sat}.

El proceso de ebullición se caracteriza por la formación de burbujas de vapor en la superficie del sólido, que crecen y posteriormente se separan de la superficie, induciendo un movimiento del fluido cerca de la misma y, por tanto, afectando a la transmisión de calor.

Además del movimiento motivado por el crecimiento y separación de las burbujas, el líquido que sufre ebullición puede estar o no en reposo. Según esto, se distinguen dos modos de ebullición:

- Ebullición en estanque o en alberca: el líquido está en reposo y el movimiento del fluido se debe a la diferencia de densidades y a la formación de burbujas.
- Ebullición en convección forzada: el movimiento del líquido es inducido por medios externos, así como por la diferencia de densidades y la formación de burbujas.

3. CORRELACIONES PARA LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN LA CONDENSACIÓN EN PELÍCULA

3.1. Condensación en película sobre placas verticales y cilindros verticales

Las correlaciones de este apartado 3.1 son válidas para placas verticales y también para cilindros verticales, siempre que el espesor de la película sea bastante pequeño en comparación con el radio del cilindro:

$$\delta_{película\ condensado} \ll r_{cilindro}$$

Las correlaciones en función del número de Nusselt son iguales para ambos casos, ya que la longitud característica es la misma: la longitud (altura) de la placa o del cilindro.

Sí que varían algunas de las definiciones previas dependiendo de si tenemos una placa vertical o un cilindro, como se va a ver a continuación.

3.1.1. Definiciones previas en la condensación en película sobre placas verticales/ cilindros verticales

Se considera la condensación en película sobre una placa vertical, según se muestra en la figura 4.2. El modo de proceder es válido también para cilindros verticales, con algunas diferencias que serán indicadas en su momento.

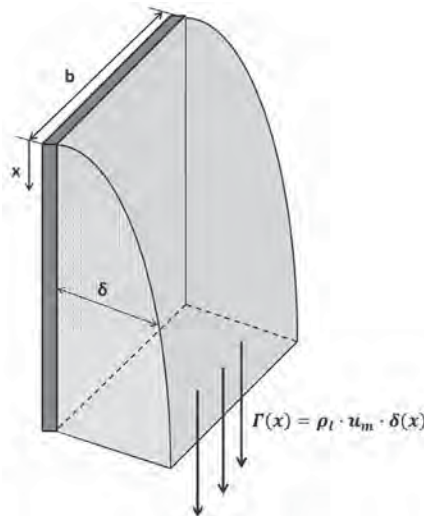


Figura 4.2. Condensación en película para una placa vertical de ancho b.

Las definiciones que se exponen a continuación se pueden deducir de una manera relativamente sencilla, adoptando las siguientes **simplificaciones de Nusselt**:

1. El flujo es laminar, sin intercambio de masa en dirección perpendicular al movimiento vertical del fluido y las propiedades del fluido son constantes en toda la película líquida.
2. El vapor es puro y no está sobrecalentado, con lo que se evita la transmisión de calor a través de la interfaz líquido-vapor por conducción.
3. No existe esfuerzo cortante en la interfaz líquido-vapor:

$$\tau = -\mu \cdot \frac{\partial u_x}{\partial y}\bigg]_{y=\delta} = 0$$

   Las hipótesis 2 y 3 hacen que no sea necesario considerar las capas límites de velocidad y térmica en la zona del vapor cercana a la interfaz líquido-vapor.

4. La distribución de temperaturas en el líquido es lineal, como corresponde a la transmisión de calor por conducción pura.
5. La película se mueve tan lentamente que se pueden despreciar las fuerzas de inercia.
   Se presentan a continuación 5 definiciones que tienen por objeto llegar a la expresión del número de Reynolds máximo de la película de condensado que establece la frontera entre flujo laminar y turbulento.

1. *Flujo de masa de condensado/velocidad total de condensación para una placa/cilindro vertical:*

De acuerdo con la figura 4.2 y teniendo en cuenta la ley de conservación de masa, se puede escribir:

a) Para placas planas verticales:

$$\dot{m} = \rho_l \cdot u_m \cdot b \cdot \delta(x) \tag{4.5}$$

b) Para cilindros verticales:

$$\dot{m} = \rho_l \cdot u_m \cdot \pi \cdot D \cdot \delta(x) \qquad (4.5\ \text{bis})$$

Donde:

ρ_l (kg/m^3): es la densidad de la fase líquida.

u_m (m/s): es la velocidad promedio en la película.

b (m): es el ancho de la placa.

D (m): es el diámetro del cilindro.

δ (m): es el espesor de película de condensado.

Aplicando la ley de enfriamiento de Newton, supuesto conocido el coeficiente de transmisión de calor por convección para la fase líquida (que se obtiene mediante las correlaciones del número de Nusselt que se van a ver más adelante en este apartado):

$$\dot{q} = h_L \cdot A \cdot (t_{sat} - t_s) \qquad (4.6)$$

Por lo que la velocidad total de condensación (ecuación 4.5) se puede expresar también como:

$$\dot{m} = \frac{\dot{q}}{h_{lv}} = \frac{h_L \cdot A \cdot (t_{sat} - t_s)}{h_{lv}} \qquad (4.7)$$

Al contrario de la ecuación (4.5), esta ecuación (4.7) es aplicable a cualquier geometría superficial, aunque la forma de h_L variará de acuerdo con la geometría y las condiciones de flujo.

2. *Flujo de masa de condensado por unidad de ancho, $\Gamma(x)$, para una placa o cilindro vertical:*

a) Para placa plana vertical:

$$\Gamma(x) = \frac{\dot{m}}{b} = \rho_l \cdot u_m \cdot \delta(x) \qquad (4.8)$$

b) Para cilindro vertical:

$$\Gamma(x) = \frac{\dot{m}}{\pi \cdot D} = \rho_l \cdot u_m \cdot \delta(x) \quad (4.8 \text{ bis})$$

El flujo de masa de condensado por unidad de ancho máximo corresponderá al caudal de condensado total:

a) Para placa plana vertical:

$$\Gamma_{máx}(x) = \frac{\dot{m}_{total}}{b} = \frac{\dot{q}}{h_{lv} \cdot b} = \frac{h \cdot L \cdot b \cdot (t_{sat} - t_s)}{h_{lv} \cdot b} = \frac{h \cdot L \cdot (t_{sat} - t_s)}{h_{lv} \cdot b} \quad (4.9)$$

b) Para cilindro vertical:

$$\Gamma_{máx}(x) = \frac{\dot{m}_{total}}{\pi \cdot D} = \frac{\dot{q}}{h_{lv} \cdot \pi \cdot D} = \frac{h \cdot L \cdot \pi \cdot D \cdot (t_{sat} - t_s)}{h_{lv} \cdot \pi \cdot D} = \frac{h \cdot L \cdot (t_{sat} - t_s)}{h_{lv} \cdot b}$$

(4.9 bis)

3. *Espesor de la capa límite de condensado para una coordenada x cualquiera δ(x), para placa plana vertical:*

A partir del balance de energía a la película de condensado, se demuestra que el espesor de dicha película es igual a:

$$\delta(x) = \left[\frac{4 \cdot k_l \cdot \mu_l \cdot (t_{sat} - t_s)]_x \quad \cdot x}{g' \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot h_{lv}}\right]^{1/4} \quad (4.10)$$

Donde:

k_l *(W/m/ºC):* es la conductividad de la fase líquida.

μ_l (*Pa·s*) o bien (*kg/m/s*): es la viscosidad dinámica de la fase líquida.

t_{sat} *(ºC):* es la temperatura de saturación.

t_s *(ºC):* es la temperatura de la superficie.

x (m): es la coordenada de la superficie (ver figura 4.2).

$$g' = g \cdot \cos\theta$$

siendo θ = ángulo con la vertical.

(**Nota**: para placas verticales, $\theta = 0$ y $g' = g$)

g = 9.8 m/s²: es la aceleración de la gravedad.

ρ_l (kg/m^3): es la densidad de la fase líquida.

ρ_v (kg/m^3): es la densidad de la fase vapor.

h_{lv} (J/kg): es el calor latente de vaporización.

4. *Número de Reynolds local en la película de condensado*

El Reynolds que se toma como referencia para la condensación se calcula considerando como longitud característica el espesor de la película de condensado $\delta\ (x)$:

a) Para placa plana vertical

$$Re_\delta \equiv \frac{4 \cdot \Gamma(x)}{\mu_l} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\mu_l \cdot b} \qquad (4.11)$$

b) Para cilindro vertical

$$Re_\delta \equiv \frac{4 \cdot \Gamma(x)}{\mu_l} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\mu_l \cdot \pi \cdot D} \qquad (4.11\ \text{bis})$$

Teniendo en cuenta la ecuación (4.5):

$$Re_\delta = \frac{4 \cdot \rho_l \cdot u_m \cdot \delta(x)}{\mu_l} \qquad (4.11\ \text{bis})$$

O bien, teniendo en cuenta la ecuación (4.7):

$$Re_\delta = \frac{4 \cdot h_L \cdot (t_{sat} - t_s) \cdot \delta(x)}{\mu_l \cdot h_{lv}} \qquad (4.11\ \text{bis})$$

5. Número de Reynolds máximo en la película de condensado.

Tanto $\Gamma(x)$ como Re_Γ tienen valores mayores en el extremo inferior de la superficie de condensación. Puesto que toda la masa condensada debe pasar por el extremo inferior, se puede escribir también, para una altura total de placa/cilindro L con un coeficiente medio de transmisión calorífica h:

$$Re_{\Gamma max} = \frac{4 \cdot \Gamma_{max}}{\mu_l} = \frac{4 \cdot h_l \cdot (t_{sat} - t_s) \cdot L}{\mu_l \cdot h_{lv}} \tag{4.12}$$

La ecuación (4.12) es válida tanto para placas como para cilindros verticales (siempre que $\delta \ll r$)

donde:

h_l ($W/m^2/°C$): coeficiente de película de la fase líquida.

μ_l ($Pa{\cdot}s$): viscosidad dinámica de la fase líquida.

t_{sat} ($°C$): temperatura de saturación.

t_s ($°C$): temperatura de la superficie.

h_{lv} (J/kg): calor latente de vaporización.

L (m): Altura total de la placa/cilindro.

Se demuestra que la transición entre flujo laminar y turbulento sucede para:

$$Re_{\Gamma max} \sim 1800$$

3.1.2. Régimen laminar

La correlación empleada en este caso es la correlación de Rohsenow, que se expone a continuación.

Correlación de Rohsenow:

$$Nu_L = \frac{h_l \cdot L}{k_l} = 1.13 \cdot \left[\frac{g' \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot h'_{lv} \cdot L^3}{\mu_l \cdot k_l \cdot (t_{sat} - t_s)}\right]^{1/4} \tag{4.13}$$

donde:

$$g' = g \cdot \cos\theta$$

siendo θ = ángulo con la vertical.

(**Nota**: para placas verticales, $\theta = 0$ y $g' = g$)

g = 9.8 m/s^2: es la aceleración de la gravedad.

$$h_{lv}' = h_{lv} \cdot (1 + 0.68 \cdot Ja)$$

h_{lv} (*J/kg*): es el calor latente de vaporización.

Ja: es el número de Jacob (definido al inicio del capítulo)

ρ_l (*kg/m*^{3}): es la densidad de la fase líquida.

ρ_v (*kg/m*^{3}): es la densidad de la fase vapor.

μ_l (*Pa·s*): es la viscosidad dinámica de la fase líquida.

k_l (*W/m/ºC*): es la conductividad de la fase líquida.

t_{sat} (*ºC*): es la temperatura de saturación.

t_s (*ºC*): es la temperatura de la superficie.

L (m): es la altura total de la placa/cilindro.

Evaluación propiedades:

— Las propiedades del líquido se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_{sat} + t_s}{2}$$

— h_{lv} y ρ_v se evalúan a la temperatura de saturación t_{sat}

Condiciones de aplicación:

— Válido para placas planas verticales o para cilindros verticales.
— $Re_{\Gamma \text{máx}} \leq 1800$
— $Pr > 0.5$
— $Ja < 1.0$

3.1.3. Régimen turbulento

En este caso se emplea la siguiente correlación:

Correlación de Kirkbride:

$$Nu_L = \frac{h_l \cdot L}{k_l} = 0.0077 \cdot \left[\frac{g' \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot L^3}{{\mu_l}^2}\right]^{1/3} \cdot {Re_{\Gamma máx}}^{0.4} \qquad (4.14)$$

donde:

$g' = g \cdot \cos\theta$

siendo θ = ángulo con la vertical.

(**Nota**: para placas verticales, $\theta = 0$ y $g' = g$)

g = 9.8 m/s^2: es la aceleración de la gravedad.

ρ_l (kg/m^3): es la densidad de la fase líquida.

ρ_v (kg/m^3): es la densidad de la fase vapor.

μ_l ($Pa{\cdot}s$): es la viscosidad dinámica de la fase líquida.

k_l ($W/m/ºC$): es la conductividad de la fase líquida.

L *(m)*: es la altura total de la placa/cilindro.

$Re_{\Gamma max}$: es el número de Reynolds máximo en la película de condensado (definido anteriormente)

Evaluación propiedades:

— Las propiedades del líquido se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_{sat} + t_s}{2}$$

— ρ_v se evalúa a la temperatura de saturación t_{sat}

Condiciones de aplicación:

— Válido para placas planas verticales o para cilindros verticales.
— $Re \geq 1800$
— $Pr > 0.5$

3.2. Condensación en película sobre placa horizontal

La correlación empleada en este caso es la siguiente:

Correlación de Clifton y Chapman

$$Nu_L = \frac{h_l \cdot L}{k_l} = 2.43 \cdot \left[\frac{g \cdot \rho_l \cdot h_{lv} \cdot L^3}{\mu_l \cdot k_l \cdot (t_{sat} - t_s)}\right]^{1/3} \cdot f\left(\frac{Ja}{Pr}\right) \qquad (4.15)$$

Donde:

g = 9.8 m/s^2: es la aceleración de la gravedad.

ρ_l (*kg/m*^{3}): es la densidad de la fase líquida.

ρ_v (*kg/m*^{3}): es la densidad de la fase vapor.

μ_l (*Pa·s*): es la viscosidad dinámica de la fase líquida.

k_l (*W/m/ºC*): es la conductividad de la fase líquida.

L (m): es la longitud característica.

h_{lv} (*J/kg*): es el calor latente de vaporización.

$f\left(\frac{Ja}{Pr}\right)$ es una función muy compleja cuyos valores se tabulan en la siguiente tabla, en función del cociente *Ja/Pr*:

Tabla 4.1. Tabulación de la función $f\left(\frac{Ja}{Pr}\right)$ de acuerdo con el valor del cociente Ja/Pr

$\frac{Ja}{Pr} = \frac{k_l \cdot (T_{sat} - T_s)}{\mu_l \cdot h_{lv}}$	$f\left(\frac{Ja}{Pr}\right)$
0.176	0.329
0.381	0.322
0.698	0.320
2.27	0.285
4.08	0.264

Evaluación propiedades:

— Todas las propiedades del líquido se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_{sat} + t_s}{2}$$

— h_{lv} se evalúa a la temperatura de saturación t_{sat}

Condiciones de aplicación:

— $Re_L \leq 3600$
— $Pr > 0.5$
— $Ja < 1$

3.3. Condensación en película en el exterior de esferas y cilindros horizontales

La correlación empleada para la condensación en película en el exterior de esferas y cilindros horizontales es la siguiente:

Correlación de Chen:

$$Nu_D = \frac{h_l \cdot D}{k_l} = \mathrm{C} \cdot \left[\frac{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot h'_{lv} \cdot D^3}{N \cdot \mu_l \cdot k_l \cdot (T_{sat} - T_s)}\right]^{1/4} \tag{4.16}$$

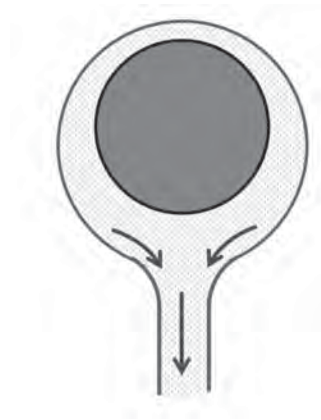


Figura 4.3. Condensación en película en una esfera o en un cilindro horizontal.

Donde:

C: es una constante cuyo valor es:

C = 0.728 para cilindros horizontales.

C = 0.826 para esferas.

g = 9.8 m/s^2: es la aceleración de la gravedad.

$h_{lv}' = h_{lv} \cdot (1 + 0.68 \cdot Ja)$

h_{lv} (*J/kg*): es el calor latente de vaporización.

Ja: es el número de Jacob (definido al inicio del capítulo).

ρ_l (*kg/m*^{3}): es la densidad de la fase líquida.

ρ_v (*kg/m*^{3}): es la densidad de la fase vapor.

μ_l (*Pa·s*) o bien (*kg/m/s*): es la viscosidad dinámica de la fase líquida.

k_l (*W/m/ºC*): es la conductividad de la fase líquida.

t_{sat} (*ºC*): es la temperatura de saturación.

t_s (*ºC*): es la temperatura de la superficie.

D (m): es el diámetro del (de los) tubo(s) o de la esfera.

N: es el número medio de tubos en la misma vertical.

Evaluación propiedades:

— Las propiedades del líquido se evalúan a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_{sat} + t_s}{2}$$

— h_{lv} y ρ_v se evalúan a la temperatura de saturación t_{sat}

Condiciones de aplicación:

— Válido para régimen laminar y para laminar y turbulento: $Re \leq 3600$
— $Pr > 0.5$
— $Ja < 1.0$

4. CORRELACIONES PARA LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN LA EBULLICIÓN EN ESTANQUE O DE ALBERCA

Como se vio en el punto 2.3, los procesos de ebullición llevan asociados una dinámica de burbujas de vapor. Con objeto de entender mejor los fenoménos físicos que acompañan a la ebullición en estanque, se va a proceder a exponer algunas características de la mecánica y termodinámica de las burbujas.

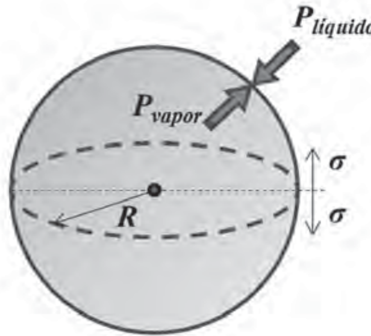


Figura 4.4. Fuerzas que actúan sobre una burbuja de vapor en el seno de un líquido.

En la figura 4.4 se ha representado una burbuja de vapor con las fuerzas que actúan sobre ella. El equilibro de fuerzas en el plano ecuatorial de la burbuja se expresa de la siguiente forma:

$$\pi \cdot R^2 \cdot (P_v - P_l) = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \rightarrow P_v - P_l = \frac{2\sigma}{R} \tag{4.18}$$

Donde:

P_v (N/m^2): es la presión de vapor en el interior de la burbuja.

P_l (N/m^2): es la presión del líquido que rodea a la burbuja.

σ (N/m): es la tensión superficial que actúa en la interfase líquido-vapor.

Como se observa en la ecuación (4.18):

Si $P_v > P_l$ la burbuja tiende a aumentar su tamaño.

Si $P_v < P_l$ la burbuja se rompe (implosión).

Como se observa también en la ecuación (4.18), para que se forme una burbuja de radio pequeño es necesario que la presión de vapor sea mucho mayor que

la presión del líquido. Ésta es la explicación de que las burbujas se formen en las irregularidades de la superficie sólida calefactora.

Se puede extraer otra conclusión importante de la ecuación (4.18); si consideramos que la temperatura del líquido es la temperatura de saturación a la presión P_1, se tendría que: $T_v > T_l$. En tal caso se produciría una transmisión de calor por conducción en la interfase de la burbuja, el vapor perdería calor y tendería a condensarse, y la burbuja se rompería. Para que esto no suceda se tiene que cumplir que $T_l > T_v$. Y esa condición sólo se puede cumplir si el líquido está ligeramente sobrecalentado, es decir, su temperatura es superior a la correspondiente a la presión del líquido, que en general suele ser la presión ambiente. En la ebullición del agua, el sobrecalentamiento del líquido es del orden de 0.5ºC a 8ºC.

4.1. Regímenes de la ebullición en estanque

Para introducir los diferentes modos de ebullición en estanque, se va a considerar la ebullición de agua en reposo, sometida a presión ambiente y calentada por debajo por una superficie horizontal. Mientras que la temperatura del agua no supera la temperatura de saturación a la presión ambiente, la ebullición en estanque es subenfriada. En este caso, las burbujas formadas en la superficie se vuelven a condensar en el líquido. Cuando la temperatura del agua iguala o excede ligeramente la de saturación, la ebullición en estanque es saturada. En ambos casos, el flujo de calor a través de la superficie de calentamiento es una función compleja de la diferencia de temperatura entre la superficie y la temperatura de saturación, tal y como se aprecia en la figura 4.5.

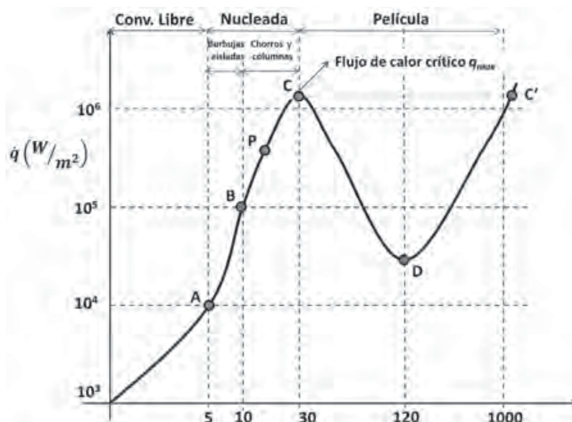


Figura 4.5. Curva típica de ebullición en estanque para el agua a la presión atmósferica.

Aunque los valores concretos que aparecen en la figura 4.5 están referidos al agua a presión ambiente, la forma de la curva es similar para otros líquidos y otras presiones, distinguiéndose los mismos regímenes que ebullición que se van a describir a continuación.

Zona I: ebullición por convección libre

La ebullición por convección libre se produce cuando la diferencia de temperatura entre la superficie y saturación es menor o igual a 5°C, aproximadamente:

$$\Delta t = (t_s - t_{sat}) \leq 5^{\underline{o}}\mathrm{C}$$

El líquido está ligeramente sobrecalentado, pero la presión que hay impide la formación de burbujas. Por estar el líquido en reposo, el calor se transmite por **convección libre** desde la superficie hasta la masa del líquido.

Sin embargo, el flujo de calor es bastante superior al que correspondería a convección libre monofásica; de acuerdo con la figura 4.5, el orden de magnitud del flujo de calor bifásico oscila entre 10^3 y 10^4 W/m^2, para una diferencia de temperaturas del orden de 5 °C. De acuerdo con la ecuación (3.55) del capítulo 3, correspondiente a la convección libre alrededor de placas horizontales, el coeficiente de convección debería ser, como mucho, proporcional a $\Delta t^{1/3}$, con lo que el flujo de calor monofásico sería proporcional a $\Delta t^{5/3}$.

Zona II: ebullición nucleada

Este régimen corresponde a una diferencia de temperatura entre superficie y saturación entre 5 °C y 30 °C:

$$\Delta t = (t_s - t_{sat}) \approx (5 - 30)^{\underline{o}}\mathrm{C}$$

Se distinguen a su vez dos zonas:

— *Del punto A al punto B: zona de burbujas asiladas*

La diferencia de temperatura entre superficie y saturación suele oscilar entre los 5 °C y los 10 °C:

$$\Delta t \approx (5 - 10)^{\underline{o}}\mathrm{C}$$

En esta zona aparecen burbujas aisladas en las rugosidades de la superficie. El punto de inicio de dicho burbujeo se denomina *inicio de la ebullición nucleada* (ONB; por sus siglas en inglés). Dichas burbujas tienden a subir, pero en un principio se vuelven a condensar en la masa del líquido dando lugar a una ebullición subenfriada.

Según aumenta la temperatura de la superficie, aumenta el número de burbujas que además ya llegan hasta la superficie libre del líquido para desprender vapor. Esta formación de burbujas favorece el movimiento del líquido en la zona próxima a la superficie. El líquido es mejor conductor del calor que el vapor, por lo que la mayor parte de la transmisión calorífica se produce desde la superficie hasta el líquido, y de éste al vapor de la burbuja, antes que desde la superficie directamente al vapor. El flujo de calor en esta zona oscila entre 10^4 y 10^5 W/m^2.

— *Del punto B al punto C: zona de chorros o columnas de vapor*

La diferencia de temperatura entre superficie y saturación suele oscilar entre los 10 °C y los 30 °C:

$$\Delta t \approx (10 - 30)ºC$$

Conforme aumenta la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido ($\Delta t > 10°\ C$), el gran número de burbujas puede ocasionar fusión entre ellas y obstaculizar el movimiento del líquido cerca de la superficie. El vapor se escapa de la superficie calefactora por chorros o columnas. Según se observa en la figura 4.5 se llega a un punto de inflexión P en el que la pendiente de la curva del flujo calorífico comienza a disminuir hasta llegar a un máximo, el punto C, por encima de 10^6 W/m^2, denominado *flujo calorífico crítico* o *crisis de ebullición* (DNB, *Departure of Nucleate Boiling*).

Zona III: ebullición en película

— *Del punto C al punto D: ebullición en película parcial (zona inestable)*

La diferencia de temperatura correspondiente a esta zona oscila entre 30 °C y 120 °C:

$$\Delta t \approx (30 - 120)ºC$$

A medida que el vapor baña más superficie, la transmisión de calor baja porque el vapor es peor conductor que el líquido. Esta zona es una zona inestable porque en cualquier punto de la superficie las condiciones pueden oscilar entre las de ebullición nucleada y las de ebullición en película.

— *Del punto D en adelante*

La última zona corresponde a temperaturas superiores a 120 °C:

$$\Delta t \geq 120\text{ºC}$$

El punto D es un punto de flujo calorífico mínimo. La superficie está totalmente recubierta de vapor y la transferencia de calor de la superficie al líquido ocurre por conducción a través del vapor.

A partir de dicho punto, el flujo de calor tiende a aumentar porque las diferencias de temperatura son tales que los efectos de transmisión de calor por radiación son importantes.

Visto el proceso de la ebullición en estanque, se procede a exponer las principales correlaciones usadas para este tipo de ebullición.

4.1. Flujo de calor en la zona de ebullición nucleada

Para calcular el flujo de calor en la zona de ebullición nucleada se emplea la correlación de Rohsenow:

Correlación de Rohsenow

$$q'' = \frac{q}{A} = \mu_l \cdot h_{lv} \cdot \left[\frac{g \cdot (\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2} \cdot \left[\frac{c_{p_l} \cdot (t_{sat} - t_s)}{C_{sf} \cdot h_{lv} \cdot {Pr_l}^s}\right]^3 \qquad (4.19)$$

s = 1.0 para el agua, s = 1.7 para otros líquidos

Donde:

μ_l (*Pa·s*) o bien (*kg/m/s*): es la viscosidad dinámica de la fase líquida.

h_{lv} (*J/kg*): es la calor latente de vaporización.

g = 9.8 m/s^2: es la aceleración de la gravedad.

ρ_l (kg/m^3): es la densidad de la fase líquida.

ρ_v (kg/m^3): es la densidad de la fase vapor.

σ (*N/m*): es la tensión superficial, que para el caso del **agua** admite la siguiente expresión:

$$\sigma = 0.2358 \cdot \left(1 - \frac{T}{647.15}\right)^{1.256} \cdot \left[1 - 0.625 \cdot \left(1 - \frac{T}{647.15}\right)\right] \qquad (4.20)$$

Donde **T (K): temperatura de saturación absoluta.**

c_{pl} ($J/kg/°C$): es el calor específico de la fase líquida.

t_{sat} ($°C$): es la temperatura de saturación.

t_s ($°C$): es la temperatura de la superficie.

Pr_l: es el número de Prandtl de la fase líquida.

C_{sf} es una constante, que toma los siguientes valores para varias combinaciones superficie – fluido:

Combinación superficie – fluido	**$C_{s,f}$**
Agua – cobre	
Estriada	0.0068
Pulida	0.0130
Agua – acero inoxidable	
Grabada químicamente	0.0130
Pulida mecánicamente	0.0130
Molida y pulida	0.0060
Agua – bronce	0.0060
Agua – níquel	0.006
Agua – platino	0.0130
n-Pentano – cobre	
Pulida	0.0154
Sobrepuesta	0.0049
Benceno – Cromo	0.101
Alcohol etílico - cromo	0.0027

Evaluación propiedades:

— Las propiedades del vapor se evalúan a la presión de saturación y temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_{sat} + t_s}{2}$$

— Las propiedades del líquido y h_{lv} se evalúan a la temperatura de saturación t_{sat}

Condiciones de aplicación:

— Ebullición nucleada.

Nota: el hecho de que aparezca la tensión superficial σ en la fórmula viene derivado del efecto significativo que esta propiedad del fluido tiene sobre la formación y desarrollo de las burbujas.

4.2. Flujo calorífico máximo (crítico)

Correlación de Zuber

$$q''_{máx} = \left(\frac{q}{A}\right)_{máx} = \frac{\pi}{24} \cdot h_{lv} \cdot \rho_v \cdot \left[\frac{\sigma \cdot g \cdot (\rho_l - \rho_v)}{{\rho_v}^2}\right]^{1/4} \cdot \left(1 + \frac{\rho_v}{\rho_l}\right)^{1/2} \quad (4.21)$$

Donde:

h_{lv} (*J/kg*): es el calor latente de vaporización.

$g = 9.8$ m/s^2: es la aceleración de la gravedad.

ρ_l (*kg/m*^{3}): es la densidad de la fase líquida.

ρ_v (*kg/m*^{3}): es la densidad de la fase vapor.

σ (*N/m*): tensión superficial, expresión (4.20).

Evaluación propiedades:

— Las propiedades del vapor se evalúan a la presión de saturación y temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_{sat} + t_s}{2}$$

— Las propiedades del líquido y h_{lv} se evalúan a la temperatura de saturación t_{sat}.

Condiciones de aplicación:

— Flujo calorífico máximo.

4.3. Flujo de calor en la zona de ebullición en película

Para calcular el coeficiente de transmisión de calor por convección en la zona de ebullición en película, se utiliza la correlación de Bromley.

Correlación de Bromley

$$Nu_D = \frac{h_b \cdot D}{k_v} = C \cdot \left[\frac{g \cdot \rho_v \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot \left(h_{lv} + 0.4 \cdot c_{p_v} \cdot (t_{sat} - t_s) \right) \cdot D^3}{\mu_v \cdot k_v \cdot (t_{sat} - t_s)} \right]^{1/4} \quad (4.22)$$

$C = 0.62$ para cilindros horizontales y $C = 0.67$ para esferas.

Donde:

h_b ($W/m^2/°C$): es el coeficiente de transmisión de calor por convección en la ebullición.

k_v ($W/m/°C$): es la conductividad de la fase vapor.

h_{lv} (J/kg): es el calor latente de vaporización.

$g = 9.8\ m/s^2$: es la aceleración de la gravedad.

ρ_l (kg/m^3): es la densidad de la fase líquida.

ρ_v (kg/m^3): es la densidad de la fase vapor.

μ_v (*Pa·s*) o bien (*kg/m/s*): es la viscosidad dinámica de la fase vapor.

c_{pv} (*J/kg/ºC*): es el calor específico de la fase vapor.

t_{sat} (*ºC*): es la temperatura de saturación.

t_s (*ºC*): temperatura de la superficie.

Evaluación propiedades:

— Las propiedades del vapor se evalúan a la presión de saturación y temperatura media de película:

$$t_m = \frac{t_{sat} + t_s}{2}$$

— Las propiedades del líquido y h_{lv} se evalúan a la temperatura de saturación t_{sat}

Condiciones de aplicación:

— Ebullición en película.

Nota: Como ya se ha dicho anteriormente, cuando la temperatura de ebullición es lo suficientemente elevada para que se produzca la ebullición de película, normalmente es bastante caliente para producir una apreciable transmisión de calor por radiación.

Si se define el siguiente coeficiente de película en radiación:

$$h_r = \frac{\sigma \cdot \varepsilon \cdot \left(T_s{}^4 - T_{sat}{}^4\right)}{T_s - T_{sat}} \tag{4.23}$$

Se tiene que la transmisión de calor por radiación es:

$$\left(\frac{q}{A}\right)_r = \mathrm{h}_r \cdot (T_s - T_{sat}) \tag{4.24}$$

En las ecuaciones anteriores:

T (*K*): son **temperaturas absolutas.**

ε: es la emisividad de la superficie

σ: es la constante de radiación de Stefan-Boltzmann (NO TENSIÓN SUPERFICIAL)

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Como la radiación actúa para aumentar el espesor de la película, no es razonable suponer que los procesos radiativo y convectivo son simplemente aditivos. Bromley sugirió calcular el coeficiente de transferencia de calor total a partir de la ecuación transcendental de la forma:

$$h = \mathrm{h}_r + \mathrm{h}_b \cdot \left(\frac{\mathrm{h}_b}{h}\right)^{1/3} \tag{4.25}$$

Donde:

h_b $(W/m^2/°C)$: coeficiente de transmisión de calor por convección en la ebullición, viene dado por la ecuación (4.22).

h_r $(W/m^2/°C)$: coeficiente de película en radiación, dado por la ecuación (4.23).

5. EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Problema 1

Una tubería de un condensador es de acero 15%Cr 10%Ni, de diámetro exterior igual a 2.5 cm y 1.5 mm de espesor. Sobre la superficie de la tubería, colocada en posición horizontal, se condensa vapor a 85.81 bar. Por el interior de la tubería circula el agua a 20 °C y una velocidad de 1.2 m/s. La temperatura de la superficie interior de la tubería es igual a 22 °C. Hallar:

— La temperatura superficial exterior de la tubería.
— El coeficiente global de transmisión de calor.

Nota: Para aplicar correlaciones, suponer que el agua que circula por el interior se calienta (lógico por ser un condensador).

Problema 2

Se produce ebullición en película sobre la superficie de un cilindro horizontal de 1 cm de diámetro con una temperatura superficial de 300 °C, cuando le sumergimos en un baño de agua a 1 atm, 100 °C. Si la emisividad de la superficie es 0.85, calcular el flujo calorífico superficial.

Nota: A la hora de mirar en la adenda parte de las propiedades del vapor saturado, suponer que la temperatura de saturación de 198.29 °C se puede aproximar a 200 °C.

Problema 3

Un elemento de calentamiento cilíndrico, revestido de metal, de 5 mm de diámetro y emisividad $\varepsilon = 0.9$, se sumerge de forma horizontal en un baño de agua. La temperatura superficial del metal es de 300 °C, bajo condiciones de ebullición de estado estable. Estime la disipación de potencia por unidad de longitud del calentador.

Problema 4

Un condensador de amoniaco está formado por un solo tubo horizontal de 30 mm de diámetro exterior, manteniéndose su superficie a 35 °C, mediante agua fría procedente de una torre de refrigeración, que circula por el interior del tubo.

Si la temperatura de condensación del amoniaco es de 40 °C, determinar el coeficiente de película exterior y el flujo de calor por unidad de longitud de tubería, que puede cederse al agua de condensación.

Problema 5 *(Examen febrero 2014. Termotecnia grado en ingeniería mecánica)*

Se hace hervir agua a la presión atmosférica en una cacerola de acero inoxidable, pulida mecánicamente, colocada sobre la parte superior de un calentador eléctrico. La superficie interior del fondo de la cacerola se mantiene a 115 °C, por lo que se puede considerar que existe ebullición nucleada. Si el diámetro del fondo de la cacerola es de 40 cm, determinar:

a) La potencia (kW) que requiere el calentador eléctrico para ocasionar dicha ebullición.
b) La rapidez de evaporación del agua (kg/s).

Se supondrá que existen condiciones estacionarias de operación y que las pérdidas de calor desde el calentador y desde la cacerola son despreciables.

Nota: La temperatura de ebullición del agua a la presión atmosférica es de 100 °C.

Problema 6

En el exterior de los tubos de un generador de vapor a baja presión se produce ebullición del agua. Si la temperatura media superficial de los tubos es igual a 200 °C, y estos tienen un diámetro exterior igual a 41.5 mm, estando en posición horizontal, y el agua hierve a la presión del generador a 110 °C, determinar el coeficiente de transmisión superficial exterior de los tubos, así como el flujo de calor por unidad de longitud.

6. SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Problema 1

Datos:

Tubería de acero 15%Cr 10%Ni: $k = 19\ {}^{W}/_{mºC}$

$d_o = 0.025\ m$

$d_i = 0.022\ m$

Por el interior de los tubos: agua a temperatura media: $t_b = 20ºC$ y $u = 1.2\ m/s$

$t_{si} = 22\ °C$

Por el exterior: se condensa vapor a 85.81 bar

Datos de tablas necesarios:

Datos del agua 20 °C:

$\rho = 998.3\ {}^{kg}/_{m^3}$

$c_p = 4182\ {}^{J}/_{kg \cdot ºC}$

$\mu = 1.003 \cdot 10^{-3}\ {}^{kg}/_{m \cdot s}$

$k = 0.5996\ {}^{W}/_{m \cdot {}^{o}C}$

$Pr = 6.99$

Datos del vapor a 85.81 bar:

$t_{sat} = 300^{o}C$

1. Cálculo de h_i y de $t_{s,o}$:

Planteamos que el calor que se transmite por convección desde el hacia el fluido es igual que el que se transmite por conducción a través del espesor de la tubería:

$$\frac{q}{L} = h_i \cdot \pi \cdot d_i \cdot \left(t_f - t_{s,i}\right) = \frac{2\pi \cdot \left(t_{s,o} - t_{s,i}\right)}{\frac{ln\left({}^{r_o}/_{r_i}\right)}{k}}$$

Necesitamos calcular h_i:

Calculamos Re:

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot d_i}{\mu} = 26276.29 \rightarrow turbulento$$

Aplicamos Dittus-Boelter:

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4} = 171.858 = \frac{h \cdot d_i}{k} \rightarrow h_i = 4683.91\ {}^{W}/_{m^2 \cdot {}^{o}C}$$

Con ese valor podemos despejar la temperatura de la superficie exterior:

$$\frac{q}{L} = h_i \cdot \pi \cdot d_i \cdot \left(t_f - t_{s,i}\right) = \frac{2\pi \cdot \left(t_{s,o} - t_{s,i}\right)}{\frac{ln\left({}^{r_o}/_{r_i}\right)}{k}} \rightarrow t_{s,o} = 22.693\ {}^{o}C$$

1. Cálculo de h_o

Aplicamos correlación de Chen:

$$Nu_D = \frac{h_l \cdot D}{k_l} = 0.728 \cdot \left[\frac{g \cdot \rho_l \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot h'_{lv} \cdot D^3}{N \cdot \mu_l \cdot k_l \cdot (T_{sat} - T_s)}\right]^{1/4}$$

donde:

$h_{lv}' = h_{lv} \cdot (1 + 0.68 \cdot Ja)$

h_{lv} se evalúa a la $t_{sat} = 300ºC$: $h_{lv} = 1404.9 \cdot 10^3 \, {}^{J}/_{kg}$

Ja = Número de Jacob (definido al inicio del capítulo)

Calculamos las propiedades del líquido a la temperatura media de película:

$$t_m = \frac{300 + 22.693}{2} \sim 160ºC$$

$\rho_l = 907.3 \, {}^{kg}/_{m^3}$

$c_{p,l} = 4339 \, {}^{J}/_{kg \cdot ºC}$

$\mu_l = 0.1695 \cdot 10^{-3} \, {}^{kg}/_{m \cdot s}$

$k_l = 0.6815 \, {}^{W}/_{m \cdot ºC}$

Calculamos las propiedades del vapor a la temperatura de saturación $t_{sat} = 300ºC$:

$$\rho_v = \frac{1}{v_v(300ºC)} = \frac{1}{21.67e - 03} = 46.15 \, {}^{kg}/_{m^3}$$

Sustituyendo en la ecuación de Chen:

$$Nu_D = 301.86 = \frac{h_o \cdot D}{k_l} \rightarrow h_o = 8228.69 \, {}^{W}/_{m^2 \cdot ºC}$$

$$U = \frac{1}{\frac{r_o}{r_i \cdot h_i} + r_o \cdot \frac{ln\left({}^{r_o}/_{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{h_o}} = 2230.96 \, {}^{W}/_{m^2 \cdot ºC}$$

Problema 2

Datos:

$D = 0.01\ m$

$t_{sat} = 100ºC$

$t_s = 300ºC$

$\varepsilon = 0.85$

Aplicamos correlación de Bromley:

$$Nu_D = \frac{h_b \cdot D}{k_v} = C \cdot \left[\frac{g \cdot \rho_v \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot \left(h_{lv} + 0.4 \cdot c_{p_v} \cdot (t_{sat} - t_s)\right) \cdot D^3}{\mu_v \cdot k_v \cdot (t_{sat} - t_s)}\right]^{1/4}$$

$C = 0.62$ para cilindros horizontales.

Propiedades del vapor a 1 atm y temperatura media = 200ºC:

$$\rho_v = 0.4603\ {kg}/{m^3}$$
$$c_{p,v} = 1.979 \cdot 10^3\ {J}/{kg \cdot ºC}$$
$$\mu_v = 16.18 \cdot 10^{-6}\ {kg}/{m \cdot s}$$
$$k_v = 33.37 \cdot 10^{-3}\ {W}/{m \cdot ºC}$$

Propiedades del líquido a la tsat=100ºC:

$$\rho_l = 958.1\ {kg}/{m^3}$$
$$h_{lv} = 2257e03\ {J}/{kg \cdot ºC}$$

Sustituyendo en Bromley:

$$Nu_D = \frac{h_b \cdot D}{k_v} = 61.47 \rightarrow h_b = 205.12\ {W}/{m^2 ºC}$$

$$h_r = \frac{\sigma \cdot \varepsilon \cdot \left(T_s{}^4 - T_{sat}{}^4\right)}{T_s - T_{sat}} = 21.31\,\frac{W}{m2ºC}$$

Hay que hacer iteración para calcular h:

$$h = \mathrm{h}_r + \mathrm{h}_b \cdot \left(\frac{\mathrm{h}_b}{h}\right)^{1/3}$$

Un primer valor para iterar que suele acercarse bastante a la solución correcta es el resultante de sumar ambos coeficientes de película:

h = 205+21 = 226 W/m²/°C

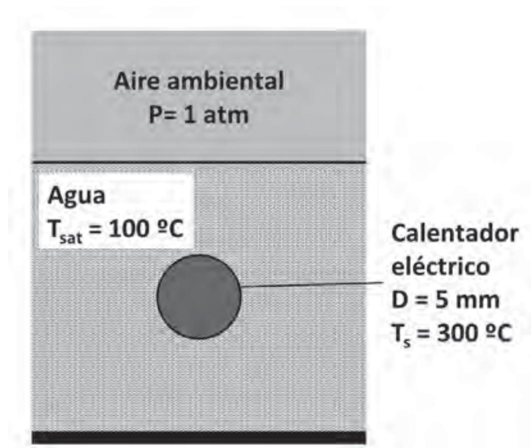
Suponemos: $h = 226\,\frac{\mathrm{W}}{m^2 \cdot ºC} \rightarrow h = 219\,\frac{\mathrm{W}}{m^2 \cdot ºC}$

Suponemos: $h = 219\,\frac{\mathrm{W}}{m^2 \cdot ºC} \rightarrow h = 222\,\frac{\mathrm{W}}{m^2 \cdot ºC}$

Suponemos: $h = 222\,\frac{\mathrm{W}}{m^2 \cdot ºC} \rightarrow \boldsymbol{h = 221.1\,\frac{W}{m^2 \cdot ºC}}$

$$\frac{\dot{q}}{L} = \pi \cdot D \cdot h \cdot (t_s - t_{sat}) = 1389.21\,\frac{W}{m}$$

Problema 3



Al estar el baño de agua sometido a la presión atmosférica, la temperatura de saturación es igual a 100 ºC. Las propiedades del agua a dicha temperatura son:

$\rho_l = 958.1\ {}^{kg}/_{m^3}$

$h_{lv} = 2257\ {}^{kJ}/_{kg\,ºC}$

El exceso de temperatura es en este caso:

$$\Delta T = T_s - T_{sat} = 255 - 100 = 155 > 30 \rightarrow \quad \text{Ebullición en película}$$

En este caso, la transferencia de calor se debe a la convección y radiación. El coeficiente de película se calcula como:

$$h = \mathrm{h}_r + \mathrm{h}_b \cdot \left(\frac{\mathrm{h}_b}{h}\right)^{1/3}$$

donde:

— h_b ($W/m^2/ºC$): coeficiente de transmisión de calor por convección en la ebullición.
— h_r ($W/m^2/ºC$): coeficiente de película en radiación.

El coeficiente de transmisión de calor por convección en la ebullición viene dado por la correlación de Bromley:

$$Nu_D = \frac{h_b \cdot D}{k_v} = C \cdot \left[\frac{g \cdot \rho_v \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot \left(h_{lv} + 0.4 \cdot c_{p_v} \cdot (T_{sat} - T_s)\right) \cdot D^3}{\mu_v \cdot k_v \cdot (T_{sat} - T_s)}\right]^{1/4}$$

Por tratarse de un cilindro horizontal: $C = 0.62$

Los valores del líquido saturado a 100 ºC ya se han buscado anteriormente.

Los valores del vapor a 1 atm y temperatura media de película igual a 200 ºC son:

$\rho_v = 0.4603\ {}^{kg}/_{m^3}$

$c_{p,v} = 1.979 \cdot 10^3\ {}^{J}/_{kg\,\cdot\,ºC}$

$\mu_v = 16.18 \cdot 10^{-6}\ {}^{kg}/_{m\,\cdot\,s}$

$k_v = 33.37 \cdot 10^{-3}\, {}^{W}\!/_{m \cdot {}^{\circ}C}$

Sustituyendo valores:

$$Nu_D = \frac{h_b \cdot D}{k_v}$$
$$= 0.62$$
$$\cdot \left[\frac{9.8 \cdot 0.4603 \cdot (958.1 - 0.4603) \cdot \left(2257e03 + 0.4 \cdot 1979 \cdot (|100 - 300|)\right) \cdot 5e - 03^3}{(16.18e - 06) \cdot 0.03337 \cdot (|100 - 300|)}\right]^{1/4}$$
$$= 36.55 \rightarrow h_b = 243.93\, {}^{W}\!/_{m^2 \cdot {}^{\circ}C}$$

El coeficiente de película en radiación se define como:

$$h_r = \frac{\sigma \cdot \varepsilon \cdot \left({T_s}^4 - {T_{sat}}^4\right)}{T_s - T_{sat}} = (5.67e - 08) \cdot 0.9 \cdot \frac{(573^4 - 373^4)}{(573 - 373)} = 22.57\, {}^{W}\!/_{m^2 {}^{\circ}C}$$

Se resuelve por iteración la siguiente ecuación:

$$h = \mathrm{h}_r + \mathrm{h}_b \cdot \left(\frac{\mathrm{h}_b}{h}\right)^{1/3}$$

Se supone para la iteración el siguiente valor próximo a $h_b + h_r = 266\ W/m^2/{}^{\circ}C$. Después de varias iteraciones, al final resulta:

$$h = 261\ {}^{W}\!/_{m^2 \cdot {}^{\circ}C}$$

La transferencia de calor por unidad de longitud del calentador es:

$$\dot{q} = h \cdot \pi \cdot D \cdot (T_s - T_{sat}) = 261 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 200 = 819.96\ {}^{W}\!/_{m}$$

Problema 4

$$h_l = 8445.39 \frac{W}{m^2 \cdot {}^{\circ}C}$$

$$\frac{\dot{q}}{L} = 3980 \frac{W}{m}$$

Problema 5

$$\dot{q} = 58.14\ kW$$

$$\dot{m} = 0.0257\ kg/s$$

Problema 6

$$h = 294.95\ \frac{W}{m^2 \cdot ºC}$$

$$\frac{\dot{q}}{L} = 3460.25\ \frac{W}{m}$$

Tema 5

Cálculo y diseño de intercambiadores de calor

María José Montes Pita
Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Introducción
2. Tipos de intercambiadores de calor
   2.1. Intercambiadores de calor de superficie
      2.1.1. Intercambiador de calor de flujos paralelos
      2.1.2. Intercambiador de flujos cruzados
3. Cálculo del coeficiente global de transferencia de calor
4. Análisis de un intercambiador de calor con el método de la diferencia media de temperaturas *(LMTD method)*
   4.1. Diferencia de temperaturas logarítmico media en un cambiador de flujo paralelo en equicorriente
   4.2. Diferencia de temperaturas logarítmico media en un cambiador de flujo paralelo en contracorriente
   4.3. Diferencia de temperatura media en cambiadores multipaso y de flujos cruzados
   4.4. Diferencia de temperatura media en condiciones especiales de operación
   4.5. Metodología de cálculo de un intercambiador de calor con el método de la diferencia media de temperaturas *(LMTD method)*
   4.6. Metodología LMTD para el caso de que uno de los fluidos experimente un cambio de estado.

5. Análisis de un intercambiador de calor con el método de la efectividad-número de unidades de transmisión
   5.1. Parámetros adimensionales utilizados en el método del número de unidades de transmisión
   5.2. Metodología de cálculo en el método del número de unidades de transmisión
6. Ejercicios de autocomprobación
7. Solución a los ejercicios de autocomprobación

Tema 5
DISEÑO DE INTERCAMBIADORES DE CALOR INDUSTRIALES

1. INTRODUCCIÓN

De manera genérica puede decirse que un intercambiador de calor es un dispositivo que se utiliza para transferir energía de un medio a otro.

Esta definición global permite una amplia clasificación. El estudio realizado en este tema se ha centrado en un caso particular de intercambiadores de calor que son los más utilizados a nivel industrial: los intercambiadores de calor de superficie, en los que la transferencia de calor de un medio a otro se realiza a través de una superficie. Dentro de los intercambiadores de superficie, lo normal es que el intercambio de calor se realice por: convección —conducción (a través del espesor de la pared)— convección. Sin embargo, hay que tener presente que este intercambio de calor podría hacerse a través de un mecanismo de radiación —conducción— convección, como es el caso de los receptores solares o de las calderas.

Palabras clave: intercambiador de calor, intercambiador de calor de superficie, intercambiador de flujos paralelos, equicorriente, contracorriente, intercambiador de flujos cruzados, diferencia de temperatura media, método LMTD, método del número de unidades de transmisión

2. TIPOS DE INTERCAMBIADORES DE CALOR

La clasificación más general de los intercambiadores de calor se realiza atendiendo al **grado de contacto entre los dos medios que se transmiten energía**. Según este criterio, los intercambiadores de calor se clasifican en:

1. **Intercambiadores de calor de contacto directo:** Son aquellos dispositivos en los que la transmisión de calor se realiza directamente de un medio a

otro, sin ningún elemento intermedio. Dependiendo de cuál sea el mecanismo de transmisión de calor se puede distinguir entre:

— **Intercambiador de calor radiativo de contacto directo:** Son intercambiadores de calor en los que la radiación térmica incide directamente sobre partículas de un fluido para producir, generalmente, una reacción termoquímica. Como ejemplo de este tipo se pueden citar los receptores de lecho fluido de una central termosolar.

— **Intercambiador de calor convectivo de contacto directo:** Son intercambiadores de calor en los que existe una transmisión de calor por convección entre dos fluidos que sufren una mezcla física completa. Pertenecen a este grupo, por ejemplo, las torres de refrigeración o torres húmedas y el desgasificador de un ciclo de Rankine.

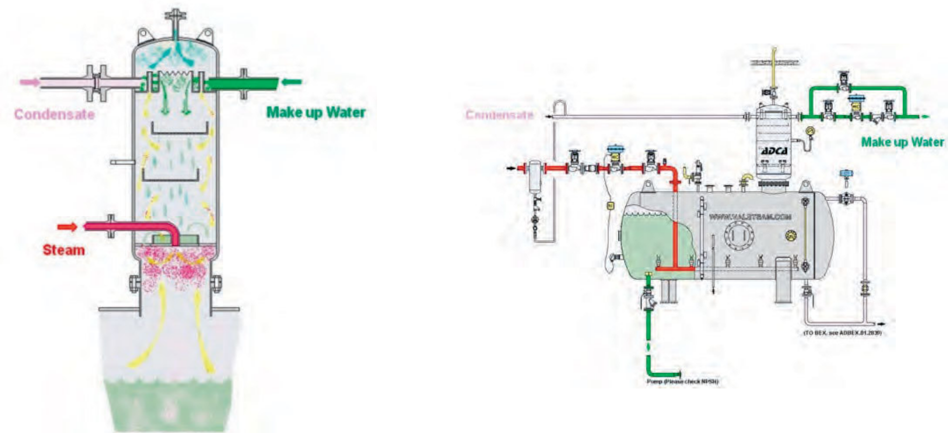


Figura 5.1. Desgasificador de un ciclo de Rankine (Figura cortesía de SOTERMIC).

Para diseñar los intercambiadores de calor de contacto directo es preciso tener en cuenta la primera ley de la termodinámica y la ley de conservación de masa.

2. **Intercambiadores de calor de contacto indirecto:** Son aquellos dispositivos en los que la transmisión de calor entre un medio y otro se realiza a través de un elemento intermedio. Como en el caso anterior, según cuál sea el mecanismo de transmisión de calor se distingue entre:

— **Intercambiador de calor radiativo de contacto indirecto:** Son intercambiadores de calor en los que el mecanismo de transmisión

de calor consiste en radiación —conducción a través de una pared— convección a un fluido. Pertenecen a este tipo las calderas de combustible fósil y los receptores solares en los que el fluido calorífico circula a través de tubos.

— **Intercambiador de calor convectivo de contacto indirecto:** Son intercambiadores de calor en los que el mecanismo de transmisión de calor consiste en convección —conducción a través de una pared— convección; los dos medios que se transfieren energía son por tanto dos corrientes fluidas separadas por un elemento intermedio que suele ser una superficie. Dentro de este tipo se distingue entre:

— **Intercambiador de calor alternativo:** Son aquellos dispositivos en los que los dos fluidos recorren el mismo espacio de forma alternada, de tal forma que la mezcla entre ellos resulta despreciable. Pertenecen a este grupo, por ejemplo, los recuperadores de calor residual. El diseño de la superficie que recibe alternadamente a ambos fluidos es un aspecto clave de estos cambiadores.

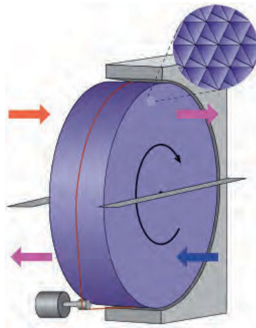


Figura 5.2. Intercambiador de contacto indirecto alternativo, por rueda de inercia.

(Fuente: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Rotary-heat-exchanger.svg)

— **Intercambiador de calor de superficie:** Son aquellos dispositivos en los que la transferencia de calor entre ambos fluidos se realiza a través de una superficie, plana o cilíndrica, sin contacto directo ni posibilidad de contaminación entre ambas corrientes.

Este tema está dedicado a los intercambiadores de calor de superficie, y por ellos en el siguiente punto se describen de forma más detallada.

2.1. Intercambiadores de calor de superficie

La clasificación más aceptada de los intercambiadores de calor de superficie se basa en la dirección relativa de ambas corrientes fluidas y en aspectos constructivos. Atendiendo a ambos criterios, se tiene el siguiente esquema:

3. Intercambiador de calor de flujos paralelos.
   a) Intercambiador de calor de doble tubo o tubos concéntricos.
      i) En equicorriente.
      ii) En contracorriente.
   b) Intercambiador de calor multitubular o de carcasa y tubos.
   c) Intercambiador de calor de placas.
4. Intercambiador de calor de flujos cruzados.
   a) Con aletas y ambos fluidos sin mezclar.
   b) Sin aletas con un fluido mezclado y otro sin mezclar.

   ⇒ Dentro de los intercambiadores de flujos cruzados existe un diseño importante que se suele emplear cuando uno de los fluidos es un gas: *los intercambiadores de calor compactos*.

Se procede a continuación a describir cada uno de los tipos de intercambiadores de calor que aparecen en el esquema anterior.

2.1.1. Intercambiador de calor de flujos paralelos

En este tipo de intercambiadores, ambos fluidos circulan en direcciones paralelas en el espacio. Se suelen emplear en el intercambio líquido-líquido. Dependiendo del diseño constructivo, se distinguen tres tipos principales:

2.1.1.1. Intercambiador de doble tubo o tubos concéntricos

El intercambiador de calor de flujos paralelos más sencillo desde el punto de vista constructivo es el intercambiador de calor de doble tubo o tubos concéntricos, figura 5.3. Este tipo de intercambiador consiste en dos tubos concéntricos,

de tal forma que uno de los fluidos circula por el tubo interior (fluido interior), mientras que el otro lo hace por el espacio anular entre ambos tubos (fluido exterior).

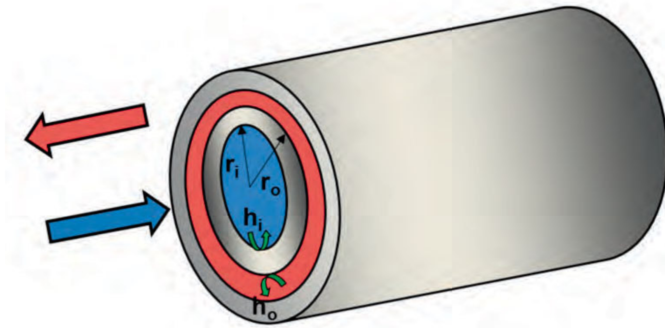


Figura 5.3. Intercambiador de calor de doble tubo.

Esta configuración es apropiada cuando uno o los dos fluidos están a presiones elevadas, ya que es más sencillo construir tubos resistentes de pequeño diámetro que carcasas resistentes de gran diámetro. Los intercambiadores de doble tubo se suelen emplear cuando el área total de transferencia de calor necesaria es menor a cincuenta metros cuadrados y, aun así, es común emplear tubos aleteados para mejorar la transferencia de calor.

Según cuál sea el sentido de circulación de ambos fluidos se distingue entre:

1. Intercambiador en equicorriente: los dos fluidos circulan en la misma dirección y sentido.
2. Intercambiador en contracorriente: los dos fluidos circulan en la misma dirección y sentidos contrarios.

Las diferencias entre los cambiadores en equicorriente y en contracorriente se verán con más detalle en el apartado de la diferencia de temperaturas logarítmico media.

2.1.1.2. Intercambiador de calor multitubular o de carcasa y tubos

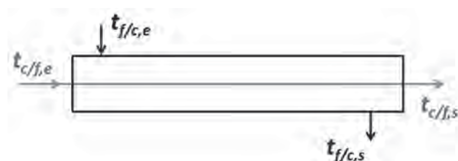
Los intercambiadores de calor de carcasa y tubos consisten en un haz de tubos colocados en una carcasa cerrada, de tal forma que un fluido circula por el interior de los tubos mientras que el otro circula por el espacio existente entre el exterior de los tubos y la carcasa.

En el interior de la carcasa existen unas placas deflectoras perpendiculares al haz de tubos, que cumplen una doble función:

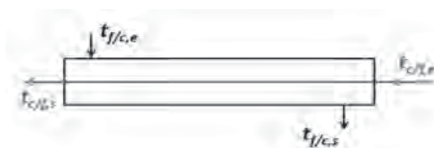
1. Mantener los tubos en la posición adecuada durante la operación, evitando vibraciones por inestabilidades de flujo.
2. Guiar el fluido a lo largo de la carcasa para garantizar una distribución perfecta del mismo y acercarse en lo posible a las características de flujo cruzado.

Estos intercambiadores se suelen clasificar atendiendo al número de veces que cada fluido recorre el intercambiador. Cada uno de esos recorridos recibe el nombre de paso, de tal forma que se puede hablar de cambiadores de un paso por carcasa y uno por tubos; dos pasos por carcasa y 4 por tubos; etc.

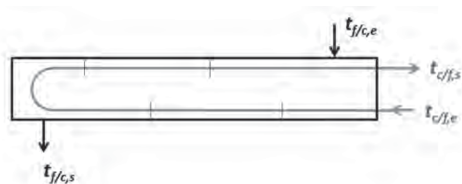
En la figura 5.4 se han resumido los tipos de intercambiadores de carcasa y tubos más comunes, incluyendo la configuración en doble tubo como el caso más simple. Como se verá posteriormente, esta clasificación determina el factor de corrección a emplear para el cálculo de la diferencia de temperaturas logarítmico media.



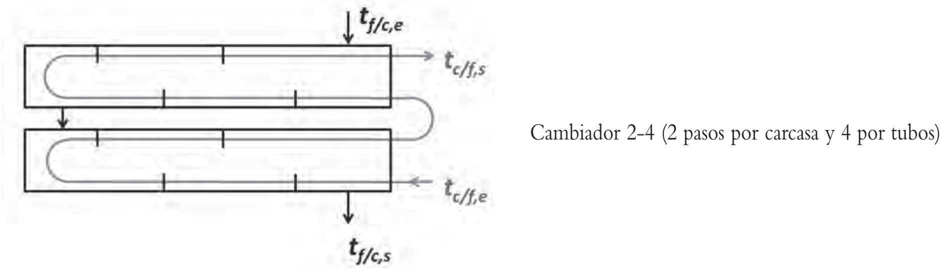
Cambiador en equicorriente



Cambiador en contracorriente



Cambiador 1-2 (1 paso por carcasa y 2 por tubo)



Cambiador 2-4 (2 pasos por carcasa y 4 por tubos)

Figura 5.4. Tipos principales de intercambiadores de calor de doble tubo y de carcasa y tubos atendiendo al número de pasos por carcasa y por tubos.

Este tipo de intercambiadores presenta una proporción entre el área de transferencia de calor y el peso-volumen del intercambiador relativamente grande. Sus propiedades mecánicas le permiten soportar condiciones de operación severas, y su mantenimiento es sencillo, ya que los componentes más propensos a fallos (tubos) pueden ser reemplazados con facilidad.

2.1.1.3. Intercambiador de calor de placas

Los intercambiadores de placas consisten en una serie de placas metálicas rectangulares, que se acoplan unas a otras en un bastidor metálico y se mantienen fijas mediante unos tornillos laterales.

Cada placa metálica está estampada con un patrón ondulado que forma una serie de corrugaciones por las que circula el fluido. Estas corrugaciones tienen una triple misión:

1. La más importante, favorecer la transferencia de calor, al aumentar la superficie de intercambio y la turbulencia.
2. En segundo lugar, logran una mayor rigidez de la placa y proveen un soporte mecánico al conjunto de placas a través de los múltiples puntos de contacto.
3. Por último, mantienen constante la separación entre ellas.

En la figura 5.5 se muestra un cambiador de este tipo, en el que se puede observar además cómo es la circulación del fluido.

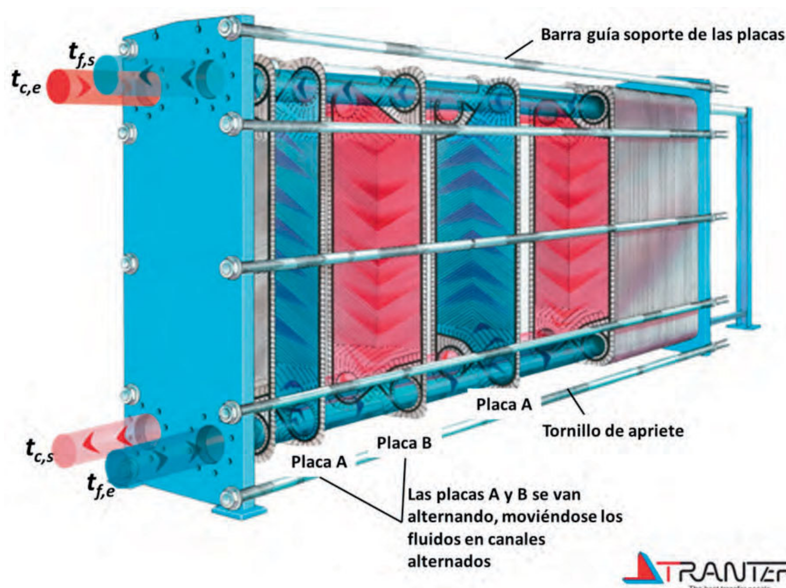


Figura 5.5. Intercambiador de placas (Cortesía de Tranter International AB).

El fluido caliente (en rojo) entra por la parte superior, mientras que el frío (en azul) lo hace por la parte inferior. Dichos fluidos intercambian su calor a través de las placas corrugadas.

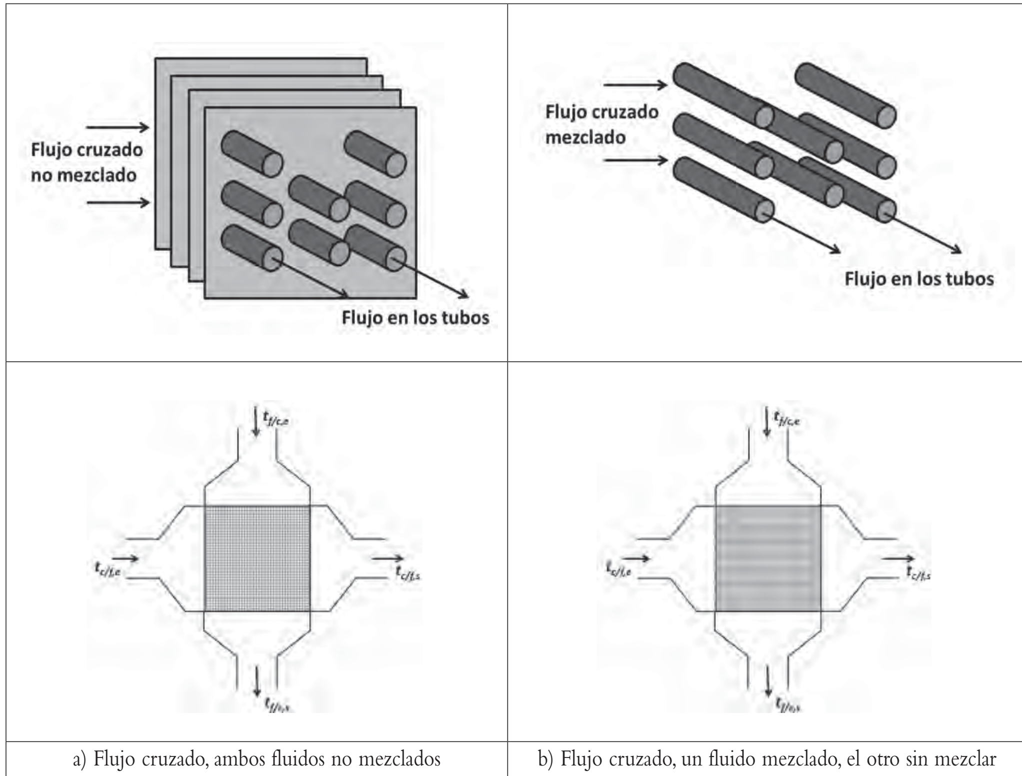
Cada dos placas se forma un canal de circulación. El caudal total de fluido se divide en partes iguales por la cantidad de placas del intercambiador. Dentro de cada canal, el fluido se divide a su vez por el número de subcanales que forman las corrugaciones. De esta forma se consigue aumentar la velocidad y la turbulencia del fluido. Éste logra, al final de cada placa, alcanzar su temperatura final, es decir, el intercambio de calor se produce de forma completa y cuasi simultánea en cada canal de circulación.

2.1.2. Intercambiador de calor de flujos cruzados

Se denominan intercambiadores de calor de flujos cruzados a aquellos en los que las dos corrientes fluidas forman un ángulo en el espacio; en general, ambas corrientes son perpendiculares.

La configuración de los intercambiadores de flujos cruzados suele consistir en una haz tubular por el que circula uno de los fluidos —en general, un líqui-

do—, mientras que el otro fluido —en general, un gas—, lo hace por el exterior y formando un cierto ángulo con los tubos. En la figura 5.6 se muestra de manera esquemática la circulación de los fluidos en un cambiador de flujos cruzados, así como su representación esquemática.



a) Flujo cruzado, ambos fluidos no mezclados	b) Flujo cruzado, un fluido mezclado, el otro sin mezclar

Figura 5.6. Intercambiador de flujos cruzados. En la figura 5.6.a se ha representado el intercambiador de flujos cruzados con ambos fluidos sin mezclar. En la figura 5.6.b, el intercambiador de flujos cruzados con ambos fluidos mezclados.

Las dos configuraciones que se muestran en la figura 5.6 difieren según los tubos tengan o no aletas, lo que condiciona que el fluido exterior no esté o esté mezclado.

En la figura 5.6.a, el fluido no está mezclado porque las aletas impiden el movimiento en sentido longitudinal a los tubos (*y*), es decir, en sentido transversal a la corriente principal del fluido exterior (*x*). En este caso, la temperatura del fluido varía en las dos direcciones.

En la figura 5.6.b, el fluido está mezclado en la dirección transversal al flujo principal exterior, al no existir aletas que impidan su movimiento. Con lo cual la temperatura sólo varía en la dirección de la corriente principal (x).

Dentro de los intercambiadores de flujos cruzados tienen especial interés los intercambiadores de calor compactos, diseñados para conseguir un área de transferencia de calor por unidad de volumen muy grande. Para ello utilizan unas disposiciones de tubos con aletas o del tipo de los intercambiadores de placas, muy complejas. Los tubos pueden ser de sección rectangular o poligonal. Las aletas pueden ser rectas o circulares. Y en el caso de intercambiadores de placas, pueden ser de un solo paso o de pasos múltiples. En este curso no se va a estudiar este tipo de intercambiadores.

3. CÁLCULO DEL COEFICIENTE GLOBAL DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Como ya se ha dicho en la introducción, los intercambiadores de calor más habituales y que se van a estudiar en este tema son los intercambiadores de calor en los que existe una superficie de separación entre los dos medios que intercambian energía.

Se presenta en este apartado el caso más habitual dentro de los cambiadores de superficie, y es aquel en el que se tienen dos corrientes fluidas, una de las cuales circula por el interior de los tubos, mientras que la otra lo hace por el exterior. Todo lo que se va a exponer a continuación es en realidad repaso de lo visto en temas anteriores, pero se pone aquí a modo de recopilatorio y de recordatorio.

3.1. Cálculo del coeficiente global teórico de transferencia de calor

Se va a calcular el coeficiente de transferencia de calor para un tubo cilíndrico, bañado por dos corrientes fluidas, una interior y otra exterior. Se supone, en primera aproximación, que se tiene un tubo liso, tal y como se muestra en la figura 5.3.bis.

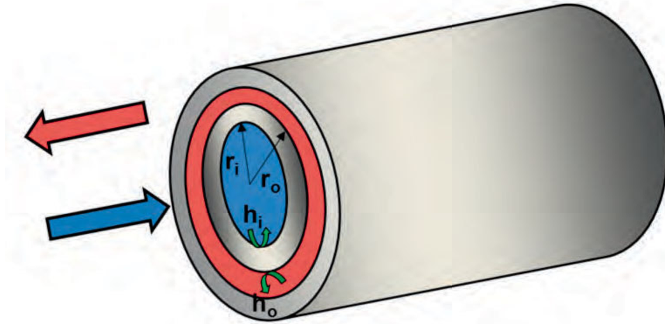


Figura 5.3.bis Intercambio de calor a través de una superficie cilíndrica.

En ese caso, de acuerdo con la figura 5.3.bis, el coeficiente global de transmisión de calor referido a la superficie exterior del tubo sería igual a:

$$U_o = \frac{1}{\frac{r_o}{r_i \cdot h_i} + \frac{r_o \cdot ln\left(r_o/r_i\right)}{k} + \frac{1}{h_o}} \tag{5.1}$$

En la ecuación anterior:

U_o $(W/m^2/°C)$ = coeficiente global de transmisión de calor basado en la superficie exterior

r_o (m) = radio exterior del cilindro

r_i (m) = radio interior del cilindro

k (W/m/°C) = conductividad térmica del material del tubo

h_i $(W/m^2/°C)$ = coeficiente de película de la pared interior

h_o $(W/m^2/°C)$ = coeficiente de película de la pared exterior

Los coeficientes de película interior y exterior de la pared se determinarían con las correlaciones correspondientes, vistas en la transmisión de calor por convección (capítulos 4 y 5).

Ya se ha visto que es habitual que los tubos de los intercambiadores de calor sean aleteados, con el fin de aumentar la transferencia de calor, tal y como se muestra en la figura 5.7.

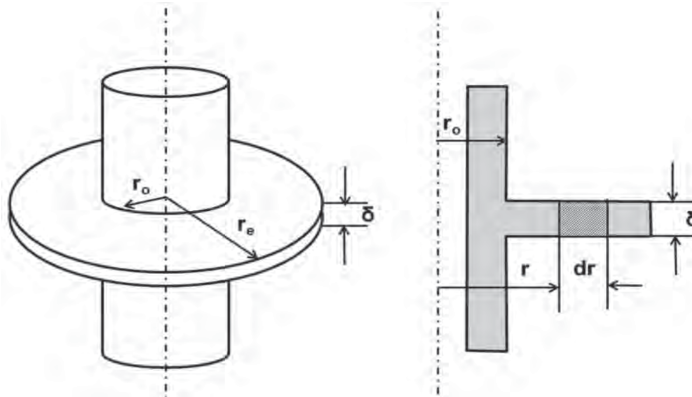


Figura 5.7. Tubo interior de un intercambiador de calor con aletas anulares.

Las aletas más comúnmente empleadas son las aletas anulares, que son las que se han estudiado en el capítulo 2. En ese caso, el coeficiente global de transferencia se modifica incorporando la eficiencia de las aletas, tal y como se vio al estudiar las superficies adicionales (fórmulas 2.51 y 2.52 del capítulo 2). Se pone a modo de recordatorio la fórmula 2.52, que es una aproximación válida en la mayoría de los casos.

$$U_o = \frac{1}{\left(\frac{A_o}{A_i}\right)\cdot\frac{1}{h_i} + \frac{A_o}{2\cdot\pi\cdot L_t}\cdot\frac{ln\left({}^{r_o}/_{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{h_o\cdot\eta_f}} \tag{5.2}$$

$$A_i = 2\pi\cdot r_i\cdot L_t$$

$$A_o = 2\pi\cdot[(r_e{}^2 - r_o{}^2)\cdot n + r_o\cdot(1 - n\cdot\delta)]\cdot L_t$$

Siendo:

η_f = la efectividad de las aletas anulares
L_t (m) = longitud del tubo aleteado
A_i (m^2) = área interior del tubo
A_o (m^2) = área exterior del tubo aleteado
r_e (m) = radio extremo de la aleta anular
δ (m) = espesor de la aleta
U_o, r_o, r_i, k, h_i, h_o mismo significado que en el caso anterior.

3.2. Cálculo del coeficiente global real de transferencia de calor

Lo visto en el apartado anterior es un cálculo teórico. La realidad es que en un intercambiador se produce un ensuciamiento que dificulta la transmisión de calor, motivado por alguna de las siguientes causas:

— La posible suciedad del fluido.
— Los posibles subproductos formados por envejecimiento o por reacciones químicas en el fluido.
— La corrosión efectuada por el fluido en algún punto del recorrido del mismo u oxidaciones producidas en la superficie del circuito del fluido.
— Posibles materiales extraños al fluido arrastrados por éste, como restos de segmentos de compresores, aceites lubricantes de partes móviles del circuito, juntas, etc.

El ensuciamiento se cuantifica a través de una resistencia térmica adicional, denominado factor de impureza, R_f, cuyo valor depende de la naturaleza del fluido, de la velocidad del mismo, de la temperatura de operación y del tiempo de funcionamiento del intercambiador. En la tabla 5.1. aparecen algunos valores R_f.

Tabla 5.1. Factores de impureza representativos

Fluido	Resistencia (m²ºC/W)
Agua de mar por debajo de 50ºC	0.0001
Agua de mar por encima de 50ºC	0.0002
Agua de río por debajo de 50ºC	0.0002-0.001
Agua de alimentación tratada químicamente para caldera	0.0002
Vapor, no petrolífero	0.0001
Vapor refrigerante, petrolífero	0.00035
Líquido refrigerante	0.0002
Aceite de motor	0.0009
Gas natural	0.0002

Como se observa en la tabla, las unidades en las que se dan estas resistencias de ensuciamiento no son iguales a las unidades de las resistencias térmicas que aparecían en el capítulo 2. La diferencia está en haber considerado o no el área de intercambio de calor.

Si se supone que existe una resistencia de ensuciamiento, tanto interior como exterior, las ecuaciones 5.1 y 5.2 se modifica de la siguiente manera:

$$U_o = \frac{1}{\frac{r_o}{r_i}\cdot\left(\frac{1}{h_i}+R_i\right)+\frac{r_o\cdot ln\left({}^{r_o}/_{r_i}\right)}{k}+\left(\frac{1}{h_o}+R_o\right)} \qquad (5.1.\ \ \text{bis})$$

$$U_o = \frac{1}{\left(\frac{A_o}{A_i}\right)\cdot\left(\frac{1}{h_i}+R_i\right)+\frac{A_o}{2\cdot\pi\cdot L}\cdot\frac{ln\left({}^{r_o}/_{r_i}\right)}{k}+\frac{1}{\eta_f}\cdot\left(\frac{1}{h_o}+R_o\right)} \qquad (5.2\ \ \text{bis})$$

Donde:

R_i ($m^2 \cdot C^o$ /W) = resistencia de ensuciamiento interior.

R_o ($m^2 \cdot C^o$ /W) = resistencia de ensuciamiento exterior.

Se observa que para pasar del coeficiente teórico al coeficiente real, basta sustituir el valor de las resistencias térmicas de transmisión superficial (inversas de los coeficientes de película) por la suma de éstas con las resistencias térmicas de ensuciamiento correspondientes. De forma matemática, lo anterior se puede expresar, para un tubo liso sin aletas, como:

$$\frac{1}{U\cdot A}=\frac{1}{U_o\cdot A_o}=\frac{1}{U_i\cdot A_i}=\frac{1}{h_i\cdot A_i}+\frac{R_i}{A_i}+\frac{ln\left({}^{r_o}/_{r_i}\right)}{2\cdot\pi\cdot k\cdot L}+\frac{R_o}{A_o}+\frac{1}{h_o\cdot A_o} \qquad (5.3)$$

4. ANÁLISIS DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR CON EL MÉTODO DE LA DIFERENCIA MEDIA DE TEMPERATURAS *(LMTD METHOD)*

Para diseñar o predecir el comportamiento térmico de un intercambiador de calor, es esencial relacionar la **transferencia total de calor** con las siguientes magnitudes:

1. **Temperaturas de entrada y salida** de ambas corrientes fluidas.
2. Coeficiente global de transmisión de calor.
3. Área superficial total para la transferencia de calor.

Para establecer dichas relaciones vamos a partir de una serie de **hipótesis simplificadoras**:

1. Se considera un coeficiente global de transmisión constante para todo el cambiador, el coeficiente global medio, U_M.
2. Si alguno de los fluidos experimenta un cambio de estado, este cambio tendrá lugar a lo largo de todo el cambiador y no en una parte de éste.
3. Los caudales másicos de ambos fluidos se considerarán constantes.
4. Las propiedades termofísicas de los fluidos se considerarán constantes a lo largo de todo el intercambiador: calor específico (c_p), densidad (ρ), etc.
5. Se supone que los cambios de energía potencial y cinética en ambas corrientes fluidas son despreciables.
6. Intercambiador adiabático: se supone que la transferencia de calor entre el intercambiador y los alrededores es despreciable.
7. El intercambio de calor se realizará únicamente en el sentido de la normal a la superficie de intercambio, no en el sentido del flujo, ni en los fluidos, ni en las paredes de los tubos. Es decir, consideremos un intercambiador suficientemente largo para que no exista transmisión de calor axial, sólo radial.
8. En cualquier sección transversal del cambiador, los fluidos, en cada uno de los pasos que efectúe, puede caracterizarse por una y sólo una temperatura.

La segunda hipótesis exige, para cambiadores en los que hubiera una o dos partes del cambiador en la(s) que existiera modificación de temperatura en uno de los fluidos, y además otra zona con cambio de fase, la necesidad de dividir, para el cálculo, en 2 ó 3 cambiadores distintos, de tal forma que en uno de los subcambiadores esté toda la zona de cambio de fase, mientras que en el otro(s) subcambiador(es) se produzca la variación de temperatura. De esta forma de operar se hablará más adelante.

La sexta hipótesis exige que todo el calor cedido por el fluido caliente sea absorbido por el frío:

$$\dot{Q} \equiv \dot{Q}_f \equiv \dot{Q}_c \qquad (5.4)$$

La aplicación de los balances globales de energía a los fluidos caliente y frío, suponiendo que los cambios de energía cinética y potencial son despreciables

(quinta hipótesis) y que el cambiador es adiabático (sexta hipótesis) da lugar a las siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}\dot{Q}_f = \dot{m}_f \cdot \left(h_{f,s} - h_{f,e}\right) \\ \dot{Q}_c = \dot{m}_c \cdot \left(h_{c,e} - h_{c,s}\right)\end{array}\right\} \xrightarrow[\dot{Q} \equiv \dot{Q}_f \equiv \dot{Q}_c]{} \dot{Q} = \dot{m}_f \cdot \left(h_{f,s} - h_{f,e}\right) = \dot{m}_c \cdot \left(h_{c,e} - h_{c,s}\right) \tag{5.5}$$

Siendo:

$\dot{Q}$ *(W)* = calor intercambiado
$\dot{m}$ *(kg/s)* = caudal másico de fluido
h (J/kg) = entalpía específica

Los subíndices *f* y *c* se refieren al fluido frío y caliente, respectivamente.

Los subíndices *e* y *s* se refieren a la entrada y salida del intercambiador, respectivamente. En este caso también se pueden emplear como subíndices los números 1 y 2.

Si se supone que no existe cambio de fase y que el calor específico es constante a lo largo de todo el intercambiador (hipótesis 4), se tiene:

$$\left.\begin{array}{l}\dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f,s} - t_{f,e}\right) \\ \dot{Q} = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot \left(t_{c,e} - t_{c,s}\right)\end{array}\right\} \tag{5.6}$$

La ecuación (5.6) es independiente del diseño de intercambiador. Está ecuación se complementa con la ecuación de termotransferencia, que relaciona el calor intercambiado con el coeficiente global de transmisión de calor, el área de transferencia y una magnitud denominada temperatura media:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta t_m \tag{5.7}$$

Esta temperatura media representa el promedio de las diferencias de temperatura entre el fluido frío y el fluido caliente a lo largo de todo el intercambiador y su valor depende del tipo de intercambiador.

4.1. Diferencia de temperaturas logarítmico media en un cambiador de flujo paralelo en equicorriente

En la figura 5.8 se ha representado la evolución de las temperaturas en un intercambiador de flujos paralelos en equicorriente. Se observa que la mayor

diferencia de temperaturas ocurre en la sección inicial, y que está diferencia es cada vez menor según circulan los fluidos a través del intercambiador y transmiten calor mutuamente. En un intercambiador ideal, ambas temperaturas de salida podrían ser iguales y entonces se tendría el calor máximo intercambiado.

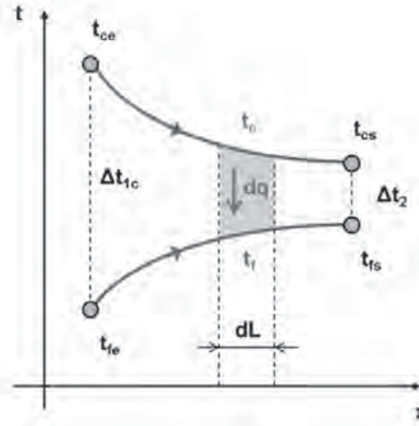


Figura 5.8. Evolución de las temperaturas en un intercambiador de flujos paralelos en equicorriente.

Si se aplica la ecuación de termotransferencia a una sección elemental del intercambiador se tendría:

$$d\dot{Q} = U \cdot dA \cdot (t_c - t_f) \tag{5.8}$$

Si en esa misma sección se aplica la ecuación de conservación de la energía a ambas corrientes fluidas:

$$\left.\begin{aligned} d\dot{Q} &= \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot dt_f \\ d\dot{Q} &= -\dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot dt_c \end{aligned}\right\} \tag{5.9}$$

El signo negativo en la segunda ecuación se debe a que la temperatura del fluido caliente disminuye según se avanza por el intercambiador.

En la ecuación (5.9) se despeja el diferencial de calor en función de la diferencia de temperaturas

$$\left.\begin{aligned} dt_f &= \frac{d\dot{q}}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}} \\ dt_c &= -\frac{d\dot{q}}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} \end{aligned}\right\} d(t_c - t_f) = -d\dot{q}\left(\frac{1}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} + \frac{1}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}}\right)$$

Si en la expresión anterior se sustituye el valor del diferencial de calor intercambiado de por el que aparece en la ecuación (5.8) se tiene:

$$d(t_c - t_f) = -U \cdot dA \cdot (t_c - t_f) \cdot \left(\frac{1}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} + \frac{1}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}} \right)$$

$$\frac{d(t_c - t_f)}{(t_c - t_f)} = -U \cdot dA \cdot \left(\frac{1}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} + \frac{1}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}} \right)$$

Integrando a lo largo de todo el cambiador:

$$\int_e^s \frac{d(t_c - t_f)}{(t_c - t_f)} = -U \cdot A \cdot \left(\frac{1}{\dot{m}_c \cdot c_{p,c}} + \frac{1}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}} \right)$$

$$ln\left[(t_c - t_f)\right]_e^s = ln \frac{t_{c,s} - t_{f,s}}{t_{c,e} - t_{f,e}} = -U \cdot A \cdot \left(\frac{\Delta t_c}{\dot{Q}} + \frac{\Delta t_f}{\dot{Q}} \right)$$

Reordenando:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \frac{(t_{c,s} - t_{f,s}) - (t_{c,e} - t_{f,e})}{ln \frac{(t_{c,s} - t_{f,s})}{(t_{c,e} - t_{f,e})}} = U \cdot A \cdot \Delta t_{lm}$$

Por tanto, para un cambiador en equicorriente la diferencia de temperaturas logarítmico media será:

$$\Delta t_{lm,eq} = \frac{(t_{c,s} - t_{f,s}) - (t_{c,e} - t_{f,e})}{ln \frac{(t_{c,s} - t_{f,s})}{(t_{c,e} - t_{f,e})}} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} \qquad (5.10)$$

Siendo:

1. sección inicial del intercambiador
2. sección final del intercambiador

4.2. Diferencia de temperaturas logarítmico media en un cambiador de flujo paralelo en contracorriente

En un intercambiador en contracorriente se produce una diferencia de temperatura más constante a lo largo del intercambiador de calor, pudiéndose calen-

tar el fluido frío hasta una temperatura más alta que la de salida del fluido caliente. El intercambio de calor suele ser mayor que en el caso de flujo paralelo en equicorriente.

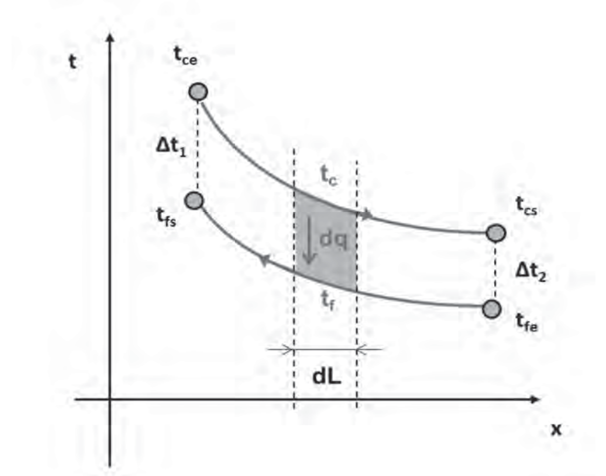


Figura 5.9. Evolución de las temperaturas en un intercambiador de flujos paralelos en contracorriente.

Si se hace un análisis parecido al ya hecho para cambiador en equicorriente, se puede demostrar que para cambiador en contracorriente:

$$\Delta t_{lm,cc} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{ln\dfrac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{\left(t_{c,s} - t_{f,e}\right) - \left(t_{c,e} - t_{f,s}\right)}{ln\dfrac{\left(t_{c,s} - t_{f,e}\right)}{\left(t_{c,e} - t_{f,s}\right)}} \tag{5.11}$$

Se deja al alumno la demostración concreta de la fórmula, y se concluye que:

La diferencia de temperaturas logarítmico media en un cambiador de flujo paralelos admite siempre la expresión general:

$$\Delta t_{lm} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{ln\dfrac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} \tag{5.12}$$

Esta fórmula, particularizada para cada uno de los tipos de cambiadores (equicorriente o contracorriente) toma la forma de la expresión (5.10) o de la (5.11), respectivamente.

Por eso, a la hora de calcular la diferencia de temperaturas logarítimico media, se recomienda hacer primero una representación esquemática de la evolución de temperaturas en el cambiador, aplicar la fórmula (5.12) y sustituir las temperaturas por los valores que correspondan, según haya quedado reflejado en el gráfico de temperaturas.

4.3. Diferencia de temperatura media en cambiadores multipaso y de flujos cruzados

La expresión de la diferencia de temperaturas logarítmico media (5.12) no es aplicable para el caso de un intercambiador de carcasa y tubos multipaso o para un cambiador de flujos cruzados.

El calor intercambiado por un cambiador multipaso o de flujos cruzados se puede expresar como:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta t_m = U \cdot A \cdot F \cdot \Delta t_{lm,cc} \tag{5.13}$$

Es decir, la diferencia de temperaturas media se puede poner como función de:

1. La diferencia de temperaturas logarítmico media del cambiador en contracorriente equivalente:

$$\Delta t_{lm,cc} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{ln\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{\left(t_{c,s} - t_{f,e}\right) - \left(t_{c,e} - t_{f,s}\right)}{ln\frac{\left(t_{c,s} - t_{f,e}\right)}{\left(t_{c,e} - t_{f,s}\right)}} \tag{5.11 bis}$$

2. El factor de corrección F, que depende de la efectividad térmica, la relación de capacidad y el diseño concreto del intercambiador:

$$F = f(R, P, diseño\ cambiador) \tag{5.14}$$

   a) La efectividad térmica del cambiador, medida respecto al fluido frío (*P*): representa la proporción entre el calor que gana el fluido frío y el calor máximo que podría ganar, que coincide con el calor máximo que podría transmitirse en un intercambiador de calor en contracorriente con un área superficial infinita.

$$P = \frac{\dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)}{\dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{c,e} - t_{f,e}\right)} = \frac{\left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)}{\left(t_{c,e} - t_{f,e}\right)} \tag{5.15}$$

Rango de variación de P:

$$0 \leq P \leq 1$$

b) La relación de capacidad del intercambiador de calor (*R*): es la relación entre la capacidad calorífica del fluido frío respecto a la capacidad calorífica del fluido caliente.

$$h_{lv}{}' = h_{lv} \cdot (1 + 0.68 \cdot Ja) \tag{5.16}$$

Teniendo en cuenta la ecuación (5.6):

$$\left.\begin{aligned}\dot{Q} &= \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot (t_{f,s} - t_{f,e}) \\ \dot{Q} &= \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot (t_{c,e} - t_{c,s})\end{aligned}\right\}$$

la ecuación anterior (5.16) puede escribirse como:

$$R = \frac{\dot{m}_f \cdot c_{p,f}}{\dot{m}_{\boldsymbol{c}} \cdot c_{p,\boldsymbol{c}}} \tag{5.16 bis}$$

Rango de variación de *R*:

$$0 \leq R \leq \infty$$

Los gráficos 5.10 a 5.13 representan los factores de corrección para intercambiadores multipaso y para intercambiadores de flujos cruzados.

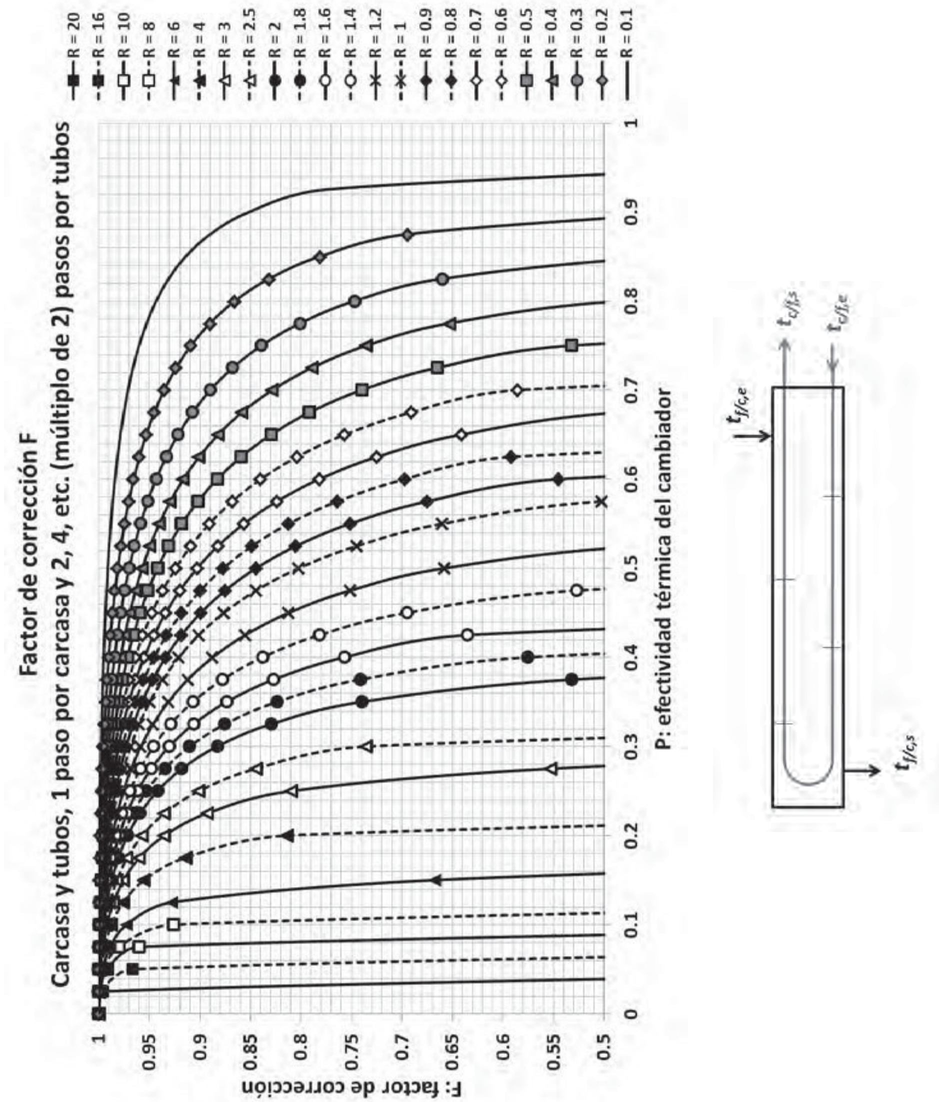


Figura 5.10. Factor de corrección F para un cambiador de carcasa y tubos, con un paso por carcasa y dos o múltiplo de dos pasos por tubos.

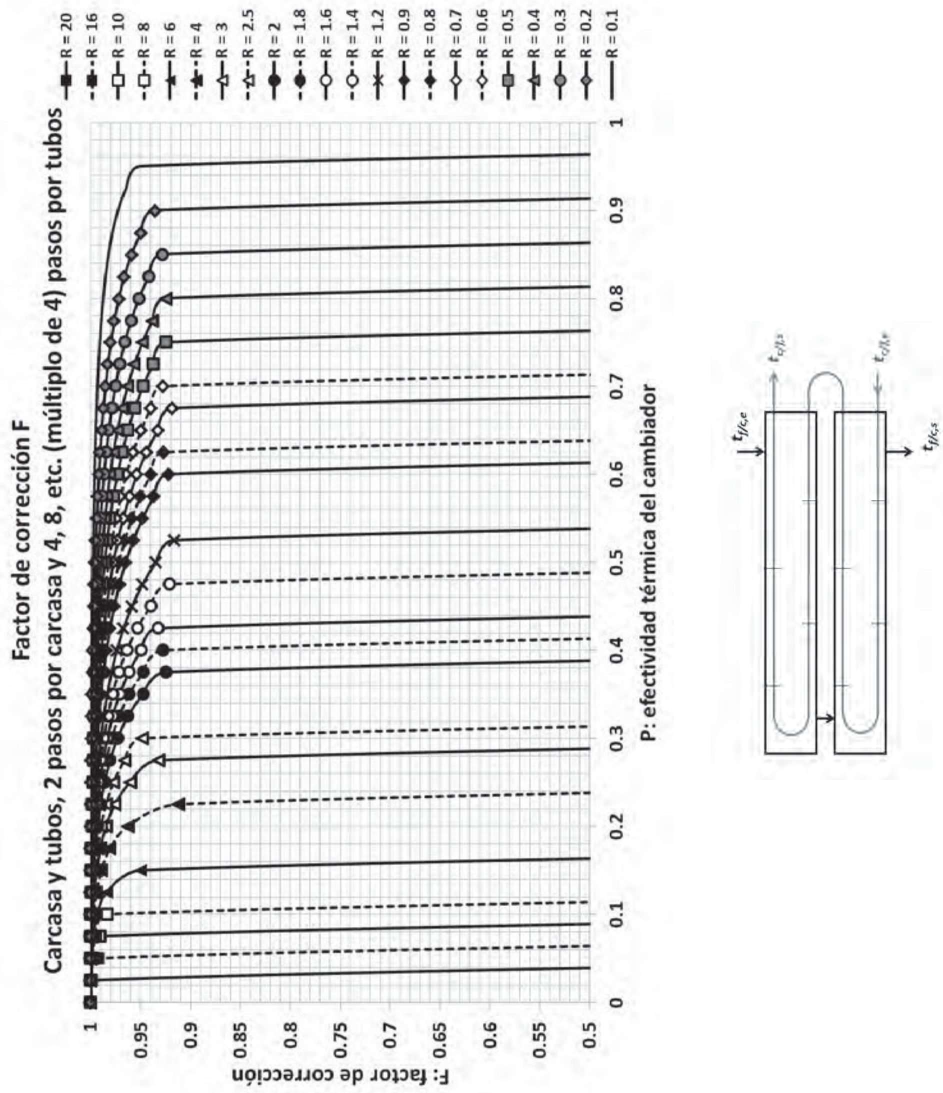
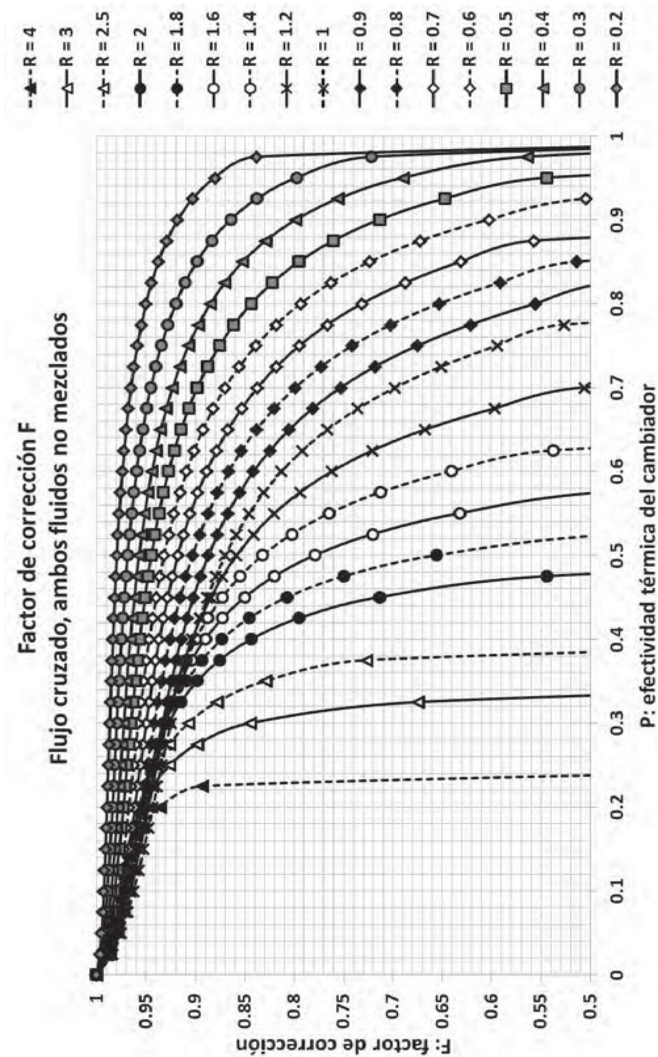


Figura 5.11. Factor de corrección F para un cambiador de carcasa y tubos, con dos pasos por carcasa y cuatro o múltiplo de cuatro pasos por tubos.



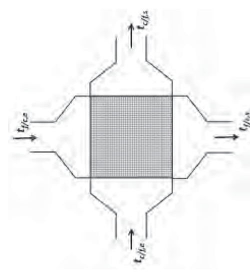


Figura 5.12. Factor de corrección F para un cambiador de flujos cruzados, con ambos fluidos sin mezclar.

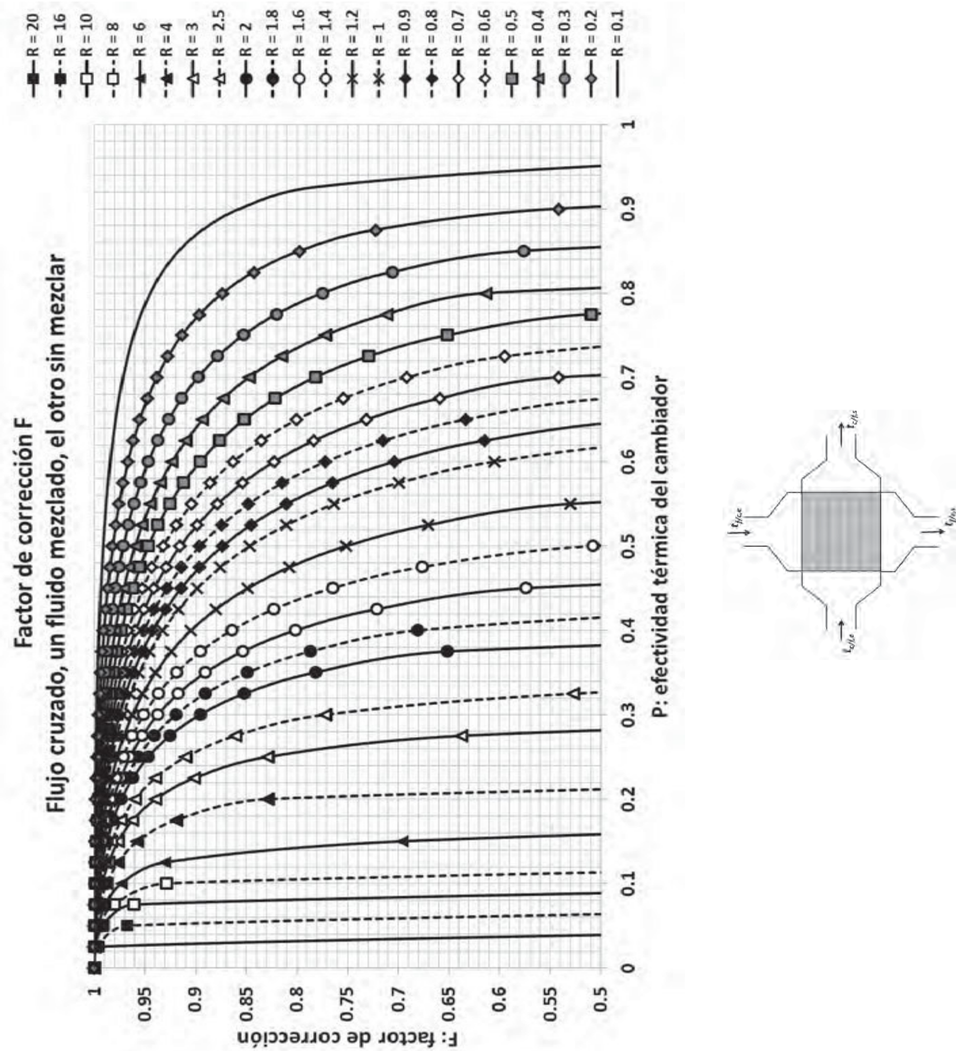


Figura 5.13. Factor de corrección F para un cambiador de flujos cruzados, con un fluido mezclado y el otro sin mezclar.

4.4. Diferencia de temperatura media en condiciones especiales de operación

Existen condiciones especiales de operación de un cambiador en las que la diferencia de temperaturas logarítmico media del cambiador en contracorriente equivalente a un determinado intercambiador no queda definida. Tal es el caso de:

3. Intercambiador en contracorriente en el que la diferencia de temperatura entre el fluido caliente y el fluido frío permanece constante a lo largo de todo el intercambiador.

Si aplicamos la ecuación (5.11) a este caso se tiene:

$$\Delta t_{lm,cc} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{ln\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{0}{0} \rightarrow Indeterminado$$

En este caso se dice que el intercambiador está **equilibrado**, y la diferencia media de temperaturas es precisamente la diferencia de temperaturas constante:

$$\Delta t_{lm,equilibrado} \equiv \Delta t_1 \equiv \Delta t_2 \equiv \Delta t \qquad (5.17)$$

4. Intercambiador en el que un vapor se condensa.

En este caso, la relación de capacidad es nula:

$$R = \frac{\left(t_{c,e} - t_{c,s}\right)}{\left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)} = 0$$

Si se observan los gráficos (5.10) a (5.13), para $R=0$ el factor de corrección F es igual a 1, independientemente del valor de la efectividad P. Para un condensador, por tanto:

$$\Delta t_{lm,condensador} \equiv \Delta t_{lm,cc,equivalente} \qquad (5.18)$$

5. Intercambiador en el que un líquido se evapora.

En un evaporador, la efectividad P es nula y la relación de capacidad R es infinito:

$$R = \frac{\left(t_{c,e} - t_{c,s}\right)}{\left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)} = \infty$$

$$P = \frac{\left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)}{\left(t_{c,e} - t_{f,e}\right)} = 0$$

De nuevo se observa en los gráficos (5.10) a (5.13), que para $P = 0$ y $R =$ *infinito*, el factor de corrección F es igual a 1. Para un evaporador, por tanto:

$$\Delta t_{lm,evaporador} \equiv \Delta t_{lm,cc,equivalente} \tag{5.19}$$

En la figura 5.14 se han representado los tres casos anteriores:

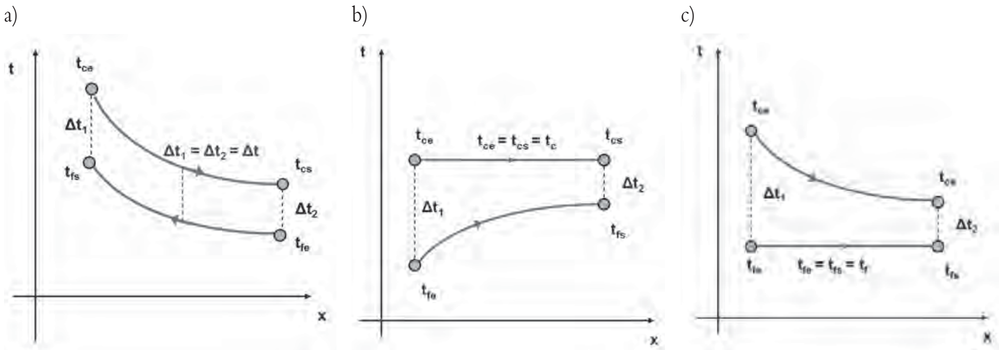


Figura 5.14. Condiciones especiales de operación a la hora de determinar la diferencia de temperaturas logarítmico media. (a) Intercambiador en contracorriente en el que la diferencia de temperatura entre el fluido caliente y el fluido frío permanece constante a lo largo del interambiador. (b) Intercambiador en el que un vapor se condensa. (c) Intercambiador en el que un líquido se evapora.

Para terminar, se quiere destacar que el hecho de que el factor de corrección F esté próximo a 1 no implica que el cambiador de calor sea muy eficiente. Lo que significa este valor es que el comportamiento del intercambiador se aproxima al de un cambiador en contraflujo que operase con los mismos caudales másicos y las mismas temperaturas extremas.

4.5. Metodología de cálculo de un intercambiador de calor con el método de la diferencia media de temperaturas (*LMTD method*)

El método de la diferencia media de temperaturas se emplea generalmente cuando las temperaturas de entrada y salida del cambiador, para ambas corrientes fluidas, son conocidas. Este punto 4.5 está dedicado al caso de que sólo exista intercambio de calor sensible, es decir, no haya cambio de estado en el intercambiador.

Las ecuaciones básicas que se van a emplear con este método son la ecuación (5.6) y la ecuación (5.7):

$$\left.\begin{array}{l}\dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f,s} - t_{f,e}\right) \\ \dot{Q} = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot \left(t_{c,e} - t_{c,s}\right)\end{array}\right\} \qquad (5.6\ \text{bis})$$

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta t_m = U \cdot A \cdot F \cdot \Delta t_{lm,cc} \qquad (5.7\ \text{bis})$$

Además de estas ecuaciones, se va a utilizar la ecuación de conservación de masa, que en su forma general es:

$$\dot{m} = \rho \cdot u \cdot A \qquad (5.20)$$

Siendo:

ρ *(kg/m³)* = densidad del fluido
u *(m/s)* = velocidad
A *(m²)* = sección de paso

Aunque la metodología de cálculo que se expone a continuación está aplicada, en su forma más general, a cambiadores de carcasa y tubos, es igualmente aplicable a cambiadores de flujos paralelos más sencillos.

Los pasos a seguir son los siguientes:

1. *Determinación del fluido que circula por el interior de los tubos y el que circula por el interior de la carcasa.*

En general, este dato se da en el propio enunciado del problema. En caso de que no sé de, se atenderá a los siguientes criterios:

a. El fluido más sucio circulará por el interior de los tubos, ya que es mucho más fácil la limpieza de éstos que la del espacio exterior.
b. A igualdad de suciedad de los fluidos (igualdad de resistencias térmicas de ensuciamiento), deberá circular por el interior de los tubos aquél fluido cuya temperatura media (media aritmética entre las de entrada y salida), esté más alejada de la temperatura del ambiente en que se vaya a situar el cambiador, a fin de reducir al máximo posible las pérdidas o ganancias de calor a través de la carcasa, aproximándose así a un mejor cumplimiento de la sexta hipótesis planteada anteriormente (cambiador adiabático).

Nota 1: en la mayoría de las aplicaciones, estos criterios no son coincidentes, debiendo prevalecer siempre el correspondiente a la suciedad de los fluidos.

Nota 2: Para el desarrollo que se expone a continuación se aplica la siguiente **notación**:

— Se emplea el subíndice «**t**» para el fluido que circula por el interior de los tubos (frío o caliente) (*t* de *tube*, en inglés)

— Se emplea el subíndice **s** para el fluido que circula por el interior de la carcasa (frío o caliente) (*s* de *shell*, en inglés)

Sin embargo, a la hora de resolver problemas, se recomienda mantener la notación de subíndice *f* para frío y subíndice c para caliente, una vez determinado cuál de los dos circula por la carcasa y cuál de los dos circula por los tubos.

2. *Determinación de la configuración geométrica del cambiador, es decir, el número de pasos por carcasa, p_s, y el número de pasos por tubo, p_t.*

De igual manera que en el caso anterior, este dato se da a veces en el propio enunciado:

Se calcula primeramente la relación de capacidad y la efectividad del cambiador:

$$\boldsymbol{P} = \frac{(\boldsymbol{t_{f,s}} - \boldsymbol{t_{f,e}})}{(\boldsymbol{t_{c,e}} - \boldsymbol{t_{f,e}})} \qquad (5.15\ \text{bis})$$

$$R = \frac{(t_{c,e} - t_{c,s})}{(t_{f,s} - t_{f,e})} \qquad (5.16\ \text{bis})$$

Se toma una configuración de forma que $F \geq 0.75$. (si no, el rendimiento sería muy bajo, lo que obligaría a una gran superficie de intercambio, con un coste demasiado elevado).

3. *Determinación de las propiedades termofísicas de los fluidos y la conductividad del material de los tubos.*

Para determinar las propiedades termofísicas de los fluidos, se tomará la temperatura media aritmética entre la temperatura de entrada y salida.

Para determinar la conductividad del material de los tubos, la temperatura de referencia será la media aritmética de las cuatro temperaturas extremas de los fluidos.

4. *Determinación del caudal másico y caudal volumétrico del fluido que circula por el interior de los tubos.*

El caudal másico (*kg/s*) viene dado por:

$$\dot{m}_t(kg/s) = \frac{Q}{c_{p,t} \cdot \Delta t_t} \tag{5.21}$$

El caudal volumétrico (*m^3/s*) será:

$$\dot{m}_{vol,t}(m^3/s) = \frac{\dot{m}_t}{\rho_t} \tag{5.22}$$

5. *Determinación del número de tubos.*

Aplicando la ecuación de conservación de masa:

$$\dot{m}_t = \rho_t \cdot u_t \cdot A_t \tag{5.20 bis}$$

Y sabiendo que la sección de paso viene dada por:

$$A_t = n_t \cdot \frac{\pi \cdot {d_i}^2}{4} \tag{5.23}$$

Siendo:

A_t *(m^2)* = sección de paso del fluido que circula por los tubos
n_t = número de tubos
d_i *(m)* = diámetro interior de los tubos

Se tiene que:

$$n = \frac{4 \cdot \dot{m}_t}{\pi \cdot d_i^2 \cdot \rho_t \cdot u_{t,max}} \tag{5.24}$$

Nota:

Se observa que en la ecuación (5.24) se ha dividido entre una velocidad de tubos máxima. La explicación de operar así es la siguiente:

— Normalmente la expresión (5.24) no da como resultado un número entero de tubos, por lo que se toma el número entero **por exceso** más próximo al valor dado.

— Esto producirá una velocidad de paso por los tubos, u_t, menor, por lo que habrá que recalcular el número de Reynolds y comprobar que se sigue manteniendo el régimen turbulento.
— En caso de que no se mantuviera, deberá seleccionarse otro diámetro de tubo más pequeño, que permita mantener el régimen turbulento y que no produzca pérdidas de carga, debidas al rozamiento, muy grandes.

6. *Determinación del coeficiente de película interior de los tubos.*

Una vez obtenida la velocidad de circulación real del fluido por el interior de los tubos, así como el número de tubos por paso, se calculará mediante la correlación apropiada (vistas en los temas 4 y 5), el coeficiente de película interior de los tubos. **En determinadas ocasiones, este proceso es iterativo.**

7. *Cálculo de la sección libre de paso y del diámetro de la carcasa.*

Se define la sección libre de paso de la carcasa como la sección recta perpendicular a la circulación del fluido por la que realmente circula dicho fluido.

Aplicando ecuaciones similares a las ecuaciones 5.21 y 5.22, pero al fluido que circula por la carcasa, se puede obtener la sección libre de paso:

$$\dot{m}_s(kg/s) = \frac{\dot{Q}}{c_{p,s} \cdot \Delta t_s} \tag{5.25}$$

El caudal volumétrico (m^3/s) será:

$$\dot{m}_{vol,s}(m^3/s) = \frac{\dot{m}_s}{\rho_s} \tag{5.26}$$

Aplicando la ecuación de continuidad o conservación de masa, se tiene:

$$A_{lp,s} = \frac{\dot{m}_s}{\rho_s \cdot u_s} \tag{5.27}$$

Siendo:

$A_{lp,s}$ (m^2) = sección libre de paso del fluido que circula por la carcasa.
u_s (m/s) = velocidad del fluido que circula por la carcasa.

A partir del valor de la sección libre de paso, es posible determinar la sección total de la carcasa, ya que si el cambiador es de p_s pasos por carcasa y p_t pasos por

tubo, siendo n_t el número de tubos por paso y d_o el diámetro exterior de los tubos, se tiene:

$$A_{total,s} = p_s \cdot A_{lp,s} + p_t \cdot n_t \cdot \frac{\pi \cdot d_o^2}{4} \quad (5.28)$$

Como la carcasa normalmente es cilíndrica, el diámetro interior de ésta valdrá:

$$\phi_s = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{total,s}}{\pi}} \quad (5.29)$$

El diámetro así obtenido es puramente teórico, ya que el diámetro de la carcasa será normalmente mayor, al alojar a los deflectores, los tabiques de separación entre pasos, etc.

8. *Determinación del coeficiente de película exterior de la carcasa*

La determinación del coeficiente de película exterior de la carcasa es, en general, un proceso doblemente iterativo, ya que no se conoce la longitud del intercambiador, ni tampoco la temperatura de la superficie de intercambio en su cara exterior. Normalmente, esta doble iteración se soslaya mediante el uso de programas de cálculo de ordenador.

Sin embargo, existe otro método simplificado, aplicando el **diámetro hidráulico equivalente**:

Se obtiene en primer lugar el diámetro hidráulico equivalente para el fluido que circula por el interior de la carcasa. Para ello se divide la sección interior total de la carcasa por el número de tubos que integran el haz tubular, y se considera que ese trozo de carcasa, asignado a cada tubo, es una superficie circular, pudiendo obtenerse entonces el diámetro de su superficie, mediante la expresión:

$$\frac{A_{total,s}}{p_t \cdot n_t} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{total,s}}{\pi \cdot p_t \cdot n_t}} \quad (5.30)$$

Con lo que el diámetro hidráulico equivalente valdrá:

$$D_{eq} = D - d_o \quad (5.31)$$

Siendo:

d_o (m) = diámetro exterior de los tubos.

En la siguiente figura se explica el proceso que se ha seguido:

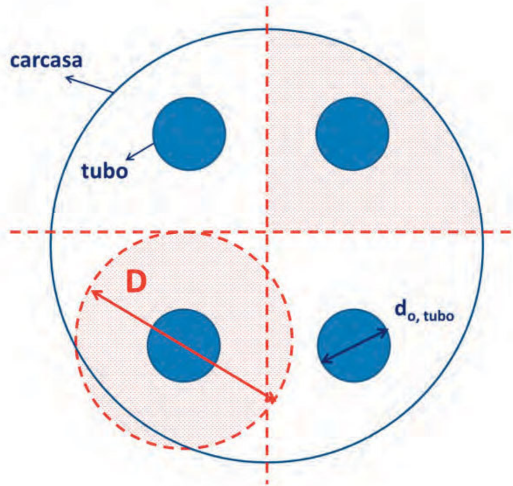


Figura 5.15. Representación gráfica del proceso de cálculo del diámetro equivalente de la carcasa.

Una vez conocido el diámetro hidráulico equivalente, se puede hallar el número de *Reynolds* y aplicar la ecuación experimental correspondiente, para calcular el número de *Nusselt* y, de ahí, el coeficiente de película exterior.

9. *Determinación del coeficiente global real medio de transmisión de calor en el intercambiador.*

Con los datos obtenidos hasta el momento:

— Características geométricas de las superficies de intercambio.
— Los coeficientes de película interior y exterior del tubo.
— El valor de la conductividad térmica del material de los tubos.
— El valor de las resistencias térmicas de ensuciamiento, en caso de que se hayan facilitado en el enunciado o se haya dicho que hay que tenerlas en consideración.
— La efectividad de las aletas, si el tubo es aleteado.

Puede determinarse el correspondiente valor del coeficiente global real medio de transmisión de calor, aplicando las fórmulas correspondientes del punto 3:

$$U_o = \frac{1}{\frac{r_o}{r_i} \cdot \left(\frac{1}{h_i} + R_i\right) + \frac{r_o \cdot ln\left(^{r_o}/_{r_i}\right)}{k} + \left(\frac{1}{h_o} + R_o\right)} \quad (5.1.\ \ bis)$$

$$U_o = \frac{1}{\left(\frac{A_o}{A_i}\right) \cdot \left(\frac{1}{h_i} + R_i\right) + \frac{A_o}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \frac{ln\left(^{r_o}/_{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{\eta_f} \cdot \left(\frac{1}{h_o} + R_o\right)} \quad (5.2\ \ bis)$$

10. *Determinación de la diferencia media de temperaturas del intercambiador.*

Se aplican las ecuaciones ya conocidas:

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta t_m = U \cdot A \cdot F \cdot \Delta t_{lm,cc} \quad (5.13\ bis)$$

$$\Delta t_{lm,cc} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{ln\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} = \frac{\left(t_{c,s} - t_{f,e}\right) - \left(t_{c,e} - t_{f,s}\right)}{ln\frac{\left(t_{c,s} - t_{f,e}\right)}{\left(t_{c,e} - t_{f,s}\right)}} \quad (5.11\ \ bis)$$

11. *Determinación de la longitud del cambiador.*

Se despeja el área de la superficie de intercambio, mediante la fórmula ya conocida (5.7):

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta t_m \rightarrow A = \frac{\dot{Q}}{U \cdot \Delta t_m} \quad (5.7\ bis)$$

Como el coeficiente global de transmisión de calor se refiere al área de la superficie exterior de todos los tubos del haz tubular, ésta es precisamente el área que se calcula:

$$A = p_t \cdot n_t \cdot A_o \quad (5.32)$$

Siendo A_o el área exterior de un tubo. Dependiendo de si el tubo es aleteado o no, se aplicará una de las siguientes ecuaciones para la determinación de la longitud de los tubos, longitud que termina por definir el intercambiador.

11a. No aleteado:

$$A_o = 2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot L_t \quad (5.33)$$

11b. Aleteado, con *n* aletas de radio extremo r_e y ancho δ:

$$A_o = 2\pi \cdot \left[\left({r_e}^2 - {r_o}^2\right) \cdot n + r_0 \cdot (1 - n \cdot \delta)\right] \cdot L_t \tag{5.34}$$

Siendo

r_1 (m) = radio extremo de la aleta anular
r_o (m) = el radio exterior de los tubos
L_t (m) = longitud de los tubos
ρ (m) = espesor de la aleta

4.6. Metodología LMTD para el caso de que uno de los fluidos experimente un cambio de estado

1. *Caso de que el cambio de estado ocurra a lo largo de todo el cambiador.*

Las ecuaciones que se utilizarían, en este caso, son:

1. $\dot{Q} = \dot{m}_{lv} \cdot \Delta h_{lv}$ (5.35)

2. La segunda ecuación depende de cuál sea el fluido que experimente el cambio de fase.

$$\begin{cases} Fluido\ frío\ no\ cambia\ de\ estado: \dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f,s} - t_{f,e}\right) \\ Fluido\ caliente\ no\ cambia\ de\ estado: \dot{Q} = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot \left(t_{c,e} - t_{c,s}\right) \end{cases} \tag{5.36}$$

3. $\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta t_m = U \cdot A \cdot F \cdot \Delta t_{lm,cc}$ (5.7 bis)

Siendo

Δh_{lv} $\left({}^{J}/_{kg}\right)$ = el calor latente de condensación/evaporación

$\dot{m}_{lv}(kg/s)$ = el caudal másico del fluido que cambia de estado

La metodología de cálculo es análoga a la del caso anterior, para fluidos sin cambio de estado, pero con las siguientes **particularidades**:

1. El factor de aproximación *F* es igual a 1 (la explicación se vio en el punto 4.4)

2. Para la determinación de la sección de paso del fluido que experimenta el cambio de estado se tomará la densidad mínima del fluido, es decir, la correspondiente a la fase gaseosa. (Se hace así para asegurar una adecuada refrigeración de los tubos).
3. El coeficiente de película del fluido que experimenta el cambio de estado se calculará con las fórmulas empíricas correspondientes a un cambio de estado.

2. *Caso de que el cambio de estado ocurra sólo en una zona del intercambiador.*

Para explicar este caso, se va a considerar un intercambiador en contracorriente en el que el fluido caliente se enfría, se condensa y finalmente se subenfría, todo ello en el mismo cambiador, tal y como aparece en la figura 5.16:

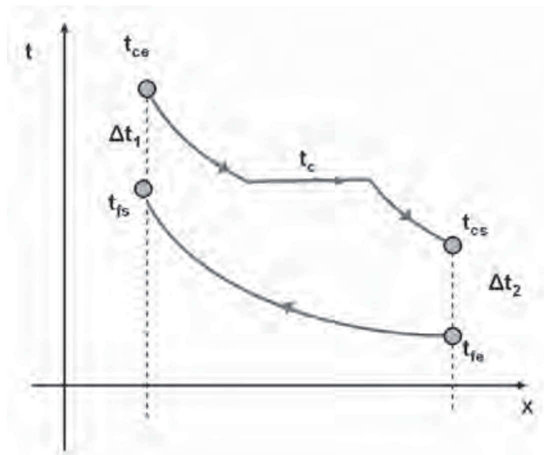


Figura 5.16. Intercambiador en contracorriente con un fluido que cambia de estado en una zona del mismo.

Las ecuaciones generales a aplicar en este caso serían:

1. $\dot{Q} = \dot{m}_c \cdot c_{p,vapor,c} \cdot (t_{ce} - t_c) + \dot{m}_c \cdot \Delta h_{condensación,c} + \dot{m}_c \cdot c_{p,liquido,c} \cdot (t_c - t_{cs})$
2. $\dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{fs} - t_{fe}\right)$
3. $\dot{Q} = U_{Rm1} \cdot A_1 \cdot \Delta t_{m1} + U_{Rm2} \cdot A_2 \cdot \Delta t_{m2} + U_{Rm3} \cdot A_3 \cdot \Delta t_{m3}$ (5.37)

Siendo:

$c_{p,vapor,c}$ (J/kg/°C) es el calor específico medio de la fase gaseosa del fluido caliente.

$\Delta h_{condensación,c}$ (J/kg) es el calor latente de condensación del fluido caliente.

$c_{p,líquido,c}$ (J/kg/°C) es el calor específico medio de la fase líquida del fluido caliente.

t_c (°C) es la temperatura de cambio de estado (condensación) del fluido caliente.

Nota: No puede considerarse un coeficiente global de transmisión constante en todo el cambiador, ya que el coeficiente de película del fluido que cambia de estado es distinto en cada una de las fases por las que pasa dicho fluido.

El método de cálculo, en este caso, consiste en dividir el cambiador en tres subcambiadores:

— Subcambiador 1: en el que el fluido caliente, en fase gaseosa, se enfría hasta la temperatura de cambio de fase.

— Subcambiador 2: en el que el fluido caliente experimenta el cambio de fase (condensación en este caso).

— Subcambiador 3: en el que el fluido caliente, en fase líquida, se subenfría hasta la temperatura de salida del cambiador.

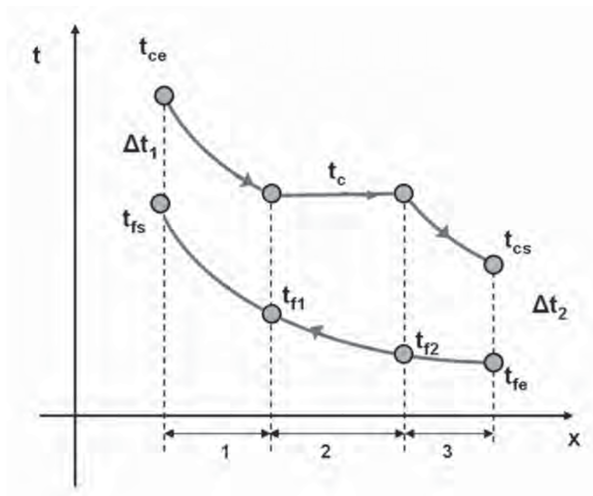


Figura 5.17. Intercambiador en contracorriente con un fluido que cambia de estado en una zona del mismo, subdividido en tres subcambiadores distintos para aislar el intercambio de calor en la zona de cambio de estado.

Aplicando las ecuaciones de cambiador adiabático a cada una de las tres partes en que hemos dividido el cambiador:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3$$
$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_c \cdot c_{p,vapor,c} \cdot (t_{ce} - t_c) = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{fs} - t_{f1}\right)$$
$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_c \cdot \Delta h_{condensación,c} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f1} - t_{f2}\right)$$
$$\dot{Q}_3 = \dot{m}_c \cdot c_{p,liquido,c} \cdot (t_c - t_{cs}) = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f2} - t_{fs}\right) \quad (5.38)$$
$$\dot{Q}_1 = U_{Rm1} \cdot A_1 \cdot \Delta t_{m1}$$
$$\dot{Q}_2 = U_{Rm2} \cdot A_2 \cdot \Delta t_{m2}$$
$$\dot{Q}_3 = U_{Rm3} \cdot A_3 \cdot \Delta t_{m3}$$

Siendo

t_{f1} (ºC) la temperatura del fluido frío cuando el fluido caliente inicia el cambio de fase.

t_{f2} (ºC) la temperatura del fluido frío cuando el fluido caliente termina el cambio de fase.

Para hacer el cálculo:

- Se comienza por el subcambiador con cambio de fase, aplicando el método visto en el caso 1 de este apartado.
- Se continua calculando los otros dos subcambiadores, siguiendo el método visto en el apartado 4.5 y teniendo en cuenta que, al ser un cambiador continuo, el número de tubos, su diámetro, su material, y el diámetro de la carcasa, deben ser iguales a los del subcambiador con cambio de fase calculado previamente.

5. ANÁLISIS DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR CON EL MÉTODO DE LA EFECTIVIDAD – NÚMERO DE UNIDADES DE TRANSMISIÓN (ε – *NTU METHOD*)

Como ya se ha dicho, el método de la diferencia de temperaturas logarítmico media se utiliza normalmente cuando las temperaturas de los fluidos a la entrada y salida del cambiador son conocidas. Si dichas temperaturas no son conocidas, el método pasa a ser un método iterativo en el que se trata de que el calor calculado con la ecuación de termotransferencia (ecuación 5.7) sea igual al calor transferido por convección a las corrientes fluidas (ecuación 5.6).

Este proceso iterativo puede evitarse si se emplea el método del número de unidades de transmisión *(ε – NTU method)*.

5.1. Parámetros adimensionales utilizados en el método del número de unidades de transmisión

En este método se emplean 3 variables adimensionales que pasan a describirse a continuación:

1. *La relación de capacidad:*

$$CR = \frac{C_{min}}{C_{max}} \tag{5.39}$$

Teniendo en cuenta la ecuación (5.6):

$$\begin{Bmatrix} \dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f,s} - t_{f,e}\right) \\ \dot{Q} = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot \left(t_{c,e} - t_{c,s}\right) \end{Bmatrix},$$

y que por tanto:

$$Q = \left(m \cdot c_p\right)_{min} \cdot \Delta t_{max} = \left(m \cdot c_p\right)_{max} \cdot \Delta t_{min},$$

la relación de capacidad (ecuación 5.39) puede escribirse como:

$$CR = \frac{C_{min}}{C_{max}} = \frac{\dot{Q}/\Delta t_{max}}{\dot{Q}/\Delta t_{min}} = \frac{\Delta t_{min}}{\Delta t_{max}} \tag{5.39 bis}$$

Siendo:

CR = relación de capacidad

C_{min} (W/°C)= capacidad calorífica mínima: $\left(\dot{m} \cdot c_p\right)_{min}$

C_{max} (W/°C)= capacidad calorífica máxima: $\left(\dot{m} \cdot c_p\right)_{max}$

Δt_{min} (°C)= incremento de temperaturas del fluido de capacidad calorífica máxima.

Δt_{max} (°C)= incremento de temperaturas del fluido de capacidad calorífica mínima.

Por definición:

$$CR \leq 1$$

Nota: en el caso de un evaporador o un condensador, la capacidad calorífica mínima es finita y la máxima se aproxima a infinito, con lo que se tiene:

$$CR_{condensador/evaporador} = 0 \tag{5.40}$$

2. *La efectividad del intercambiador de calor.*

Es la relación entre la transferencia real de calor en el cambiador y la transferencia de calor máxima que se podría intercambiar:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} \tag{5.41}$$

Se demuestra que la transferencia de calor máxima ocurre en el cambiador en contracorriente equivalente que tuviera un área infinita, y es igual a:

$$\dot{Q}_{max} = (\dot{m} \cdot c_p)_{min} \cdot (t_{ce} - t_{fe}) \tag{5.42}$$

De esta forma, el calor realmente intercambiado se puede calcular, conocida la efectividad, como:

$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot \dot{Q}_{max} = \varepsilon \cdot (\dot{m} \cdot c_p)_{min} \cdot (t_{ce} - t_{fe})$$

Si sustituimos la ecuación (5.42) en la ecuación (5.41), y calculamos el calor real intercambiado a partir del calor transmitido por convección al fluido de menor capacidad calorífica $(\dot{m} \cdot c_p)_{min}$, podemos expresar la efectividad en función exclusivamente de temperaturas:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{(\dot{m} \cdot c_p)_{min} \cdot \Delta t_{max}}{(\dot{m} \cdot c_p)_{min} \cdot (t_{ce} - t_{fe})} = \frac{\Delta t_{max}}{(t_{ce} - t_{fe})} \tag{5.41 bis}$$

3. *Número de unidades de transmisión de calor.*

El número de unidades de transmisión de calor se define, suponiendo un coeficiente global de transmisión de calor constante en todo el intercambiador, como:

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{min}} \tag{5.43}$$

El valor anterior es una medida adimensional de la transmisión de calor en el intercambiador.

La expresión (5.43) se puede poner también en función de temperaturas:

$$NTU = \frac{\dot{Q}/\Delta t_m}{\dot{Q}/\Delta t_{max}} = \frac{\Delta t_{max}}{\Delta t_m} \qquad (5.43\ \text{bis})$$

Para mayor claridad, se va a particularizar las ecuaciones 5.39 bis, 5.41 bis y 5.43 bis para los siguientes dos casos:

a) Si el fluido de menor capacidad calorífica es el fluido frío, se tiene:

$$\left(\dot{m}\cdot c_p\right)_{min} = \left(\dot{m}\cdot c_p\right)_{frío} \rightarrow \begin{cases} CR = \dfrac{\left(t_{c,e} - t_{c,s}\right)}{\left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)} \\ \varepsilon = \dfrac{\left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)}{\left(t_{c,e} - t_{f,e}\right)} \\ NTU = \dfrac{\left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)}{\Delta t_m} \end{cases}$$

a) Si el fluido de menor capacidad calorífica es el fluido caliente, se tiene:

$$\left(\dot{m}\cdot c_p\right)_{min} = \left(\dot{m}\cdot c_p\right)_{caliente} \rightarrow \begin{cases} CR = \dfrac{\left(t_{f,s} - t_{f,e}\right)}{\left(t_{c,e} - t_{c,s}\right)} \\ \varepsilon = \dfrac{\left(t_{c,e} - t_{c,s}\right)}{\left(t_{c,e} - t_{f,e}\right)} \\ NTU = \dfrac{\left(t_{c,e} - t_{c,s}\right)}{\Delta t_m} \end{cases}$$

Para cualquier intercambiador de calor se puede demostrar que existe una relación entre los tres parámetros adimensionales vistos:

$$\varepsilon = f(CR, NTU) \qquad (5.45)$$

Sin embargo, en cálculos de diseño de intercambiadores de calor, es más conveniente trabajar con ecuaciones del tipo:

$$NTU = f(CR, \varepsilon) \qquad (5.46)$$

En la tabla 5.2 aparecen expresiones del tipo $\varepsilon = f(CR, NTU)$ para distintos diseños de intercambiadores de calor.

Tabla 5.2. Eficiencia de un intercambiador de calor en función de la relación de capacidad y el número de unidades de transmisión

Configuración del intercambiador	Relación ε - NTU
Doble tubo	
Flujo paralelo en equicorriente	$\varepsilon = \frac{1 - exp[-NTU \cdot (1 + CR)]}{1 + CR}$ (5.47)
Flujo paralelo en contracorriente	$\varepsilon = \frac{1 - exp[-NTU \cdot (1 - CR)]}{1 - CR \cdot exp[-NTU \cdot (1 - CR)]}$ (5.48) ⋆
Carcasa y tubos	
Un paso por la carcasa (y 2, 4… pasos por tubos)	$\varepsilon = 2 \cdot \left\{1 + CR + (1 + CR^2)^{1/2} \cdot \frac{1 + exp[-NTU \cdot (1 + CR^2)^{1/2}]}{1 - exp[-NTU \cdot (1 + CR^2)^{1/2}]}\right\}^{-1}$ (5.49)
n pasos por la carcasa (y 2n, 4n… pasos por tubos)	$\varepsilon = \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 \cdot CR}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - 1\right] \cdot \left[\left(\frac{1 - \varepsilon_1 \cdot CR}{1 - \varepsilon_1}\right)^n - CR\right]^{-1}$ (5.50) ⋆⋆ Donde ε_1 es la expresión (5.49): $\varepsilon_1 = 2 \cdot \left\{1 + CR + (1 + CR^2)^{1/2} \cdot \frac{1 + exp[-NTU \cdot (1 + CR^2)^{1/2}]}{1 - exp[-NTU \cdot (1 + CR^2)^{1/2}]}\right\}^{-1}$ **Para el cálculo de ε_1 se utiliza el NTU por paso de carcasa: NUT/n**
Flujo cruzado (un solo paso)	
Ambos fluidos sin mezclar	$\varepsilon = 1 - exp\left[\left(\frac{1}{CR}\right) \cdot (NTU)^{0.22} \cdot \{exp[-CR \cdot (NTU)^{0.78}] - 1\}\right]$ (5.51)
Ambos fluidos mezclados	$\varepsilon = \left[\frac{1}{1 - exp(-NTU)} + \frac{CR}{1 - \exp(-NTU \cdot CR)} - \frac{1}{NTU}\right]^{-1}$ (5.52)
C_{max}: mezclado, C_{min}: sin mezclar	$\varepsilon = \left(\frac{1}{CR}\right) \cdot (1 - exp\{-CR \cdot [1 - exp(-NTU)]\})$ (5.53)
C_{min}: mezclado, C_{max}: sin mezclar	$\varepsilon = 1 - exp(-CR^{-1} \cdot \{1 - exp[-CR \cdot (NTU)]\})$ (5.54)
Todos los intercambiadores CR=0	
Todos los intercambiadores CR=0	$\varepsilon = 1 - exp(-NTU)$ (5.55)

⋆ **Nota 1:** Cuando en flujo paralelo en contracorriente CR=1, la ecuación (5.48) resulta en una indeterminación. En esos casos, la eficiencia es:

$$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (5.48\ bis)$$

⋆⋆ **Nota 2:** Cuando en flujo paralelo en contracorriente CR=1, la ecuación (5.50) resulta en una indeterminación. En esos casos, la eficiencia es:

$$\varepsilon = \frac{n \cdot \varepsilon_1}{1 + (n - 1) \cdot \varepsilon_1} \quad (5.50\ bis)$$

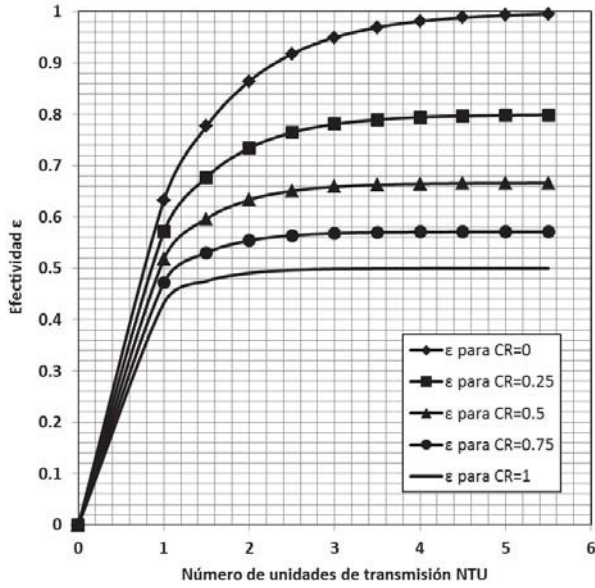


Figura 5.18. Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo paralelo es equicorriente.

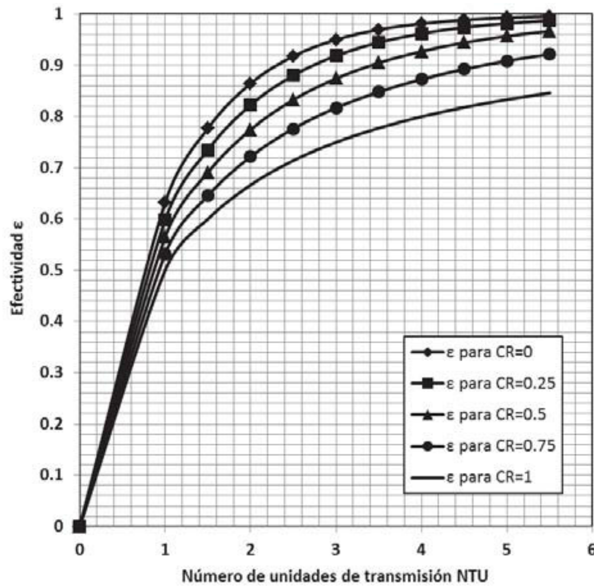


Figura 5.19. Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo paralelo en contracorriente.

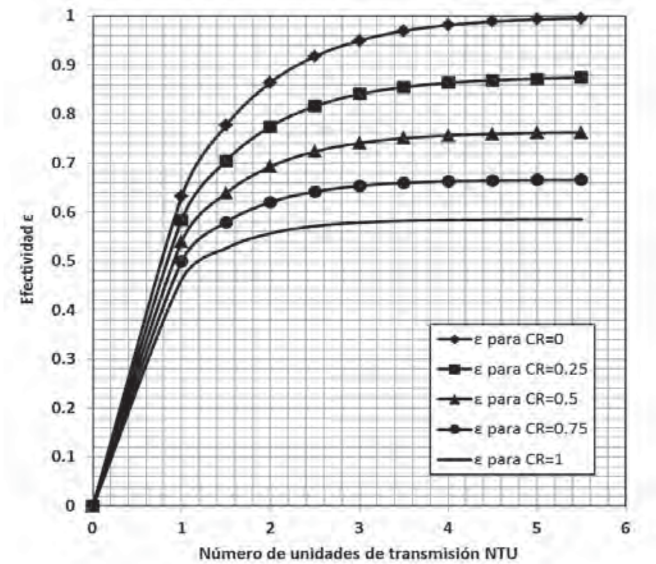


Figura 5.20. Eficiencia de un intercambiador de calor de carcasa y tubos, con un paso por carcasa y cualquier múltiplo de dos pasos por los tubos.

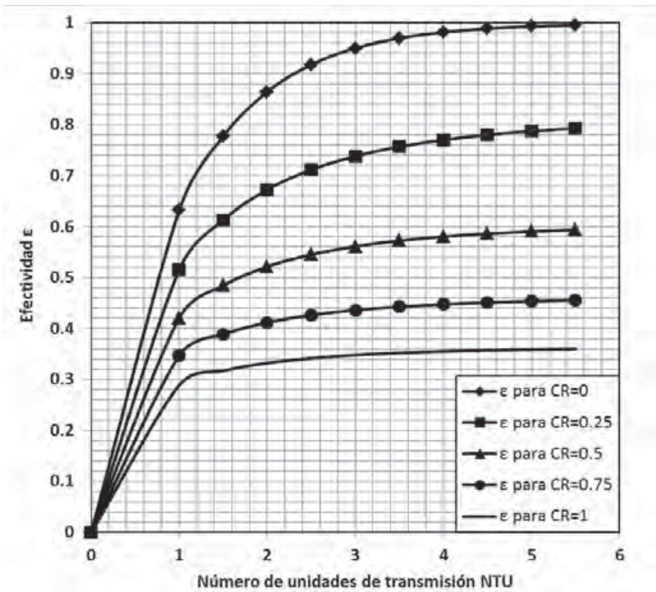


Figura 5.21. Eficiencia de un intercambiador de calor de carcasa y tubos, con dos pasos por carcasa y cualquier múltiplo de cuatro pasos (4, 8, 12, etc) por los tubos.

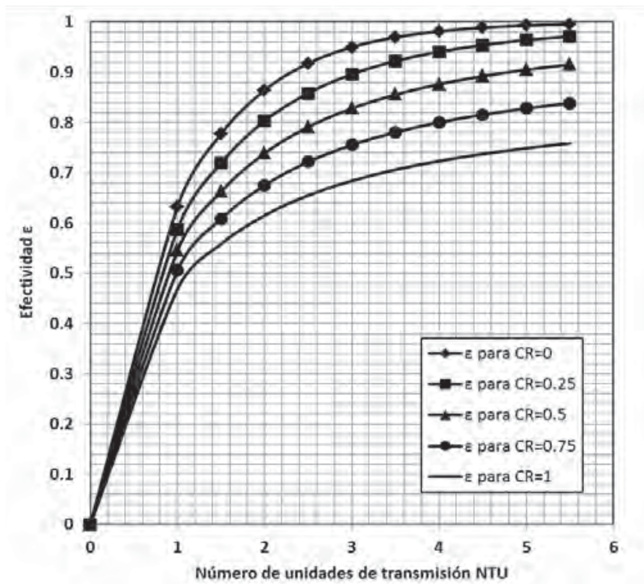


Figura 5.22. Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con ambos fluidos sin mezclar.

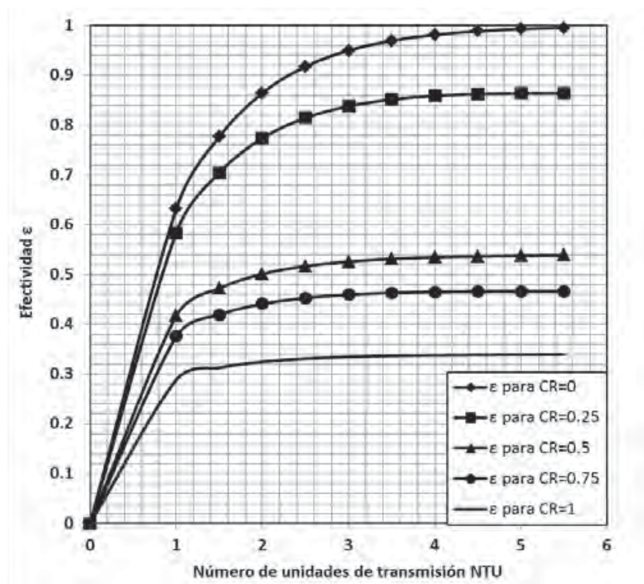


Figura 5.23. Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con ambos fluidos mezclados.

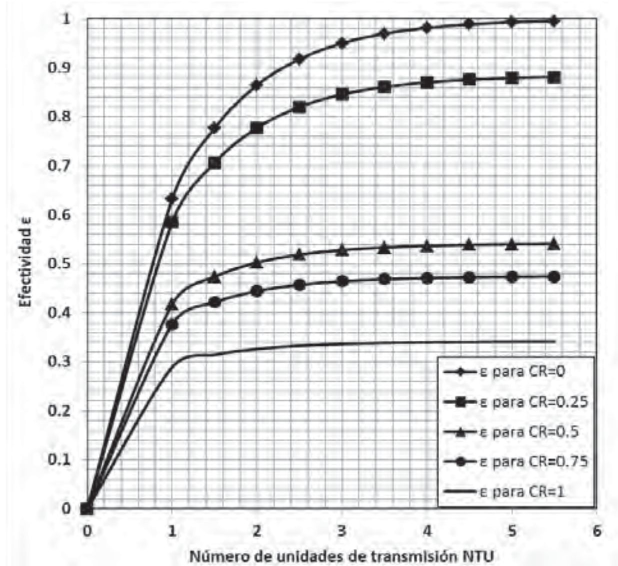


Figura 5.24. Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con el fluido de C_{max} mezclado y el fluido de C_{min} sin mezclar.

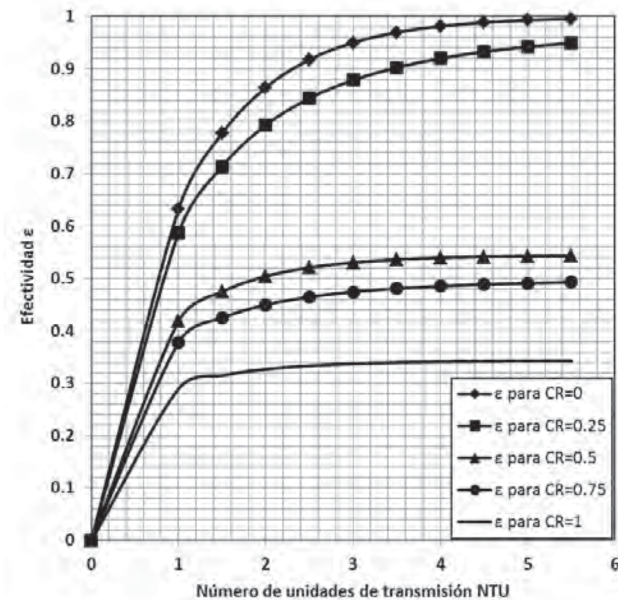


Figura 5.25. Eficiencia de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con el fluido de C_{min} mezclado y el fluido de C_{max} sin mezclar.

5.2. Metodología de cálculo en el método del número de unidades de transmisión

Se expone a continuación la forma **habitual** de proceder en el caso de aplicar el método del número de unidades de transmisión. Es importante destacar que no siempre se tiene porqué operar de la misma manera exactamente, dependerá del tipo de problema.

Se supone que los datos del problema son:

— Tipo de intercambiador de calor utilizado y dimensiones.
— Temperaturas de entrada de los fluidos al intercambiador de calor
— Caudales másicos de ambos fluidos
— Ocasionalmente, se podría dar como datos los valores medios de las propiedades termofísicas de los fluidos dentro del intercambiador, pero este último dato no suele ser frecuente.

Los pasos a seguir son:

1. *Determinación de las capacitancias térmicas medias de los fluidos en el intercambiador de calor.*

Si se ha facilitado como dato las propiedades medias de los fluidos, este cálculo es inmediato aplicando la definición de capacitancia térmica:

$$C = \dot{m} \cdot c_p$$

Si no se han facilitado las propiedades medias de los fluidos, se tiene entonces que:

— **Suponer** unos valores medios de temperaturas de los dos fluidos.

— Para esos valores medios, se determina el calor específico de los dos fluidos.

2. Determinación de los valores de la relación de capacidad CR y el número de unidades de transmisión NTU.

Por aplicación inmediata de las fórmulas (5.39) y (5.43)

$$CR = \frac{C_{min}}{C_{max}} \quad (5.39 \text{ bis})$$

$$NTU = \frac{U \cdot A}{C_{min}} \quad (5.43 \text{ bis})$$

Lo más probable es que tanto el valor del coeficiente global de transmisión de calor *U* como el valor del área de transferencia *A* sean variables a determinar.

3. Determinación de la eficiencia del intercambiador función del número de unidades de transmisión.

Si no se explicita en el enunciado, se puede optar por emplear el método analítico (tabla 5.2) o el método gráfico (figuras 5.15 a 5.25)

4. Determinación del calor intercambiado a partir de la definición de efectividad.

Por aplicación inmediata de la ecuación (5.41):

$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot \dot{Q}_{max} = \varepsilon \cdot \left(\dot{m} \cdot c_p\right)_{min} \cdot \left(t_{ce} - t_{fe}\right)$$

5. Determinación de las temperaturas de salida de ambos fluidos

Aplicando la ecuación (5.6) se puede determinar la temperatura de salida de cada corriente fluida:

$$\begin{Bmatrix} \dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f,s} - t_{f,e}\right) \\ \dot{Q} = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot \left(t_{c,e} - t_{c,s}\right) \end{Bmatrix}$$

Si las temperaturas calculadas a partir de la ecuación (5.6) no coinciden con las temperaturas supuestas inicialmente, es necesario iterar. Para ello, en el cálculo de las temperaturas medias (paso 1) se toma como temperaturas de salida las temperaturas calculadas mediante la ecuación (5.6):

$$\begin{Bmatrix} \dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f,s} - t_{f,e}\right) \\ \dot{Q} = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot \left(t_{c,e} - t_{c,s}\right) \end{Bmatrix}$$

6. EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Problema 1

Se ha estimado en 2 m^3/h el consumo de agua caliente sanitaria a 50 °C de un bloque de viviendas. Para obtener dicho caudal, a la temperatura anteriormente citada, se piensa emplear un cambiador de calor que utilice agua caliente procedente de una caldera, a 90 °C, enfriándola 20 °C (por tanto, el agua sale a 70 °C), que caliente agua de red a 20 °C, hasta la temperatura deseada.

Considerando que el cambiador debe de ser de 1 paso por carcasa y 2 por tubería, que los tubos serán de cobre puro de 16/12 mm, que por su interior

circulará el agua caliente con una velocidad máxima de 0.5 m/s, y que el fluido frío circulará por la carcasa a 0.2 m/s.

Determinar:

a) Número de tubos del cambiador.

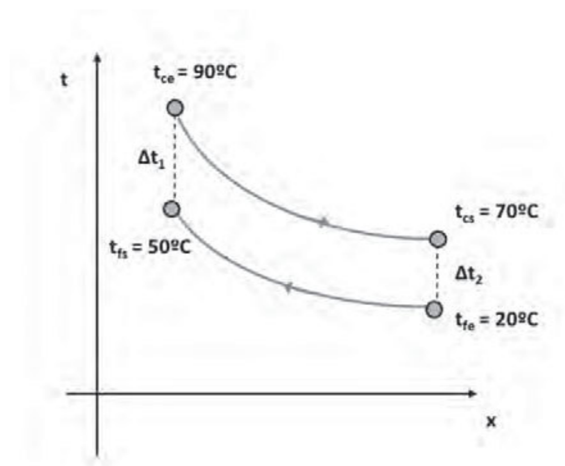
b) Diámetro de la carcasa.

c) Coeficiente global de transmisión de calor del cambiador.

d) Longitud del cambiador.

Se conocen tanto las temperaturas de entrada como de salida al intercambiador y, de acuerdo con lo que se pregunta en el problema, lo normal es emplear el método de las diferencias medias de temperatura.

Se aconseja que lo primero que se realice en el problema sea la representación de la evolución de las temperaturas en el intercambiador en contracorriente equivalente.



Otros datos del problema:

$p_c = 1$
$p_t = 2$
$d_o = 16 \cdot 10^{-3}\ m$
$d_i = 12 \cdot 10^{-3}\ m$
$u_{c,max} = 0.5\ m/s$

$u_f = 0.2 \ m/s$

1. Determinación de las propiedades termofísicas de los fluidos y de la conductividad del tubo:

Datos del agua fría a (50+20)/2=35ºC (fluido que circula por la carcasa):

$$\rho_f = 994.1 \ {}^{kg}/_{m^3}$$
$$c_{p,f} = 4179 \ {}^{J}/_{kg \cdot ºC}$$
$$\mu_f = 0.7196 \cdot 10^{-3} \ {}^{kg}/_{m \cdot s}$$
$$k_f = 0.6221 \ {}^{W}/_{m \cdot ºC}$$
$$Pr_f = 4.83$$

Datos del agua caliente a (90+70)/2=80ºC (fluido que circula por los tubos):

$$\rho_c = 971.6 \ {}^{kg}/_{m^3}$$
$$c_{p,c} = 4195 \ {}^{J}/_{kg \cdot ºC}$$
$$\mu_c = 0.3550 \cdot 10^{-3} \ {}^{kg}/_{m \cdot s}$$
$$k_c = 0.6668 \ {}^{W}/_{m \cdot ºC}$$
$$Pr_c = 2.23$$

2. Cálculo del número de tubos:

$$n_t = \frac{4 \cdot \dot{m}_c}{\pi \cdot d_i^2 \cdot u_{c,max} \cdot \rho_c} = 15.03 \, tubos \rightarrow \boldsymbol{16 \, tubos}$$

3. Cálculo del coeficiente de película interior de los tubos:

Recalculamos la velocidad por el interior de los tubos a partir de la ecuación de conservación de masa:

$$\dot{m}_c = \rho_c \cdot u_c \cdot n_t \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \rightarrow v_c = \frac{4 \cdot 0.825}{971.6 \cdot \pi \cdot (12e-03)^2 \cdot 16} = 0.47 \ {}^{m}/_{s}$$

Calculamos Re:

$$Re = \frac{\rho_c \cdot u_c \cdot d_i}{\mu} = \frac{971.6 \cdot 0.47 \cdot 12e-03}{0.355e-03} = 15411.13 \rightarrow turbulento$$

Aplicamos *Dittus-Boelter*:

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.3} = 65.54 = \frac{h_i \cdot d_i}{k} \rightarrow h_i = 3641.67 \, {}^{W}/_{m^2 \cdot ºC}$$

4. Cálculo del coeficiente de película exterior de la carcasa:

Primero se calcula el diámetro equivalente. Para ello:

— Superficie libre de paso:

$$A_{lp,s} = \frac{\dot{m}_{v,f}}{v_f} = \frac{2/3600}{0.2} = 2.77 \cdot 10^{-3} m^2$$

— Superficie total:

$$A_{total,s} = p_c \cdot A_{lp,s} + n_t \cdot p_t \cdot \frac{\pi \cdot d_o^2}{4} = 9.21 \cdot 10^{-3} m^2$$

— **Diámetro de la carcasa:**

$$A_{total,s} = \frac{\pi \cdot \phi_s^2}{4} \rightarrow \boldsymbol{\phi_s = 0.108\, m}$$

— Diámetro equivalente:

$$\frac{S_T}{p_t \cdot n_t} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \rightarrow D = 0.066\, m$$

$$D_{eq} = D - d_o = 0.066 - 0.016 = 0.05\, m$$

Calculamos el Re:

$$Re = \frac{\rho_s \cdot u_s \cdot D_{eq}}{\mu_s} = \frac{994.1 \cdot 0.2 \cdot 0.05}{0.7196e - 03} = 13716.18 \rightarrow turbulento$$

Aplicamos Dittus-Boelter:

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4} = 88.12 = \frac{h_o \cdot D_{eq}}{k} \rightarrow h_o = 1096.44 \, {}^{W}\!/_{m^2 \cdot ºC}$$

5. Calculamos el ***coeficiente global de transmisión de calor:***

$$U = \frac{1}{\frac{r_o}{r_i \cdot h_i} + r_o \cdot \frac{ln\left({}^{r_o}\!/_{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{h_o}} = \frac{1}{\frac{16}{12 \cdot 3641.67} + 0.008 \cdot \frac{ln\left({}^{16}\!/_{12}\right)}{399} + \frac{1}{1096.44}}$$

$$= \mathbf{778.85} \, {}^{\boldsymbol{W}}\!/_{\boldsymbol{m^2 \cdot ºC}}$$

6. Calculamos la diferencia de temperaturas logarítmico media:

$$\Delta t_{lm,cc} = \frac{(90 - 50) - (70 - 20)}{ln\left({}^{40}\!/_{50}\right)} = 44.81ºC$$

7. Calculamos el factor de corrección F:

El factor de corrección de determina gráficamente a partir de la figura 5.10 del capítulo

$$\left.\begin{aligned} R &= \frac{t_{ce} - t_{cs}}{t_{fs} - t_{fe}} = \frac{90 - 70}{50 - 20} = 0.66 \\ P &= \frac{t_{fs} - t_{fe}}{t_{ce} - t_{fe}} = \frac{50 - 20}{90 - 20} = 0.43 \end{aligned}\right\} \rightarrow F = 0.95$$

8. Cálculo del área de intercambio y de la longitud:

$$\dot{Q} = A \cdot U_R \cdot \Delta t_{lm,cc} \cdot F \rightarrow A = \frac{Q}{U_R \cdot \Delta t_{lm,cc} \cdot F} = \frac{\dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot \Delta t_c}{U_R \cdot \Delta t_{lm,cc} \cdot F} = \frac{\dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \Delta t_f}{U_R \cdot \Delta t_{lm,cc} \cdot F}$$
$$= 2.087\ m^2$$
$$A = \pi \cdot d_o \cdot L \cdot n_t \cdot p_t \rightarrow \boldsymbol{L = 1.3\ m}$$

Problema 2

Un cambiador de calor está formado por dos tubos concéntricos de cobre, de los tipos 70/64 y 54/49. Por uno de los extremos de la tubería interior, se introduce agua a 20 °C con velocidad de 1 m/s, mientras que por el extremo opuesto y por el espacio anular se introduce agua a 90 °C y 2 m/s.

Determinar las temperaturas finales de ambos fluidos, suponiendo que no existen pérdidas hacia el exterior, y que la longitud del doble tubo que forma el cambiador es de 60 m.

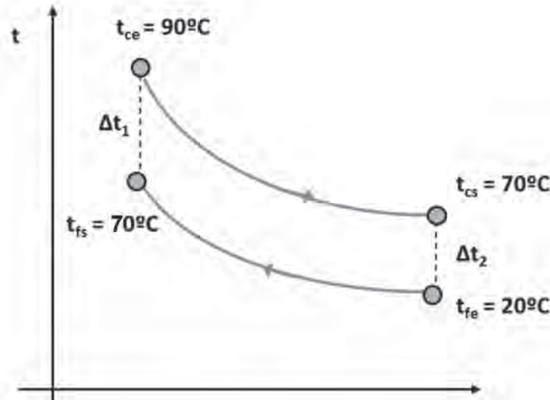
Datos del problema:

$$^{d_o}/_{d_i} = {}^{54}/_{49} \cdot 10^{-3}\ m$$
$$^{D_o}/_{D_i} = {}^{70}/_{64} \cdot 10^{-3}\ m$$
$$t_{ce} = 90ºC$$
$$t_{fe} = 20ºC$$
$$u_f = 1\ m/s$$
$$u_c = 2\ m/s$$

1. *Determinación de las capacitancias térmicas medias de los fluidos en el intercambiador de calor*

Suponemos:

$$\left.\begin{matrix} t_{fs} = 70ºC \\ t_{cs} = 90ºC \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{matrix} t_{fm} = 45ºC \\ t_{cm} = 70ºC \end{matrix}$$



Calculamos propiedades de los fluidos a las temperaturas medias:

Datos del agua fría a (70+20)/2=45 °C (fluido que circula por la carcasa):

$\rho_f = 990.2\ {}^{kg}/_{m^3}$

$c_{p,f} = 4180\ {}^{J}/_{kg \cdot ºC}$

$\mu_f = 0.5961 \cdot 10^{-3}\ {}^{kg}/_{m \cdot s}$

$k_f = 0.6374\ {}^{W}/_{m \cdot ºC}$

$Pr_f = 3.909$

Datos del agua caliente a (90+50)/2=70 °C (fluido que circula por los tubos):

$\rho_c = 977.8\ {}^{kg}/_{m^3}$

$c_{p,c} = 4190\ {}^{J}/_{kg \cdot ºC}$

$\mu_c = 0.4039 \cdot 10^{-3}\ {}^{kg}/_{m \cdot s}$

$k_c = 0.6631\ {}^{W}/_{m \cdot ºC}$

$Pr_c = 2.552$

Calculamos las capacitancias caloríficas:

$$\dot{m}_f = \rho_f \cdot u_f \cdot \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} = 990.2 \cdot 1 \cdot \frac{\pi \cdot 0.049^2}{4} = 1.867 \; {}^{kg}/_{s}$$

$$\dot{m}_f \cdot c_{p,f} = 7805.15 \; {}^{W}/_{ºC}$$

$$\dot{m}_c = \rho_c \cdot u_c \cdot \frac{\pi \cdot \left(D_i^2 - d_e^2\right)}{4} = 977.8 \cdot 2 \cdot \frac{\pi \cdot (0.064^2 - 0.054^2)}{4} = 1.8123 \; {}^{kg}/_{s}$$

$$\dot{m}_c \cdot c_{p,c} = 7593.91 \; {}^{W}/_{ºC}$$

2. *Determinación del valor de CR*

$$CR = \frac{\left(\dot{m} \cdot c_p\right)_{min}}{\left(\dot{m} \cdot c_p\right)_{max}} = 0.97$$

3. *Calculamos el coeficiente UA:*

3.1. Calculamos h_i:

$$Re_f = \frac{\rho_f \cdot u_f \cdot d_i}{\mu_f} = \frac{990.2 \cdot 1 \cdot 49e-03}{0.5961e-03} = 81395.403 \rightarrow turbulento$$

Aplicamos Dittus-Boelter:

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4} = 336.54 = \frac{h \cdot d_i}{k_f} \rightarrow h_i = 4377.74 \; {}^{W}/_{m^2 \cdot ºC}$$

$$\frac{S_T}{p_t \cdot n_t} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \rightarrow D = 0.066 \, m$$

3.2. Calculamos h_o

$$D_{eq} = D_i - d_o = 0.064 - 0.054 = 0.01 \, m$$

Calculamos el Re:

$$Re = \frac{\rho_c \cdot u_c \cdot D_{eq}}{\mu_c} = 8417.93 \rightarrow turbulento$$

Aplicamos Dittus-Boelter:

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.3} = 170.53 = \frac{h \cdot D_{eq}}{k_c} \rightarrow h_e = 11307.74 \; {}^{W}/_{m^2 \cdot ºC}$$

3.3. Calculamos U:

$$U = \frac{1}{\frac{r_o}{r_i \cdot h_i} + r_o \cdot \frac{ln\left(r_o/_{r_i}\right)}{k} + \frac{1}{h_o}} = \frac{1}{\frac{54}{49 \cdot 4377.74} + 0.027 \cdot \frac{ln\left(54/_{49}\right)}{399} + \frac{1}{11307.74}} = \mathbf{2883.94}\ {}^{\boldsymbol{W}}/_{\boldsymbol{m^2} \cdot {}^{\underline{o}}\boldsymbol{C}}$$

3.4. Calculamos el área de transferencia de calor:

$$A = \pi \cdot d_o \cdot L = 10.178\ m^2$$

3.5. Calculamos *UA:*

$$UA = 29352.78\ {}^{W}/_{{}^{\underline{o}}C}$$

4. *Cálculo de la eficiencia del intercambiador*

Como no se dice nada en el enunciado, se puede emplear el método analítico o el método gráfico.

$$CR = \frac{(\dot{m} \cdot c_p)_{min}}{(\dot{m} \cdot c_p)_{max}} = 0.97$$

$$NTU = \frac{UA}{(\dot{m} \cdot c_p)_{min}} = 3.86$$

4.1 Método analítico:

A partir de la tabla 5.2., ecuación 5.48:

$$\varepsilon = \frac{1 - exp[-NTU \cdot (1 - CR)]}{1 - CR \cdot exp[-NTU \cdot (1 - CR)]} = 0.805$$

4.2 Método gráfico:

A partir de la figura 5.19:

$$\left.\begin{aligned} CR = \frac{(\dot{m} \cdot c_p)_{min}}{(\dot{m} \cdot c_p)_{max}} = 0.97 \\ NTU = \frac{UA}{(\dot{m} \cdot c_p)_{min}} = 3.86 \end{aligned}\right\} \rightarrow \varepsilon = 0.8$$

5. *Determinación del calor intercambiado a partir de la definición de efectividad*

Por aplicación de la ecuación (5.41):

$$\dot{Q} = \varepsilon \cdot \dot{Q}_{max} = \varepsilon \cdot \left(\dot{m} \cdot c_p\right)_{min} \cdot \left(t_{ce} - t_{fe}\right) = 427747.67\ W$$

6. *Determinación de las temperaturas de salida de ambos fluidos*

Aplicando la ecuación (5.6):

$$\begin{Bmatrix} \dot{Q} = \dot{m}_f \cdot c_{p,f} \cdot \left(t_{f,s} - t_{f,e}\right) \\ \dot{Q} = \dot{m}_c \cdot c_{p,c} \cdot \left(t_{c,e} - t_{c,s}\right) \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} t_{f,s} = 76.33ºC \\ t_{c,s} = 35.19ºC \end{Bmatrix}$$

Habría que volver a iterar con esos valores de temperatura, pero nos saldría que dichos valores son los correctos.

¿Por qué?

Se puede intuir a partir de la gráfica 5.16: para los valores de NTU que aparecen en este problema, las curvas son muy planas y la relación de capacidad *CR* se altera muy poco con cambios en $\dot{m} \cdot c_p$, para el caso del agua (y en general, cualquier líquido).

Se deja como tarea al alumno la realización concreta de dicha iteración.

Problema 3 *(Febrero 2014, Termotecnia. Grado en Ingeniería Mecánica)*

Se tiene un cambiador de calor de 1 paso por carcasa y 2 pasos por tubos, que aprovecha los gases de escape de un equipo de combustión para calentar 800 kg/h de agua desde 30 ºC a 80 ºC. Los gases, cuyas propiedades a efectos de cálculo pueden asimilarse a las del aire, entran a 200 ºC y salen a 90 ºC. Supóngase que el coeficiente global de transmisión es 180 W/m^2 ºC.

Calcular la superficie de intercambio en m^2.

Problema 4 *(Febrero 2014, Termotecnia. Grado en Ingeniería Mecánica)*

Los gases de escape de un motor a 280 ºC se hacen circular por el exterior de un intercambiador de flujos cruzados, y se enfrían hasta 100 ºC, mientras que por el interior de los tubos circula 2 kg/s de agua presurizada, que entra a 40 ºC y sale a 130 ºC. Si el coeficiente global de transmisión de calor es de 100 W/m^2 ºC, calcular, utilizando el método NTU, la superficie necesaria del intercambiador.

Datos: c_p (gases de combustión) = 1000 J/kgºC

c_p (agua) = 4197 J/kgºC

Problema 5 *(Febrero 2014, Termotecnia. Grado en Ingeniería Mecánica)*

Calcular la longitud de un intercambiador de calor del tipo doble tubo de acero 1%C, que se utiliza para calentar 3500 kg/h de glicol desde 28 ºC hasta 52 ºC, utilizando agua que pasa de 70 ºC a 40 ºC. Los fluidos circularán en contracorriente, haciéndolo el glicol por el lado interior.

Datos:

Tubo interior: $D_i = 50\ mm$

$D_o = 55\ mm$

Tubo exterior: $D_i = 100\ mm$

$D_o = 108\ mm$

Nota: las propiedades del glicol se tienen que consultar en el libro de tablas.

7. SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Problema 3

$A = 3.46\ m^2$

Problema 4

$A = 92.3\ m^2$

Problema 5

$L = 103.26\ m$

Tema 6

Máquinas y motores térmicos. Generalidades

Marta Muñoz Domíguez

Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Introducción.
2. Concepto de máquina térmica.
   2.1. Clasificación de las máquinas de fluido.
   2.2. Distinción entre máquina hidráulica y máquina térmica.
   2.3. Clasificación de las máquinas térmicas.
3. Motores térmicos de combustión interna y de combustión externa. Distinción entre máquina térmica y motor térmico.
4. Rendimiento de los motores térmicos.
   4.1. Rendimiento del ciclo y rendimiento de la instalación.
   4.2. Rendimiento exergético.
5. Cogeneración.
6. Campos de aplicación de los motores térmicos.

Tema 6
MÁQUINAS Y MOTORES TÉRMICOS. GENERALIDADES

OBJETIVOS FUNDAMENTALES DEL CAPÍTULO

— Distinguir entre máquina hidráulica y máquina térmica.
— Distinguir entre máquina térmica motora y motor térmico.
— Entender la diferencia entre motor de combustión interna y externa.
— Que el alumno tenga clara la clasificación de las máquinas térmicas y los motores térmicos, entendiendo en qué se diferencian unos tipos de otros en cuanto a su principio de funcionamiento y esquema constructivo.
— Conocer cómo de define el rendimiento en el caso de los motores de combustión externa y en el caso de los de combustión interna.
— Que el alumno conozca los principales campos de aplicación de los distintos tipos de motores y máquinas térmicas, así como las razones por las cuales entran en competencia en las distintas aplicaciones, pudiendo justificar cuáles son más idóneos en cada caso.
— Comprender el papel que juegan los equipos térmicos, generadores de vapor y cámaras de combustión, en las instalaciones de potencia.

1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se va a presentar una panorámica general de los distintos tipos de máquinas y motores térmicos destacando algunas diferencias básicas en su principio de funcionamiento y revisando los principales campos de aplicación en cada caso. A pesar de que este capítulo se lee con cierta facilidad lo cierto es que algunas de las ideas que se presentan no se asimilan correctamente si no se repasan ciertos conceptos estudiados en Termodinámica, algunos de los cuales se han sintetizado en el anexo I. Por otra parte, las razones por las cuales, por ejemplo, unos tipos de motores son más adecuados para determinados campos de aplicación no se entenderán en profundidad hasta que no se haya abordado el estudio del fundamento y diseño de las máquinas y motores térmicos que se realiza en posteriores capítulos. No

obstante, ha parecido conveniente empezar el estudio con este capítulo de generalidades, si bien se considera imprescindible volver sobre el mismo una vez estudiado el resto de la materia, ya que al releerlo, se analizará, sin duda, con otra perspectiva.

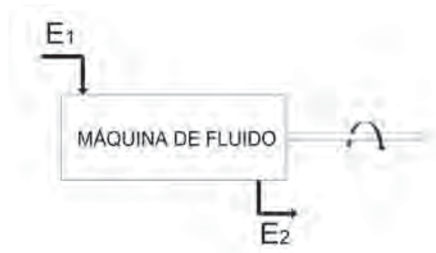


Figura 6.1. Esquema de máquina de fluido.

2. CONCEPTO DE MÁQUINA TÉRMICA

2.1. Clasificación de las máquinas de fluido

Antes de exponer el concepto de *máquina térmica* es conveniente aclarar que estas máquinas están englobadas dentro de un conjunto de máquinas más amplio, bajo la denominación de *máquinas de fluido*. Se va a empezar por indicar qué se entiende por máquina de fluido para poner de manifiesto qué particularidades tienen las máquinas térmicas que las distinguen de otro tipo de máquinas de fluido.

Se denomina *máquina de fluido* a toda máquina por la que circula un fluido (fluido de trabajo) de forma que el conjunto de elementos que la constituyen permiten que se realice un intercambio de energía mecánica con el exterior, generalmente a través de un eje, por variación de la energía disponible en el fluido que atraviesa la máquina.

Las *máquinas de fluido* se pueden clasificar atendiendo a distintos criterios:

— *Dependiendo de si el fluido disminuye o aumenta su energía a su paso por la máquina:*

- *Motoras* $E_1 > E_2$

  El fluido disminuye su energía[1] a su paso por la máquina, y en consecuencia se obtiene energía mecánica aprovechable en forma de par motor en el eje de la máquina.
  Ejemplos: turbina térmica, turbina hidráulica, máquina de vapor.

[1] Desde otro punto de vista se podría decir que disminuye su exergía al atravesar la máquina.

- *Generadoras* $E_1 < E_2$

  El fluido aumenta su energía a su paso por la máquina debido a que la máquina absorbe energía mecánica del exterior mediante un par de accionamiento. Ejemplos: bomba centrífuga, compresor axial, compresor alternativo, compresor rotativo de paletas, etc.

— *Dependiendo de si el fluido de trabajo es incompresible o compresible*:

- *Máquinas hidráulicas* $\rho_1 \cong \rho_2$

  El fluido que evoluciona por la máquina es incompresible o se comporta como tal, lo que tiene importantes implicaciones, como se pone de manifiesto en el epígrafe siguiente.
  Ejemplos: bomba, turbina hidráulica, ventilador.

- *Máquinas térmicas* $\rho_1 \neq \rho_2$

  El fluido que evoluciona por la máquina es compresible y varía su densidad de forma significativa al atravesar la máquina.
  Ejemplos:

  - *Motoras* $\rho_1 > \rho_2$: turbina térmica, máquina de vapor.
  - *Generadoras* $\rho_1 < \rho_2$: turbocompresor, compresor volumétrico de lóbulos, etc.

— *Dependiendo de si el fluido circula de manera continua o en cada instante evoluciona una cantidad bien definida de fluido:*

- *Dinámicas o turbomáquinas.*

  Ejemplos: turbina, bomba centrífuga, turbocompresor.

- *Volumétricas o de desplazamiento positivo.*

  Ejemplos: bomba alternativa, compresor alternativo, compresor rotativo de paletas, compresor rotativo de tornillo, etc.

2.2. Distinción entre máquina hidráulica y máquina térmica

Como puede verse, tanto las máquinas hidráulicas como las máquinas térmicas pueden ser motoras o generadoras, volumétricas o turbomáquinas; lo que diferencia a ambos tipos de máquinas es concretamente qué tipo de fluido, com-

presible o incompresible, evoluciona por su interior. En ese sentido hay que destacar que la compresibilidad del fluido juega un papel fundamental en el intercambio energético que tiene lugar entre el fluido compresible y el exterior, basándose en la ecuación del Primer Principio de la Termodinámica. En los fluidos compresibles es posible transformar energía térmica en energía mecánica expandiendo el fluido, así como también es posible transformar la energía mecánica de un fluido en energía térmica, comprimiendo el fluido. Como consecuencia de ello, al distinguir entre máquinas térmicas y máquinas hidráulicas se está diferenciando qué tipos de energías estarán presentes en el término que se ha denominado genéricamente «E», en la clasificación de las máquinas de fluido. Las máquinas térmicas utilizan *fluidos compresibles* y en ellas es posible transformar parte de la energía térmica de estos fluidos en energía mecánica y viceversa; por tanto, «E» incluirá energía térmica y energía cinética, ya que la variación de la energía potencial entre la entrada y la salida de la máquina puede despreciarse. En los *fluidos incompresibles* esta transformación no es posible, de forma que sólo se podrá aprovechar su energía mecánica, en concreto su energía cinética. Por tanto, si a la entrada de una máquina hidráulica el fluido tiene una energía térmica asociada, que se puede incrementar por la fricción a su paso por la máquina, ésta no intervendrá en el intercambio energético y no será aprovechada.

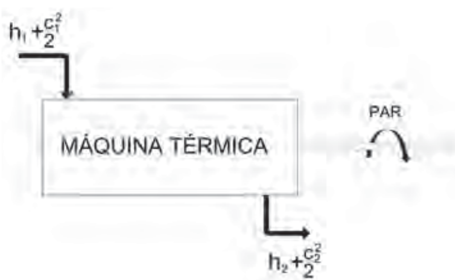


Figura 6.2. Ejemplo de máquina térmica dinámica.

2.3. Clasificación de las máquinas térmicas

— *Turbomáquinas o máquinas dinámicas (sistemas abiertos):*

- *Máquinas motoras (turbinas):* Debido a la compresibilidad del fluido, dicho fluido transforma su energía térmica en energía cinética mediante un proceso de expansión. Dicha energía cinética será aprovechada para generar un par motor en el eje de la máquina.

Posteriormente, en el capítulo 10, se analizará el fundamento de las turbinas térmicas, es decir, cómo se realiza la transformación de la energía térmica en energía mecánica y que a su vez, después, la energía mecánica se manifieste en forma de par motor en el eje de la máquina.

- *Máquinas generadoras (turbocompresores)*: De forma análoga, un par de accionamiento conseguirá incrementar la velocidad del fluido y, debido a la compresibilidad de éste y al diseño específico de la máquina, esta energía cinética se transformará mediante un proceso de difusión (deceleración) en energía de presión, incrementándose, por tanto, la energía térmica del fluido de trabajo.

Máquinas térmicas volumétricas (sistemas cerrados):

- *Máquinas motoras (máquina de vapor):* Un fluido con elevada energía térmica, en concreto, vapor de agua, se introduce en la máquina y su elevada presión provoca el desplazamiento de un émbolo, generando un par motor debido al mecanismo biela-manivela. Al modificarse el volumen ocupado por el fluido en el proceso de expansión, el fluido está disminuyendo su energía térmica, debido a su compresibilidad.
- *Máquinas generadoras (compresores volumétricos):* El incremento de energía térmica (aumento de temperatura) y/o de *exergía* (aumento de presión) se produce por disminución del volumen. Dicha compresión que se realiza absorbiendo trabajo del exterior.

3. MOTORES TÉRMICOS DE COMBUSTIÓN INTERNA Y DE COMBUSTIÓN EXTERNA. DISTINCIÓN ENTRE MÁQUINA TÉRMICA Y MOTOR TÉRMICO

La gran mayoría de las fuentes de energía primaria (combustibles fósiles, combustibles nucleares, biomasa, energía solar térmica y energía geotérmica) son aprovechadas mediante una transformación previa de su energía potencial en una energía térmica asociada a un fluido de trabajo. Por ejemplo, la energía asociada a la estructura molecular de los combustibles fósiles o de la biomasa se libera en la mayor parte de los casos mediante un proceso de combustión, generándose gases con un elevado nivel térmico. En el caso de un reactor nuclear, la energía liberada por la fisión del núcleo del átomo del combustible nuclear es evacuada del reactor mediante un fluido refrigerante que adquiere una elevada energía térmica. En todos estos casos, una máquina térmica motora será la encargada de transformar dicha energía térmica asociada al correspondiente fluido de trabajo en energía mecánica utilizable.

Cuando el conjunto de elementos mecánicos que permiten obtener energía mecánica a partir del estado térmico de un fluido de trabajo incluye el equipo donde tiene lugar la generación de dicho estado térmico, a dicho conjunto de elementos se le denomina *motor térmico o planta de potencia*.

Es habitual que exista una confusión entre los conceptos de máquina térmica motora y de motor térmico. Cabe destacar que en algunos casos el motor térmico incluye una o varias máquinas térmicas, mientras que en otros no es posible establecer tan claramente la distinción. Para esclarecer la cuestión es importante distinguir entre dos tipos de motores térmicos: *motores de combustión externa* y *motores de combustión interna*.

Motores de combustión externa

En estos motores el fluido experimenta un proceso cíclico cerrado que incluye, tanto el proceso en el que el fluido adquiere un elevado nivel térmico, como el proceso en el que se transforma la energía térmica adquirida en energía mecánica. Además, en este tipo de motores dichos procesos siempre tienen lugar en equipos diferentes; por ejemplo, el fluido adquiere su energía térmica en un intercambiador de calor, generador de vapor o caldera, siempre por transmisión de calor a través de una pared, y cede su energía térmica en una máquina térmica motora. Es importante resaltar que en este tipo de motores, el fluido de trabajo no interviene en el proceso de combustión y, por tanto, no experimenta ninguna transformación química, de ahí su denominación de *combustión externa*.

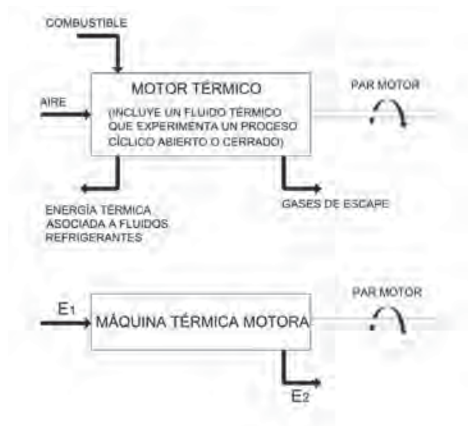


Figura 6.3. Esquema general de un motor térmico en contraposición al esquema de una máquina térmica motora.

A los motores de combustión externa también se les denomina máquinas térmicas cíclicas[2] o motores caloríficos, porque el fluido de trabajo absorbe calor de un foco caliente y cede calor a un foco frío.

— *De fluido que se condensa en la instalación*

Un ejemplo de este tipo de motor puede ser el *ciclo de vapor de Rankine* que se analiza en el capítulo 9. En él, la energía liberada en el proceso de combustión se aprovecha para producir vapor en una caldera. Dicho vapor será el fluido de trabajo (también llamado fluido motor) que luego atravesará la turbina de vapor (máquina térmica motora) cediendo gran parte de su energía térmica, energía que se proyectará al exterior en forma de par motor en el eje de la turbina. El fluido motor no experimentará transformaciones químicas y evolucionará usualmente según un ciclo cerrado. En este caso, para completar su evolución, el fluido atravesará un condensador y una bomba para retornar de nuevo a la caldera en forma de agua líquida a alta presión.

La *instalación con máquina de vapor* es otro ejemplo de este tipo de motores, aunque en la actualidad está prácticamente en desuso.

— *De fluido que no se condensa*

Turbinas de gas de ciclo cerrado: El fluido se comprime en un compresor, a continuación se calienta a expensas de un foco caliente, atravesando un intercambiador de calor, posteriormente se expande desarrollando trabajo en la turbina, parte del cual se emplea en accionar el compresor, y finalmente el fluido retorna a su estado inicial cediendo calor a un foco frío en un segundo intercambiador de calor, para cerrar el ciclo.

Motores Stirling: Son motores de los denominados de combustión externa de tipo alternativo. El gas que evoluciona (por ejemplo, helio, nitrógeno, o simplemente aire) se calienta mediante una fuente de energía primaria y al expandirse en el interior del cilindro, desarrolla trabajo. Posteriormente debe ceder energía térmica a un foco frío para reanudar el ciclo. Estos motores, muy poco utilizados industrialmente, están siendo utilizados en instalaciones solares térmicas con discos parabólicos. La luz solar recogida por el disco se concentrada en su zona focal, donde se sitúa el motor, aprovechando dicha energía para calentar el fluido de trabajo.

---

[2] Es frecuente, especialmente en terminología inglesa, utilizar la denominación *máquina térmica cíclica (cyclic heat engine),* para denominar al conjunto de elementos que constituyen el motor térmico incluyendo sólo los tubos de la caldera (que recibirán calor del foco caliente) y los del condensador (que cederán calor al foco frío) y *planta de potencia* si se considera el conjunto de la caldera y el condensador.

Motores de combustión interna

En este tipo de motores son los propios reactantes, y posteriormente los gases producto de la combustión, los que constituyen el fluido motor. Al sufrir transformaciones fisicoquímicas, el fluido motor no podrá evolucionar según un ciclo cerrado, dado que no puede retornar a su estado inicial. Sin embargo, dado que el fluido sí experimenta una secuencia de procesos que se repiten en el tiempo, su evolución podrá asimilarse a un ciclo termodinámico, que se denominará «ciclo abierto», el cual incluye un proceso de admisión de aire fresco y combustible, así como un proceso de escape de los productos de la combustión, una vez que han cedido buena parte de su energía térmica, transformándola en par motor. Por otra parte, el ciclo termodinámico básico incluye los procesos de compresión del fluido motor, determinante para la obtención de un elevado rendimiento, combustión y expansión.

A los motores de combustión interna también se les denomina *motores adiabáticos* porque, en principio, el fluido de trabajo no tiene por qué intercambiar calor con ningún otro fluido en el interior del motor[3].

— *De tipo alternativo (MCIA)*

Los gases de resultantes de la combustión, con elevada energía térmica y nivel de presión, desplazan un pistón con movimiento alternativo, desarrollando potencia mecánica durante el proceso de expansión *(motores Otto o de encendido provocado (MEP) y diesel o de encendido por compresión (MEC)* estudiados en los capítulo 7) En este caso no es posible distinguir la máquina térmica motora del motor térmico.

- Motores de encendido provocado, ciclo Otto (MEP).
- Motores de encendido por compresión, diesel (MEC).

— *De tipo rotativo*

- *Turbina de gas*: Los propios gases de la combustión se introducen directamente en la turbina (máquina térmica motora) para ceder su energía térmica y obtener potencia mecánica en el eje de la máquina. Antes de introducirse en la *cámara de combustión*, el aire comburente debe comprimirse en un compresor (máquina térmica generadora) para que luego dichos gases puedan expandirse en la turbina (capítulo 8).

---

[3] La necesidad de refrigerar el cilindro, en el caso de los MCI alternativos, viene motivada por exigencias mecánicas: para controlar la dilatación de las piezas y la temperatura del aceite.

- *Motor Wankel*: se trata de un motor rotativo volumétrico.

  El principio de funcionamiento es en gran medida similar al de los motores MCIA, pero en este caso un rotor triangular de caras convexas gira de forma excéntrica en el interior de una cámara, de manera que los tres volúmenes libres existentes entre las caras del rotor y las paredes interiores de dicha cámara varían con el giro, permitiendo los procesos de admisión, compresión, expansión y escape. Son motores muy compactos que, sin embargo, tienen problemas a la hora de conseguir la necesaria estanqueidad y una correcta lubricación, por lo que tienen la desventaja, frente a los de tipo alternativo, de un elevado consumo de aceite, además de mayores emisiones contaminantes.

— *De reacción*

  Los gases de la combustión transforman parte de su energía térmica en energía mecánica, pero ésta no se manifiesta en forma de par motor en un eje sino en forma de energía cinética, obteniéndose una propulsión por chorro debido a la salida de los gases de la combustión a gran velocidad debido a su expansión en una tobera.

- *Motores cohete*
  La energía primaria del combustible que utilizan se libera mediante una reacción química que no precisa el aporte de oxígeno desde el exterior.

- *Aerorreactores*
  Toman aire del exterior como comburente para la reacción de combustión.

  - Con compresor (*turborreactor, turbofan y turbohélice*).
  - Sin compresor (*estatorreactor y pulsorreactor*).

Para acabar de clarificar conceptos, poniendo de manifiesto la distinción entre motor térmico y máquina térmica motora, analice la figura 6.4 en la que se presenta el papel de los motores térmicos y las máquinas térmicas motoras en el contexto de las transformaciones energéticas. Puede observarse que los motores térmicos no constituyen el único sistema de obtener energía mecánica a partir de un combustible, ya que mediante una *pila de combustible* se puede aprovechar la energía química asociada a la estructura molecular del hidrógeno para generar directamente energía eléctrica mediante un proceso inverso al de la electrolisis[4]. Posteriormente la energía generada se podría utilizar para accionar un motor eléctrico con el fin de producir

[4] Dado que el hidrógeno no está disponible en la naturaleza, es necesario obtenerlo previamente, en general a partir de combustibles fósiles como el gas natural.

energía mecánica. Las pilas de combustible tienen todavía baja incidencia, de manera que los motores térmicos son los sistemas utilizados de manera más generalizada para llevar a cabo la transformación de la energía contenida en los combustibles fósiles y en los combustibles nucleares en energía mecánica.

Analizando la figura 6.4 y a modo de resumen se puede concluir que las máquinas térmicas permiten transformar energía térmica en mecánica o viceversa, mientras que los motores térmicos permiten transformar la energía primaria asociada a la constitución de la materia (enlaces químicos en la molécula o fuerzas asociadas al núcleo del átomo) o la asociada a ciertas energías renovables (solar, geotérmica) en energía mecánica. Para ello se produce una primera transformación de la energía primaria en energía térmica asociada a un fluido de trabajo. Se incluye dentro del motor térmico el equipo donde tiene lugar el proceso de liberación de la energía contenida en la fuente primaria (motores de combustión interna), o bien el equipo donde el fluido motor recibe energía térmica, a través de una pared, procedente de otro fluido, fuente primaria o proceso (motores de combustión externa).

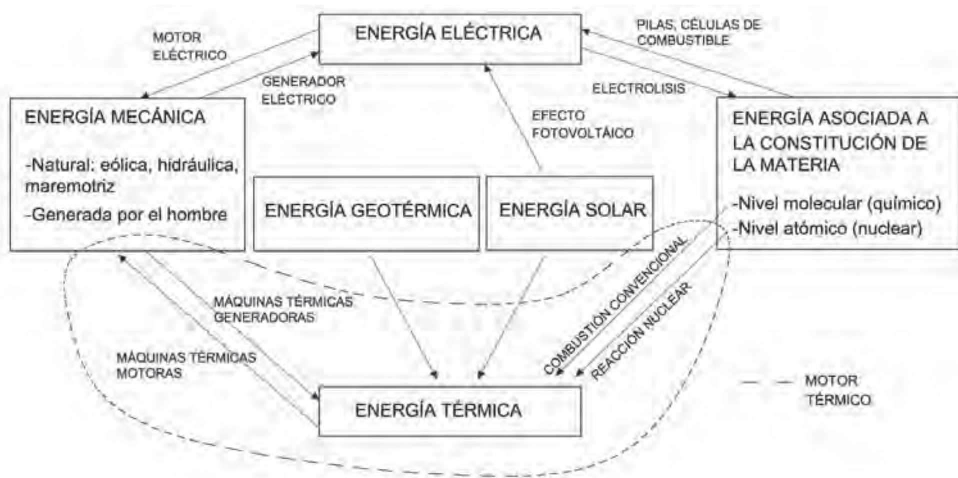


Figura 6.4. Las máquinas y los motores térmicos en el contexto de las transformaciones energéticas.

Debido a la complejidad y volumen de los motores de combustión externa de fluido condensable, constituidos por gran número de equipos (capítulo 9), es habitual denominar a estas instalaciones *plantas de potencia*, empleando la denominación de *motores térmicos* fundamentalmente en el caso de los motores de combustión interna, que son instalaciones más compactas.

Conviene insistir en que pesar de la denominación empleada de *motores de combustión interna o externa*, los motores térmicos pueden aprovechar diferentes tipos de energía primaria: combustible fósil (reacción de combustión), combustible nuclear (reacción de fisión), energía solar (aprovechando esta energía para producir vapor o calentar un fluido, como por ejemplo aceite), biomasa (transformándola previamente en un combustible líquido o gaseoso, o bien aprovechándola directamente mediante un proceso de combustión).

4. RENDIMIENTO DE LOS MOTORES TÉRMICOS

4.1. Rendimiento del ciclo y rendimiento de la instalación

En primer lugar, en el caso de los motores de combustión externa o caloríficos, es riguroso definir el rendimiento térmico, o rendimiento del ciclo termodinámico que experimenta el fluido de trabajo:

$$\eta_t = \eta_{ciclo} = \frac{N_{mecánica}}{\dot{Q}_{aportado\ al\ fluido}} \tag{6.1}$$



Esquema 6.1. Clasificación de los motores térmicos.

No obstante, en motores térmicos, particularmente en los de combustión interna, el rendimiento que más se utiliza para evaluar la bondad del proceso es el que puede denominarse *rendimiento de la instalación,* que refleja en qué medida se aprovecha la energía primaria introducida por unidad de tiempo en el motor, a través del gasto másico de combustible, para producir potencia mecánica, y se expresa como el cociente de ambas magnitudes:

$$\eta_{inst} = \frac{N_{mecánica}}{\dot{m}_f \cdot H_c} \tag{6.2}$$

En el caso de los motores de combustión externa que utilizan combustibles fósiles, este rendimiento está estrechamente relacionado con el rendimiento térmico definido en (6.1), e incluye el rendimiento del equipo donde tiene lugar la transformación de la energía primaria en energía térmica, es decir, el rendimiento de la caldera o generador de vapor η_{cal}, de forma que:

$$\eta_{inst} = \frac{N_{mecánica}}{\dot{Q}_{aportado\ al\ fluido}} \cdot \frac{\dot{Q}_{aportado\ al\ fluido}}{\dot{m}_f \cdot H_c} = \eta_{ciclo} \cdot \eta_{cal} \tag{6.3}$$

En el caso de los motores de combustión interna, la expresión (6.1) sólo se utiliza en el análisis de los *ciclos teóricos* en los que se considera que el fluido realiza un proceso cíclico (ciclo cerrado) y se supone, en una primera aproximación, que el proceso de combustión que experimenta el fluido se puede considerar como una aportación de calor al mismo. Por otra parte, la evacuación de los gases de combustión al ambiente se supone que constituye una cesión de calor a un foco frío.

4.2. Rendimiento exergético

El rendimiento exergético de un motor térmico de combustión interna se define como el trabajo que desarrolla el motor respecto del máximo que podría haberse obtenido a partir del combustible. El trabajo máximo de referencia es precisamente la exergía del combustible, que se obtiene a través de la expresión que aparece en el denominador de la ecuación (6.4).

$$\eta_{exerg} = \frac{W}{W_{\max}} = \frac{W}{\left(H_{reac0} - H_{prod0}\right) - T_0\left(S_{reac0} - S_{prod0}\right)} \tag{6.4}$$

Se puede comprobar que:

$$T_0\left(S_{reac0}-S_{prod0}\right)<<\left(H_{reac0}-H_{prod0}\right)$$

y tal como se explica en el anexo I, este último término coincide con el poder calorífico del combustible, de manera que se comprueba que el rendimiento exergético y el rendimiento de la instalación definido en (6.2), son prácticamente coincidentes.

Es importante resaltar que aunque el 100% del calor producido en el proceso de combustión se transfiera al fluido de trabajo, dado que éste se calienta a una temperatura finita, se destruye exergía, ya que la energía térmica que adquiere dicho fluido no puede convertirse totalmente en trabajo, tal como se recuerda en el anexo I. Si la exergía del combustible, liberada en el proceso de combustión, fuera posible transferirla a un fluido de trabajo a temperatura constante infinita, sólo entonces no se destruiría exergía en dicha transformación. Por ello, cuanto mayor es la temperatura media del fluido de trabajo durante el proceso de combustión (absorción de calor del foco caliente), menor es la destrucción de exergía y mayor es el rendimiento del proceso. La temperatura del foco frío entra en consideración implícitamente, ya que el concepto de exergía siempre va ligado a una temperatura ambiente de referencia (foco frío).

5. COGENERACIÓN

Hay que tener en cuenta que el rendimiento de la instalación de los motores térmicos modernos no supera como valor medio el 40%. El valor del rendimiento para los distintos motores en el caso de plantas grandes, como mínimo de unos 15 MW, oscila en los siguientes rangos:

— Planta de potencia con turbina de vapor 39-41%.
— Turbinas de gas 35-45 %.
— Motores de combustión interna alternativos 35-52%.
— Ciclos combinados turbina de gas-turbina de vapor 45-60%.

El rendimiento depende en gran medida del tamaño de la planta, y por tanto de su potencia, de las simplificaciones constructivas y de la tecnología más o menos de vanguardia empleada en la construcción de los equipos. Por todas estas circunstancias, los valores medios de los rendimientos de los motores térmicos son algo inferiores a los señalados. Esto significa que en torno a un 60% de la

energía del combustible utilizado se desperdicia y se evacua al ambiente en forma de calor. Hay que tener en cuenta que las pérdidas que se producen en la transformación energética que tiene lugar en los motores térmicos son inherentes en gran medida al propio ciclo termodinámico de estos motores y, por tanto, sólo pueden reducirse en parte, tal como se comenta en el anexo I. En el estado del arte actual estamos muy próximos al límite máximo del rendimiento alcanzable en motores térmicos, de ahí el interés de la cogeneración como medio de mejora del rendimiento global.

La cogeneración es la producción conjunta de energía térmica y mecánica, que lleva implícita el aprovechamiento de una energía residual; energía térmica aprovechable en forma de gases o líquidos calientes y energía mecánica que se puede utilizar directamente para accionamiento mecánico pero que en la mayoría de los casos se convierte en energía eléctrica mediante un alternador.

Por ejemplo, analicemos el caso de una industria que requiera importantes consumos de energía térmica y energía eléctrica; energía térmica que puede ser en forma de vapor para distintos procesos industriales (por ejemplo industrias de papel y celulosa o industrias químicas) y energía eléctrica para el abastecimiento de sus instalaciones y el accionamiento de su maquinaria. La industria tiene dos alternativas: la primera de ellas es la solución clásica que consiste en comprar la energía eléctrica a través de una empresa comercializadora o distribuidora y utilizar una caldera para producir vapor o agua caliente quemando un combustible para cubrir sus necesidades de energía térmica; la otra alternativa es instalar un sistema de cogeneración de energía térmica y eléctrica. En ese caso, la energía primaria contenida en un combustible se introduce en un motor térmico, por ejemplo una turbina de gas, generando energía mecánica que puede ser posteriormente transformada en energía eléctrica mediante un alternador. Como consecuencia de la conversión energética que tiene lugar en el motor térmico se producen una serie de pérdidas no aprovechables (fundamentalmente de calor por radiación) y energías térmicas residuales en forma de fluidos calientes (gases de escape, fluidos refrigerantes, etc.), dependiendo del sistema. Los sistemas de cogeneración se basan en aprovechar la mayor parte posible de dichos calores residuales, ya que constituyen un foco o fuente de energía térmica que puede ser utilizado directamente en procesos industriales o indirectamente mediante cambiadores de calor para producir vapor o agua caliente para cubrir necesidades industriales o también para aplicaciones en el sector terciario. Como consecuencia se logra un mejor aprovechamiento de la energía

potencialmente contenida en los combustibles y por consiguiente un ahorro de energía primaria para producir las mismas cantidades finales de energía térmica y energía eléctrica.

Se puede definir el rendimiento de la planta de cogeneración de la forma siguiente, entre otras:

$$\eta_{COG} = \frac{N_e + N_t}{\dot{m}_f . H_c} \quad (6.5)$$

En el numerador aparece la suma de la energía térmica aprovechada y la energía mecánica-eléctrica obtenida, ambas por unidad de tiempo, y en el denominador la energía aportada por el combustible por unidad de tiempo (gasto másico de combustible por el poder calorífico). Hay que tener en cuenta que se están sumando en el numerador energías de categorías muy diferentes por lo que este rendimiento proporciona simplemente una idea de la calidad del proceso.

6. CAMPOS DE APLICACIÓN DE LOS MOTORES TÉRMICOS

Producción de energía eléctrica

Aproximadamente el 80% de energía eléctrica que consume la sociedad se obtiene a través de motores térmicos accionando generadores eléctricos. Actualmente en este campo compiten asimismo los sistemas basados en las energías renovables: hidráulica, eólica y solar fotovoltaica y, en mucha menor escala, las pilas de combustible. También es interesante destacar que cuando se desarrolle la tecnología de la fusión nuclear, la energía térmica desarrollada también será aprovechada a través de motores térmicos de combustión externa.

— *Grandes potencias*

En la generación de energía eléctrica para grandes centrales de producción, las plantas de vapor se han venido utilizando sin competencia hasta muy recientemente. La primera razón de este hecho radica en que este tipo de motor térmico es el más versátil en relación al combustible, ya que puede utilizar combustibles fósiles sólidos, líquidos y gaseosos, combustibles nucleares, o incluso energías renovables como biomasa o energía solar; no obstante, la utilización del carbón como fuente de energía primaria llevó inicialmente al desarrollo de estas instalaciones, obteniéndose altos rendimientos (40%). Por otra parte, este tipo de insta-

laciones son las que desarrollan mayor potencia unitaria, ya que la energía disponible por unidad de masa en el vapor es tres veces superior a la disponible en el gas y, por tanto, para desarrollar la misma potencia serán necesarios gastos másicos de fluido muy superiores en el caso de las turbinas de gas y los MCI alternativos. A pesar de que es factible diseñar instalaciones basadas en el ciclo de *Rankine* con potencias superiores a los 1000 MW, hoy en día, en el caso de que se utilicen combustibles fósiles o las centrales de producción estén integradas por varios *grupos* de menor potencia (350 MW -550 MW), lo que conlleva ventajas de cara a la planificación de las paradas por mantenimiento. Debido a ello, las turbinas de gas, que han mejorado espectacularmente sus prestaciones en los últimos años existiendo modelos comercializados que superan los 375 MW con rendimientos del 40%, están actualmente en condiciones de competir, siempre y cuando el combustible a utilizar sea líquido o gaseoso. Los gases de la combustión que se generan a partir de combustibles sólidos contienen un elevado nivel de cenizas que producen erosiones inaceptables en la turbina. En cuanto a los motores de combustión interna alternativos, éstos tienen las mismas limitaciones que las turbinas de gas en cuanto al tipo combustible, pero además consiguen potencias muy inferiores, con valores máximos cercanos a los 100 MW, por lo que únicamente se han venido utilizando para la producción de energía eléctrica en las islas Baleares y Canarias, en el caso de España.

La decisión de utilizar el gas natural como fuente de energía primaria para la producción de energía eléctrica a gran escala, con el fin de diversificar el origen de las fuentes y reducir las emisiones contaminantes, ha motivado que los ciclos combinados gas-vapor estén utilizándose cada vez más en el campo de la producción de energía eléctrica debido a su elevado rendimiento. Los ciclos combinados deben su éxito al espectacular desarrollo de las turbinas de gas en los últimos años y a la creciente fiabilidad de estas instalaciones como consecuencia de la mejora en la tecnología de las calderas de recuperación. Por todo ello, actualmente se comercializan plantas de ciclo combinado con rendimientos superiores al *60%*, ya que al buen rendimiento de la turbina de gas que incorporan se une el hecho de que su principio de funcionamiento implica el aprovechamiento de la energía residual asociada a los gases de escape de la turbina de gas para producir una parte o bien el total del vapor que luego se expansiona en una turbina de vapor.

— *Generación distribuida y cogeneración*

Se refiere a aplicaciones en las que la generación de energía eléctrica se realiza prácticamente en el punto de consumo, siendo las potencias requeridas pequeñas en

comparación con el caso anterior. Por tanto, son potencias que, en general, no superan los 30 MW, siendo más habituales las instalaciones con potencias entre 5-10 MW en el sector industrial e inferiores a 1 MW en el sector terciario. En esta aplicación es precisamente donde compiten las pilas de combustible, la tecnología solar fotovoltaica y la minihidráulica, por el bajo nivel de potencia demandado.

En cuanto al tipo de plantas que se utilizan, en el caso concreto de la cogeneración, las instalaciones con turbinas de vapor se utilizaron mucho en el pasado por ser una tecnología conocida y para determinados requerimientos la única disponible en su momento. El desarrollo de las turbinas de gas, con la mejora de sus rendimientos, motivó que las instalaciones basadas en este elemento motor crecieran en número, desplazando a las instalaciones con turbina de vapor por su mayor coste de instalación, operación y mantenimiento, así como tiempos de construcción y puesta en servicio muy superiores a los de las turbinas de gas (consultar cuadro al final del capítulo). Por todo ello, las instalaciones basadas en turbinas de vapor sólo se utilizan en la actualidad cuando se desea utilizar un combustible sólido, especialmente si se dispone de un combustible sólido de desecho.

A medida que se ha extendido la cogeneración a aplicaciones de menor potencia, especialmente en el sector terciario, las instalaciones basadas en motores de combustión interna alternativos han ido incrementando su participación en este mercado. Hay que tener en cuenta que en el rango de potencias reducidas (<10MW), los motores de combustión interna alternativos tienen mayores rendimientos a plena potencia que las turbinas de gas. Por otro lado, su funcionamiento se adapta mejor en situaciones que requieren variaciones de carga y frecuentes paradas y arranques. Esto se debe, en primer lugar, a que, a diferencia de las turbinas de gas, los motores alternativos mantienen dentro de un rango aceptable su rendimiento ante variaciones de carga, siempre que trabajen por encima del 50% de su potencia nominal; por otra parte, su vida útil y el periodo entre revisiones se acortan menos ante frecuentes paradas y arranques que en el caso de las turbinas de gas.

Por otra parte, la elección de un tipo de motor térmico para cogeneración también depende de las características de la demanda térmica requerida que en ocasiones determinan el tipo de motor a utilizar. En ese sentido, hay que tener en cuenta en relación con las plantas con motores de combustión interna alternativos, que el nivel térmico del calor residual de estos motores es inferior al de las turbinas de gas. Esto hace que las instalaciones dotadas con estos motores puedan utilizarse sólo en aplicaciones en las que se requiera vapor a baja presión o agua caliente.

Las denominadas *microturbinas de gas* (aproximadamente en el rango: 25 kW-500 kW) son indicadas en esta aplicación, en la que se requiere bajo ruido y reducidas emisiones, pero tienen el inconveniente de su bajo rendimiento eléctrico, que no suele superar el 30%.

La mayor parte de ideas presentadas anteriormente son aplicables a la elección del tipo de motor térmico más conveniente en otras aplicaciones de generación distribuida, como pueden ser los *grupos electrógenos*.

Transporte

En este campo la única competencia a los MCIA reside actualmente en las pilas de combustible y en los motores eléctricos con baterías, si bien, en este último caso hay que tener en cuenta que dichas baterías se recargan con energía eléctrica generada en centrales de producción generalmente basadas en motores térmicos.

Las instalaciones de potencia con turbina de vapor son muy complejas y requieren gran cantidad de espacio, entre otras cosas por la presencia de la caldera, el condensador y el resto de los equipos auxiliares, todos ellos equipos muy voluminosos. Esto no supone un inconveniente en aplicaciones estacionarias, pero sí en aplicaciones de transporte. En esta aplicación se utilizan motores de combustión interna, mucho más compactos y por tanto de mayor potencia específica.

— *Automoción*

En automoción se trabaja muy frecuentemente a cargas parciales y las turbinas de gas tienen el grave inconveniente frente a los motores de combustión interna alternativos de que su rendimiento empeora mucho al variar la potencia en relación a las condiciones de diseño (potencia nominal). Además, para el reducido nivel de potencia característico de esta aplicación, el rendimiento de las turbinas de gas en condiciones nominales es algo inferior, y además no existe un ahorro significativo de peso frente a los MCI alternativos. Las únicas ventajas que presentan las turbinas de gas, en este caso, son: una menor emisión de contaminantes, menor ruido y menos mantenimiento; estas ventajas no contrarrestan el inconveniente de su peor rendimiento, especialmente a cargas parciales.

En el caso de *turismos* se utilizan tanto motores de encendido provocado (ciclo Otto/MEP) como de encendido por compresión (diesel/MEC). Estos últi-

mos tienen menor potencia específica, aunque en general un mayor coste de adquisición y mantenimiento. Sin embargo, su mejor rendimiento supone una característica muy importante debido al incremento del precio de los combustibles. Este factor, unido a la mejora de la potencia específica mediante la sobrealimentación ha supuesto un incremento notable del porcentaje de motores diesel en el sector del automóvil; en concreto son motores diesel de los denominados extrarrápidos (3800-5000 r.p.m.).

Los *motores de competición* son motores MEP de cuatro tiempos a altas revoluciones, ya que en este tipo de aplicación prima más la ventaja de una alta potencia específica.

En *autobuses y camiones*, se utilizan motores diesel de los denominados rápidos (1900-2700 r.p.m.) por su mejor rendimiento, aunque en el caso de autobuses urbanos, por su menor contaminación y ruido, cada vez hay mayor presencia de motores MEP a gas o utilizando biocombustibles.

Las *motocicletas* de pequeña cilindrada incorporan motores MEP de dos tiempos por el bajo coste asociado a la simplicidad constructiva. Las motocicletas de mayor potencia utilizan motores de MEP de cuatro tiempos por su mejor rendimiento frente a los dos tiempos.

— *Propulsión marina*

En motores marinos lo más extendido es el motor diesel, aunque en pequeñas potencias también se utilizan motores de gasolina (ciclo Otto) de dos tiempos. En grandes buques, el diesel lento (como mínimo 90 r.p.m.), ha desplazado completamente a las antiguas instalaciones con turbina de vapor. La turbina de gas tiene por el momento mucha menor incidencia, salvo en embarcaciones en las que se requiere muy alta potencia específica (hidrofoil, overcraft, lanchas rápidas) o en marina de guerra, por su menor nivel de ruido.

— *Tracción ferroviaria*

En tracción ferroviaria, a pesar de que la turbina de gas parece en principio idónea, ya que aquí las condiciones de trabajo son bastante constantes, todavía hay poca presencia de este tipo de motores. En esta aplicación lo más extendido son las locomotoras diesel-eléctricas, que consisten básicamente en motores diesel sobrealimentados rápidos (1000-1500 r.p.m.), accionando motores eléctricos encargados de proporcionar la tracción a las ruedas.

— *Propulsión aérea*

Aunque en aplicaciones deportivas y comerciales (avionetas) todavía se utilizan motores de combustión interna alternativos de gasolina, el campo de la aviación está dominado por las turbinas de gas de aviación.

En los inicios del desarrollo de las turbinas de gas se pusieron de manifiesto las posibilidades de este motor para la propulsión aérea. Hay que tener en cuenta que en el caso de propulsión de aviones utilizando hélice, la propulsión se origina como consecuencia del empuje que ejerce el aire sobre la hélice, en el sentido de avance del aparato, como reacción a la aceleración en sentido inverso que experimenta el caudal de aire que trasiega la hélice. Con este mismo fundamento, las turbinas de gas de aviación, que son motores de reacción de la categoría de los aerorreactores con compresor, producen un empuje sobre el fuselaje como consecuencia de la variación de la cantidad de movimiento experimentada básicamente por el aire a su paso por el motor.

Existen diversas configuraciones de turbinas de gas de aviación, siendo las más importantes: el turborreactor, el turbofán y el turbohélice. En esta asignatura no se va a abordar el funcionamiento de estos motores.

Otras aplicaciones

— *Maquinaria agrícola y motores auxiliares*

Para accionar tractores y cosechadoras se utilizan motores de combustión interna alternativos diesel.

En motores auxiliares de pequeña potencia como cortacésped o motosierras mecánicas, se utilizan motores de combustión interna alternativos de gasolina. En aplicaciones de mayor potencia como accionamiento de maquinaria de obras públicas o carretillas elevadoras, se emplean motores diesel.

En el caso de motores auxiliares de apoyo en tierra de aeronaves se utilizan turbinas de gas (APU).

COMPARACIÓN ENTRE DISTINTOS MOTORES TÉRMICOS (1)

Parámetro	MPCI alternativo	Turbinas de gas*	Instalación ciclo Rankine	Ciclos combinados gas-vapor
Tipos.	ciclo diesel, ciclo Otto gas.	Ciclos: simple, regenerativo, compuesto.	En contrapresión, en condensación.	Sin o con postcombustión.
Rango de potencia.	0,5 kW- 98 MW	28 kW – 334 MW	1 MW–1000 MW	7 MW–990 MW
Rendimiento máximo.	0,35 (gas). 0,52 (diesel).	0,45 (ciclo simple). 0,48 (ciclo regenerativo).	0,4 (ciclo en condensación).	0,6
Rango de rendimiento.	0,3 a 0,51.	0,2 a 0,43 (simple).	0,3–0,42	0,48–0,6
Factor η a media carga.	1,00	0,8 a 0,85	0,91 a 0,96	0,8 a 0,85
Tamaño y peso/kW.	medio.	pequeño.	grande.	medio.
Vida típica de la planta.	10 a 20 altos.	15 a 30 altos.	25 a 35 altos.	30 a 35 altos.
Periodo de mantenimiento[2].	semanal y mensual.	mensual y anual.	diario.	diario.
Periodo de inspección total.	anual.	varios altos.	anual.	anual.
Tipo de combustible.	liquido o gas.	liquido o gas.	sólido, líquido, gas.	líquido o gas.
Calidad requerida combustible.	alta.	alta/media.	media/baja.	alta/media.
Necesidades personal.	algunos.	pocos o ninguno.	muchos.	varios.
Lubricación.	cambios frecuentes de aceite y filtros.	control nivel aceite.	control nivel aceite	control nivel aceite.
Característica fundamental a destacar.	Buen η cargas parciales y alta potencia específica.	Es el motor de mayor potencia específica.	Única planta que puede utilizar combustibles sólidos.	Es la planta de Inds alto rendimiento (60%).

* Se hace referencia a las turbinas de gas de ciclo abierto para producción de potencia.

COMPARACIÓN ENTRE DISTINTOS MOTORES TÉRMICOS *

Parámetro	MCI alternativo	Turbinas de gas	Instalación con turbina de vapor, ciclo Rankine	Ciclos combinados gas-vapor
Requerimientos para la instalación.	– Cimentación para absorción de vibraciones. – Celda para absorber ruido, silenciador de escape.	– Filtros para el aire de admisión. – Silenciadores de admisión y escape.	– Sistema de tratamiento de cenizas y escorias, si combustible sólido. – Almacenamiento y tratamiento del combustible sólido. – Gran caudal de agua refrigeración. – Tratamiento especial del agua del ciclo.	– Gran caudal de agua refrigeración. – Tratamiento especial del agua del ciclo. – Filtros para el aire de admisión. – Silenciadores de admisión y escape.
Campos de aplicación.	– Automoción. – Propulsión marina. – Tracción ferroviaria. – Obras públicas. – Maquinaria agrícola. – Propulsión aérea. – Cogeneración. – Producción de energía eléctrica.	– Propulsión aérea (turborreactor, turbofan y turbohelice). – GPU (Ground Power Units) en aeropuertos. – Propulsión marina. – Cogeneración. – Producción de energía eléctrica.	– Producción de energía eléctrica. – Cogeneración.	– Producción de energía eléctrica. – Cogeneración.

* Se refiere a instalaciones en aplicaciones estacionarias de producción de energía eléctrica de uso continuado.

Tema 7

Generalidades de los motores de combustión interna alternativos

Antonio Rovira de Antonio

Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Componentes y procesos básicos de un motor de combustión interna alternativo
2. Clasificación de los MCIA.
   2.1. Según el proceso de combustión.
   2.2. Según el modo de realizar el ciclo.
   2.3. Según el tipo de refrigeración.
   2.4. Según la presión de admisión.
   2.5. Según el número y disposición de cilindros.
3. Evolución del fluido de trabajo durante el funcionamiento del motor. Diagrama p-α y diagrama del indicador.
   3.1. Diagrama p-α.
   3.2. Diagrama del indicador.
4. Prestaciones y curvas características del motor.
5. Ciclos del aire equivalente.
   5.1. Ciclo de aire equivalente de volumen constante.
   5.2. Ciclo de aire equivalente de presión limitada.

Tema 7

GENERALIDADES DE LOS MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVOS

OBJETIVOS FUNDAMENTALES DEL CAPÍTULO

— Conocer qué es un motor de combustión interna alternativo, su constitución física, sus elementos constructivos fundamentales, así como los cinco procesos que tienen lugar en este tipo de motores: *admisión*, *compresión*, *combustión*, *expansión* y *escape*.

— Saber establecer la clasificación de los motores de combustión interna alternativos atendiendo a distintos criterios:

- Según el proceso de combustión: distinguir entre motores de encendido provocado y motores de encendido por compresión, conociendo básicamente las diferencias en el proceso de admisión y de combustión.
- Según el modo de realizar el ciclo: conocer cómo se distribuyen los cinco procesos en los motores de cuatro y de dos tiempos. Saber representar el diagrama de distribución en ambos tipos de motores y conocer los ángulos que caracterizan la distribución, así como su función.
- Según el tipo de refrigeración: conocer las principales zonas a refrigerar del motor y saber qué repercusión tiene la refrigeración sobre el rendimiento del motor. Distinguir y conocer las principales características de los motores refrigerados por agua y por aire.
- Según la presión de admisión: distinguir entre los motores de aspiración natural y los sobrealimentados y conocer el objetivo de la sobrealimentación.
- Según el número y disposición de cilindros: conocer los distintos tipos de motores según el número de cilindros y la disposición del bloque.

— Estudiar el diagrama *p-V* y *p-α* del motor y saber cómo quedan reflejados cada uno de los procesos del motor. Conocer qué es el diagrama de indicador, cómo es en el caso de motores de cuatro tiempos y cómo en el de motores de dos tiempos. Saber qué es el ciclo de potencia y qué es el lazo de bombeo.
— Conocer los principales parámetros del motor, geométricos, operativos y de funcionamiento. Manejar los distintos parámetros de los motores. Saber calcular el par, la potencia, los rendimientos y el consumo del motor, el concepto de rendimiento volumétrico y conocer las curvas características.
— Conocer los ciclos de aire equivalentes de volumen constante y de presión limitada, que permiten estudiar desde un punto de vista termodinámico los motores.

- Conocer las hipótesis en que se basan cada uno de los ciclos y saber a qué tipos de motores representan.
- Conocer los diagramas p-V y T-s de los ciclos.
- Saber dónde quedan reflejadas las distintas pérdidas.
- Discutir desde un punto de vista termodinámico cómo afectan los parámetros de diseño del motor sobre su rendimiento.

1. COMPONENTES Y PROCESOS BÁSICOS DE UN MOTOR DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVO

Los motores de combustión interna alternativos (MCIA), son motores térmicos de desplazamiento positivo (o volumétricos), en los que el trabajo se obtiene mediante el desplazamiento lineal del émbolo de un mecanismo biela-manivela. Se denominan motores de combustión interna porque el estado térmico se genera en el propio fluido que evoluciona en el motor. La figura 7.1 representa el esquema básico de los MCIA y la tabla 7.1 describe brevemente los componentes que aparecen en la figura.

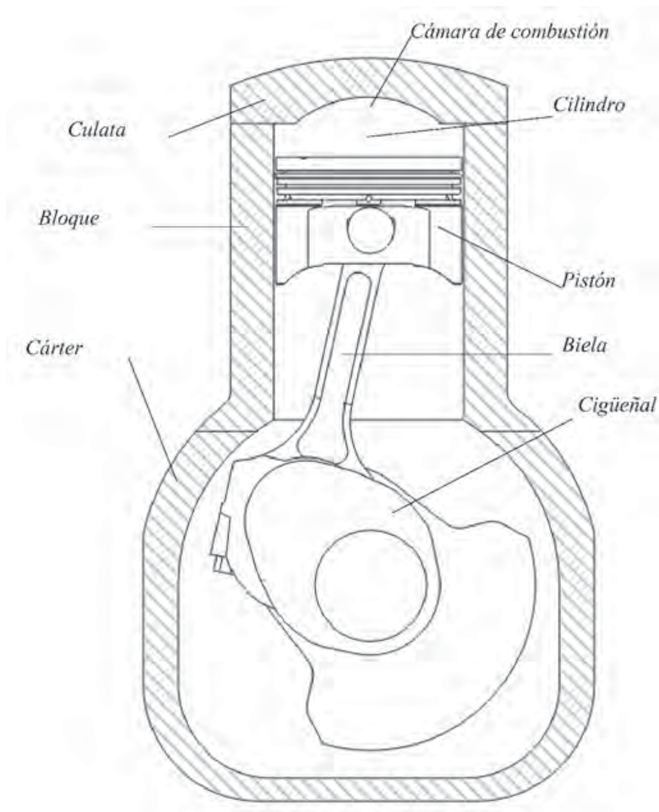


Figura 7.1. Componentes principales del MCIA.

Tabla 7.1. Elementos básicos del MCIA.

Pistón	Elemento con movimiento rectilíneo alternativo. Es el émbolo del mecanismo biela-manivela y aumenta o disminuye el volumen del cilindro.
Biela	Elemento que, junto con la manivela, convierte el movimiento lineal del pistón en el rotativo del cigüeñal.
Cigüeñal	Elemento rotativo del motor. En él se integra la manivela del mecanismo.
Cilindro	Es el volumen que aloja el fluido de trabajo.
Cámara de Combustión	Es el volumen que queda por encima del pistón al finalizar la compresión y donde básicamente tiene lugar la combustión de la mezcla.
Culata	Elemento que constituye el cerramiento superior de los cilindros
Bloque	Elemento que contiene los cilindros
Cárter	Cierre inferior del motor. Contiene el aceite para la lubricación

El motor, durante su funcionamiento, realiza una serie de procesos que se repiten periódicamente y constituyen un ciclo termodinámico abierto (no puede

ser cerrado al ser un motor de combustión interna). Los cinco procesos básicos que tienen lugar en un MCIA son:

Admisión: proceso en el que tiene lugar la entrada del fluido de trabajo (mezcla aire-combustible o aire, dependiendo del tipo de motor).

Compresión: proceso fundamental para incrementar el rendimiento termodinámico del motor, como se verá en el apartado 7.5.

Combustión: mecanismo de reacciones químicas globalmente muy exotérmicas mediante las cuales se genera el estado térmico del fluido de trabajo (alta presión y temperatura).

Expansión: proceso responsable de la producción de trabajo. En él, los gases producto de la combustión se expanden y desplazan al pistón, aumentando el volumen del cilindro. Dicha variación de volumen es la responsable de la producción de trabajo. La presión ejercida por los gases sobre el pistón se transforma, por equilibrio de fuerzas, en el par motor en el eje del cigüeñal.

Escape: proceso en el que se desalojan los gases producto de la combustión para que se pueda proceder a un nuevo proceso de admisión.

Los procesos de admisión y de escape constituyen lo que se denomina *renovación de la carga* y en ellos se intercambia masa con el exterior del motor. Los procesos de compresión, combustión y expansión constituyen el *ciclo termodinámico del motor* y son procesos confinados en los que no hay intercambio de materia con el exterior.

Por el propio funcionamiento del motor, los procesos no son continuos sino que tienen lugar consecutivamente. Por lo tanto, el flujo de masa es pulsante.

Junto con los procesos básicos mencionados anteriormente se tienen que dar otra serie de procesos secundarios. Los más importantes son: la *formación de la mezcla* de aire-combustible, la *ignición* o *encendido*, la *lubricación*, la *refrigeración*, así como otros procesos mecánicos del motor como, por ejemplo, el accionamiento de las válvulas.

2. CLASIFICACIÓN DE LOS MCIA

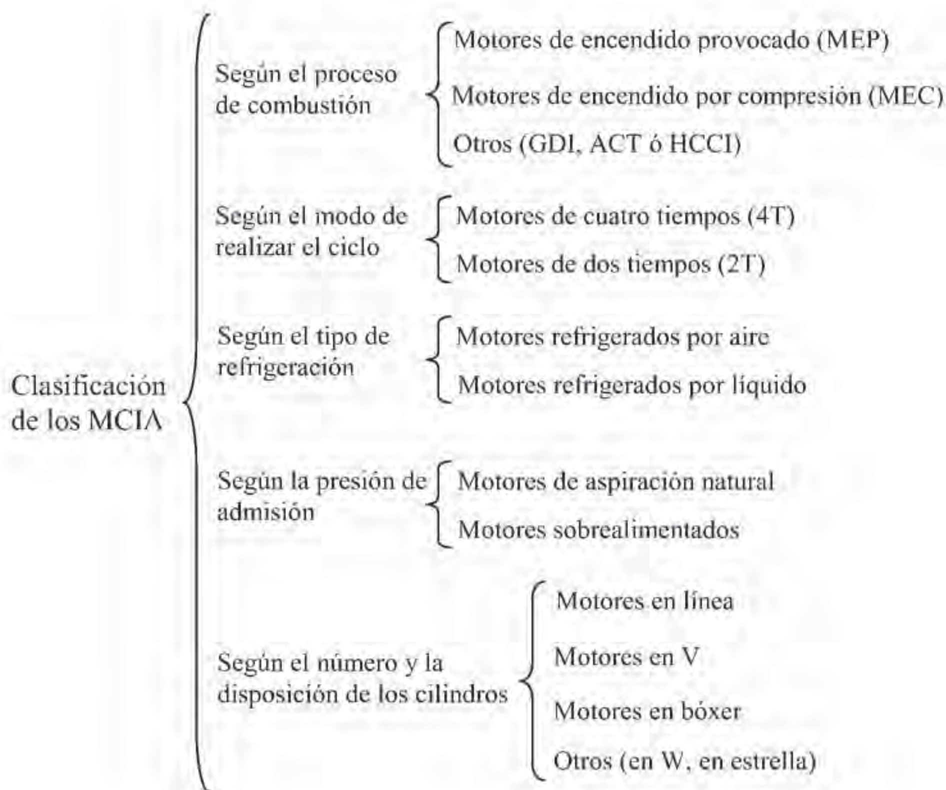


Figura 7.2. Clasificaciones de los MCIA.

2.1. Según el proceso de combustión

a) Motores de encendido provocado, MEP:

También reciben el nombre de motores de *encendido por chispa* o *motores de ciclo Otto*. Se debe evitar la denominación de motor de explosión, menos correcta que las anteriores ya que en el seno del motor tiene lugar una combustión inducida por un agente, no una explosión (que no implica necesariamente una combustión).

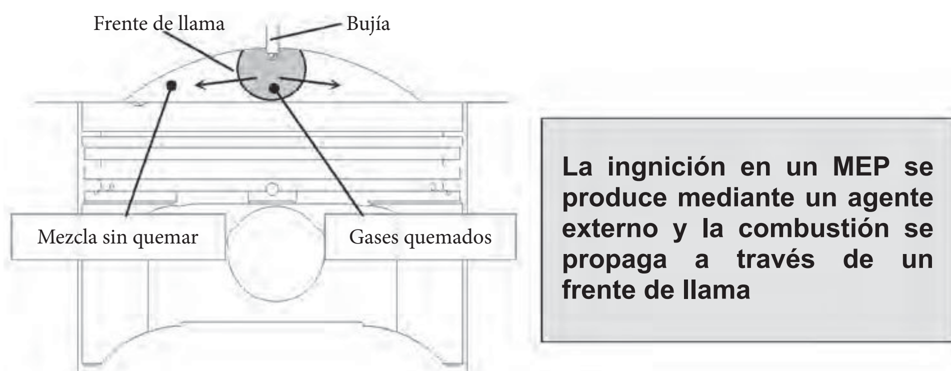


Figura 7.3. Esquema de combustión en los MEP.

Son motores en los que al final del proceso de compresión se dispone de una mezcla de aire-combustible homogénea. La combustión se produce mediante la deflagración de la mezcla, que se propaga mediante un frente de llama y la ignición o encendido se consigue mediante un agente externo —como puede ser el salto de una chispa—.

b) Motores de encendido por compresión, MEC:

Usualmente reciben también el nombre de *motores Diesel* o motores de *ciclo Diesel*.

En este tipo de motores, el fluido que se comprime es aire y el combustible se inyecta en la cámara una vez finalizado el proceso de compresión. La ignición se produce por la autoinflamación de parte del combustible inyectado, mientras que el resto se quema mediante una combustión por difusión que es simultánea a la propia inyección. Las condiciones que se deben alcanzar en el proceso de compresión serán aquellas que aseguren la autoinflamación de la mezcla.

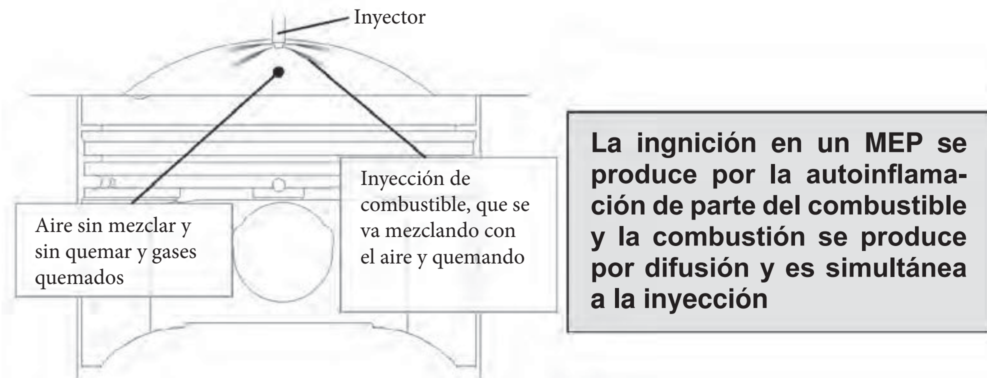


Figura 7.4. Esquema de combustión en los MEC.

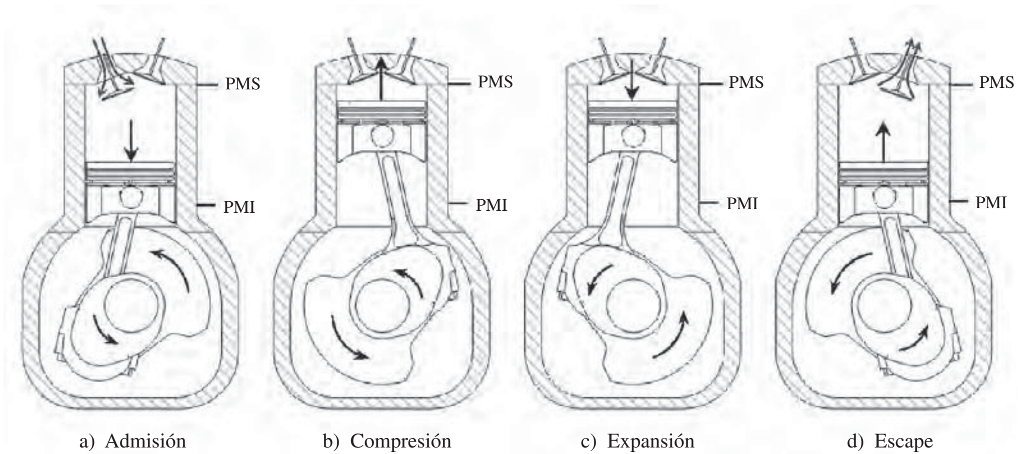


Figura 7.5. Esquema del funcionamiento del motor de cuatro tiempos.

2.2. Según el modo de realizar el ciclo

a) Motores de cuatro tiempos:

Requieren de cuatro carreras del pistón (o dos revoluciones del cigüeñal) para realizar el ciclo completo. Las cuatro carreras se esquematizan en la figura 7.5.

Los procesos que se realizan en cada una de los tiempos o carreras son los siguientes:

1.er tiempo o admisión: Se realiza el proceso de admisión. El pistón se separa del punto muerto superior (PMS) descendiendo por el cilindro. Esto genera una depresión en el cilindro que permite su llenado con masa fresca, sin quemar. Las válvulas de admisión están abiertas y las de escape cerradas.

2.º tiempo o compresión: Tiene lugar el proceso de compresión. El pistón se desplaza desde el punto muerto inferior (PMI) hacia el superior (PMS), comprimiéndose la masa fresca al estar las válvulas de admisión y de escape cerradas.

En las cercanías del PMS se produce la ignición de la mezcla (bien sea por un agente externo o por la autoinflamación de la mezcla), empezando el proceso de combustión.

3.er tiempo o expansión: El pistón vuelve a descender, empezando la 2.ª revolución del cigüeñal. Durante esta carrera finaliza el proceso de combustión y se realiza el de expansión. Las válvulas permanecen cerradas.

En las proximidades del PMI, pero todavía en la carrera de expansión, se abren las válvulas de escape comenzando la evacuación de los gases a la atmósfera como consecuencia de que su presión es mayor que la atmosférica. A esta evacuación, anterior a la propia carrera de escape, se le denomina *escape espontáneo.*

4.º tiempo o escape: El pistón vuelve a desplazarse desde el PMI hacia el PMS. Las válvulas de escape continúan abiertas, por lo que el movimiento del pistón permite expulsar los gases quemados hacia la atmósfera.

Como puede observarse, debe existir una sincronización entre las aperturas y los cierres de las válvulas y las carreras del pistón o revoluciones del cigüeñal. Al diagrama que representa la apertura y cierre de las válvulas en función del ángulo de giro del cigüeñal se le denomina *diagrama de la distribución.* En la figura 7.6 se representa dicho diagrama para un motor de cuatro tiempos.

En dicho diagrama de la distribución se han definido una serie de instantes característicos que dan lugar a avances o retrasos en la apertura y el cierre de las válvulas (con respecto al PMS o PMI). Las razones para definirlos son la imposibilidad de aperturas o cierres instantáneos de las válvulas, así como la necesidad de tener en cuenta los efectos fluidomecánicos que experimentan las corrientes

de masa (inercia de las corrientes y propagación de ondas de presión en los conductos). Éstos son:

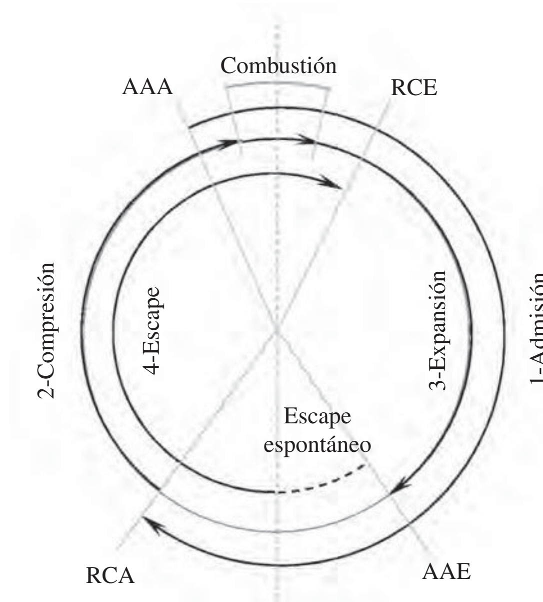


Figura 7.6. Diagrama de distribución de un motor de 4 tiempos.

Avance de la apertura de la admisión (AAA): La válvula de admisión debe comenzar a abrirse antes de que el pistón inicie la carrera de admisión con el objetivo de que se encuentre abierta al inicio de dicha carrera y el llenado de masa fresca sea más eficiente.

Avance de la apertura del escape (AAE): La válvula de escape se abre durante la carrera de expansión, antes de llegar al PMI, para empezar a vaciar el cilindro antes de la propia carrera de escape (escape espontáneo) aprovechando la alta presión del cilindro. De no existir dicho avance, la renovación de la carga no sería eficiente debido a que la presión a la que se realizaría la carrera escape sería demasiado elevada, lo que dificultaría el propio escape (podría llegarse al bloqueo sónico en la válvula) y la admisión.

Retraso del cierre de la admisión (RCA): La válvula de admisión continúa abierta después de finalizar la carrera de admisión para aprovechar la inercia de la corriente de masa fresca que entra y, de esa forma, mejorar el llenado del cilindro.

Retraso del cierre del escape (RCE): Análogamente al RCA, el retraso del cierre del escape tiene como objetivo aprovechar la inercia de la corriente de los gases de escape para vaciar más eficientemente el cilindro.

En la mayoría los motores de 4 tiempos las válvulas de admisión y escape están simultáneamente abiertas en las cercanías del PMS durante el 4º y el 1er tiempo. A este intervalo de tiempo se le denomina *cruce de válvulas* y es necesario para una buena renovación de la carga debido, como se ha dicho, a los efectos fluidomecánicos a los que están sometidos las corrientes.

b) Motores de dos tiempos:

En los motores de dos tiempos se realizan los cinco procesos fundamentales en sólo dos carreras o tiempos (una revolución del cigüeñal). Al disponer sólo de dos carreras para desarrollar todos los procesos, la admisión y el escape (renovación de la carga) se realizan conjuntamente en un proceso denominado *barrido.*

La figura 7.7 muestra la evolución de los procesos durante las carreras descendente y ascendente del pistón. Como se observa en la misma figura, el intercambio de masa con el exterior se realiza por medio de lumbreras (orificios en el cilindro) en lugar de válvulas, aunque algunos motores de dos tiempos sí tienen válvulas de escape.

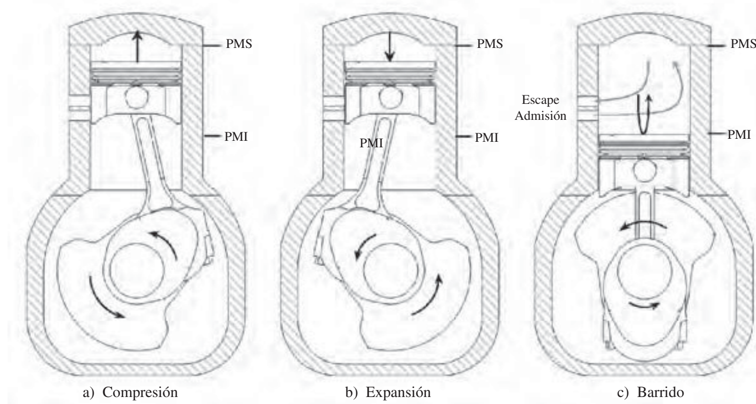


Figura 7.7. Esquema del funcionamiento del motor de 2 tiempos.

El proceso de renovación de la carga en los motores de 2 tiempos (barrido) es menos eficiente que en los de 4 tiempos debido a que se efectúa mucho más rápidamente (comparar las figuras 7.6 y 7.8). Además, al transcurrir la admisión

y el escape simultáneamente, es más difícil asegurar que no se pierde combustible por las lumbreras o por las válvulas de escape, lo que se conoce como *cortocircuito*[1]. El diagrama de distribución de los motores de 2 tiempos se muestra en la figura 7.8.

En dicha figura se han definido, análogamente a los motores de cuatro tiempos, los instantes en los que se abren o se cierran las lumbreras (o, en su caso, las válvulas). Estos son la apertura de la admisión (AA), la apertura del escape (AE), el cierre de la admisión (CA) y el cierre del escape (CE). El proceso de barrido comprende toda la renovación de la carga, es decir, desde la primera apertura (de la admisión o del escape) hasta el último cierre.

Los motores de 2 tiempos, al realizar un ciclo termodinámico por cada vuelta del cigüeñal (el doble que los de 4 tiempos) proporcionan más potencia específica, aunque no llega a ser el doble debido a que la carrera de expansión está limitada por el proceso de barrido y a la dificultad de desalojar adecuadamente todos los gases residuales. Por otro lado, su rango de funcionamiento óptimo es más reducido que en los de 4 tiempos, siendo su comportamiento menos elástico[2].

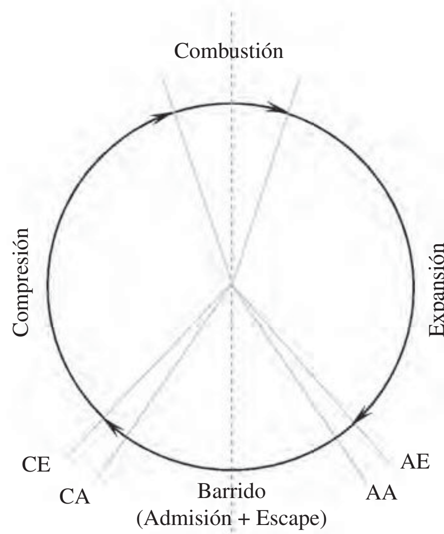


Figura 7.8. Diagrama de distribución de un motor de 2 tiempos.

[1] La pérdida de combustible por las lumbreras o las válvulas de escape sólo es posible en los MEP, ya que en los MEC la masa fresca es solamente aire. Por tanto, el cortocircuito en los MEC de dos tiempos no supone problema alguno.

[2] El concepto de elasticidad se define en el apartado 7.4.

2.3. Según el tipo de refrigeración

Los procesos de combustión son procesos en los que se pone en juego una gran potencia calorífica que eleva la temperatura de los gases que intervienen en ella hasta valores muy altos (alrededor de 2000 ºC). En los MCIA, los gases producto de la combustión se encuentran, por tanto, a muy altas temperaturas durante la carrera de expansión y la de escape. Debido a esas altas temperaturas, los componentes que se encuentran en contacto con dichos gases en esas carreras —la culata, la zona superior del bloque, el pistón y las válvulas de escape— trabajan igualmente a temperaturas elevadas (de hasta 700 ºC en la válvula de escape) y deben ser refrigerados (sobre todo la culata y el bloque, ya que son los más fácilmente accesibles) para evitar su deterioro mecánico.

La refrigeración, desde un punto de vista termodinámico, conduce a unas pérdidas de calor que reducen el rendimiento del motor. Sin embargo es, como ya se ha dicho, absolutamente necesaria para que sus componentes no alcancen temperaturas excesivas y sufran deterioros mecánicos.

a) Motores refrigerados por aire:

En los MCIA refrigerados por aire, la refrigeración del motor se efectúa con el aire de la atmósfera. Los componentes del motor a refrigerar están aleteados para favorecer la transmisión de calor al ambiente. En motores estacionarios o en vehículos donde el motor se encuentra aislado del exterior, compartimentado, suelen requerir de un ventilador para aumentar la velocidad del refrigerante y, así, mejorar la transmisión de calor. Esto no suele ser necesario en el caso de que estén en contacto con aire en movimiento debido al propio desplazamiento del vehículo donde estén instalados (por ejemplo, en motores de motocicletas o de aviación).

Esta refrigeración es típica en los motores pequeños y en los de aviación. También fue usada en motores de deportivos, por su mayor ligereza.

b) Motores refrigerados por líquido:

En estos motores, el motor cede calor al fluido refrigerante, que suele ser agua —con aditivos anticongelantes— o aceite. El fluido refrigerante actúa como un agente intermedio, ya que, a su vez, debe ceder el calor disipado del motor a la atmósfera. Como equipos auxiliares se requieren la bomba de agua o

aceite (para mantener el fluido en movimiento por el circuito de refrigeración) y el radiador (para ceder finalmente el calor a la atmósfera).

Este tipo de refrigeración, más eficiente y controlable que la refrigeración por aire, se utiliza generalmente en motores de media y alta potencia, ya que estos motores son más adiabáticos (presentan mayores problemas de temperatura) y, además, la magnitud del calor a disipar es mayor.

2.4. Según la presión de admisión

a. *Motores de aspiración natural:* el aire se introduce en el motor a presión atmosférica o ligeramente inferior (debido a las pérdidas de carga).
b. *Motores sobrealimentados:* Se introduce aire a una presión mayor a la atmosférica, habitualmente mediante un turbocompresor accionado por una turbina en el escape o mediante un compresor accionado mecánicamente, aunque existen más tipos de sobrealimentación. El objeto de la sobrealimentación es introducir más aire a los cilindros —y, por tanto, más combustible— para que el motor proporcione mayor potencia.
   El origen de la sobrealimentación tuvo lugar en los motores de aviación, donde fue necesaria para compensar las bajas presiones atmosféricas que existen en los vuelos a gran altura. En la actualidad, su aplicación se ha extendido a otros campos (automoción y motores estacionarios) y su misión es simplemente la de proporcionar mayor potencia, si bien el empleo de turbocompresores accionados con turbinas mejora el rendimiento del motor.

2.5. Según el número y disposición de cilindros

El número de cilindros puede diferir mucho de unos motores a otros; existen motores desde un cilindro (monocilíndricos) hasta más de 20 en la actualidad.

En cuanto a su disposición, se puede hacer la siguiente clasificación:

a. *Motores en línea:* una bancada de cilindros.
b. *Motores en V:* dos bancadas de cilindros dispuestas en forma de V, habitualmente a 60, 90 o 120º, aunque pueden formar otros ángulos, con un cigüeñal común.
c. *Motores de cilindros opuestos o en bóxer:* que es un caso particular de los motores en V, con dos bancadas opuestas (V a 180º).

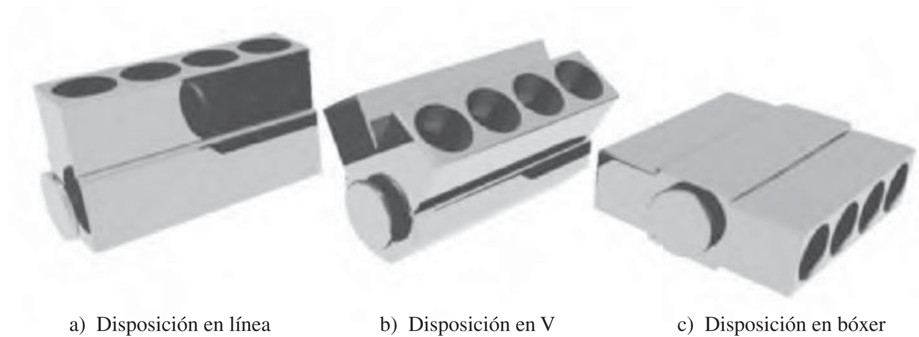


Figura 7.9. Disposiciones habituales de los cilindros.

d. *Otras* disposiciones: aunque son menos habituales, caben destacar los *motores en W*, con tres o cuatro bancadas de cilindros, y los *motores en estrella*, usados en aviación, que alcanzan muy alta potencia por unidad de peso.
La figura 7.9 muestra las disposiciones más usuales.

3. EVOLUCIÓN DEL FLUIDO DE TRABAJO DURANTE EL FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR. DIAGRAMA p-α Y DIAGRAMA DEL INDICADOR

Una vez que se conoce el funcionamiento básico de los MCIA así como los distintos tipos que pueden existir, el siguiente paso en el estudio es conocer la evolución termodinámica del fluido de trabajo durante el funcionamiento del motor. Dicho estudio permite conocer la evolución de variables como la temperatura y la presión en cada uno de los procesos del motor.

En este apartado se muestran los diagramas presión-ángulo del cigüeñal y presión-volumen, que son fundamentales para profundizar en el estudio del funcionamiento del motor y para optimizar su diseño; con ellos, por ejemplo, se puede calcular el trabajo que realiza el ciclo, las principales fuentes de pérdidas y las temperaturas y las presiones que se alcanzan dentro del cilindro.

3.1. Diagrama *p*-α

El diagrama *p*-α es el diagrama que representa la presión en función del ángulo de giro del cigüeñal (giro del motor). La figura 7.10 muestra el diagrama

p-α de un motor de cuatro tiempos mientras que la 7.11 muestra el de uno de dos tiempos. En los mismos diagramas se han incluido los periodos donde tienen lugar cada una de las carreras.

Como se puede observar, el ciclo del motor de 4 tiempos se repite cada 720º (dos revoluciones del cigüeñal) mientras que el de 2 tiempos se repite cada 360º (una revolución).

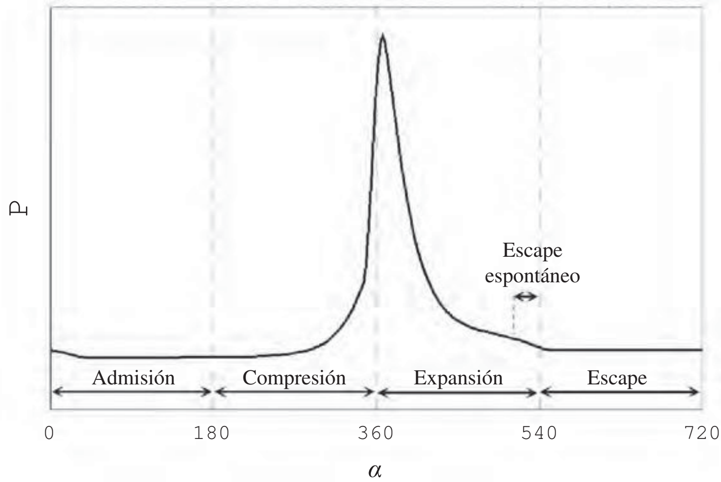


Figura 7.10. Diagrama p-α de un motor de 4 tiempos.

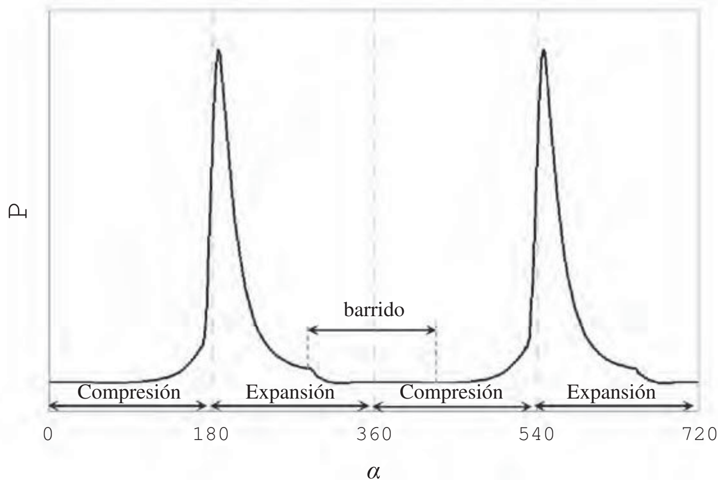


Figura 7.11. Diagrama p-α de un motor de 2 tiempos.

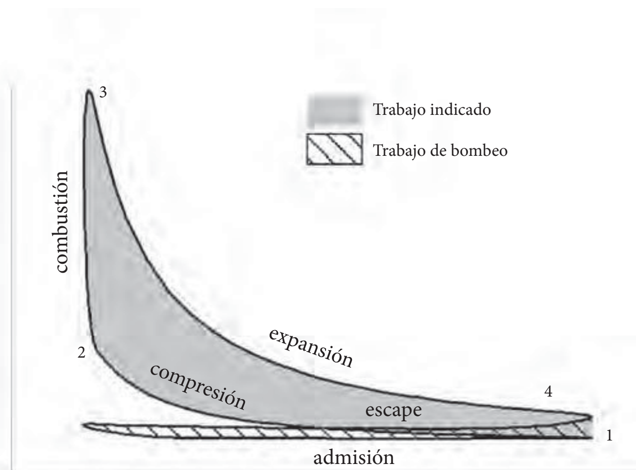


Figura 7.12. Diagrama del indicador de un motor de 4 tiempos.

3.2. Diagrama del indicador

Si en lugar de representar la presión en función del ángulo de giro del cigüeñal se representa frente al volumen del cilindro en cada instante se obtiene el denominado *diagrama del indicador*. Por tanto, el diagrama del indicador se puede definir como el diagrama presión-volumen (p-V) correspondiente al gas que evoluciona en el cilindro durante el funcionamiento del motor. Para un motor de 4 tiempos es el representado en la figura 7.12. En él se pueden distinguir los cinco procesos que se mencionaban en el apartado 7.1.

El lazo superior del diagrama del indicador, en el que el fluido evoluciona en el sentido de las agujas del reloj, se corresponde con el ciclo termodinámico del motor (compresión, combustión y expansión) y el área que encierra es el trabajo neto positivo desarrollado por el motor durante dicho ciclo termodinámico (trabajo indicado).

El proceso 1→2 es el proceso de compresión. En los *MEP* se comprime una mezcla de aire y combustible (junto con parte de los gases de escape no evacuados del ciclo anterior); y en los *MEC* aire (junto con gases de escape no evacuados). El proceso es prácticamente adiabático, ya que no existe un gradiente de temperaturas muy elevado entre las paredes del cilindro y el gas que evoluciona. A su vez, en el proceso casi no hay rozamiento entre las paredes del cilindro y el gas (sí hay rozamiento entre los distintos componentes del motor).

El proceso 2→3 se corresponde con el proceso de combustión. En él se libera la energía primaria asociada al combustible ($\dot{m}_f \cdot H_C$) muy rápidamente pero no de forma instantánea. La presión es homogénea en toda la cámara (para velocidades de combustión subsónicas) pero la temperatura no, ya que los productos quemados están a mayor temperatura que la masa sin quemar. Durante este proceso existe transmisión de calor del gas hacia las paredes por convección y por radiación.

El proceso 3→4 es el proceso de expansión. En él se expanden los gases quemados (CO_2, H_2O, N_2 y O_2 principalmente) de forma no adiabática (existe convección hacia las paredes del cilindro debido a la alta temperatura de los gases). En este caso, el rozamiento entre el fluido y las paredes también se puede considerar despreciable.

El proceso que ocurre desde el punto 4 hasta el que el cilindro alcanza el volumen máximo se corresponde con el escape espontáneo.

Por otro lado, el lazo inferior se corresponde con los procesos de renovación de la carga (admisión y escape). En los motores de aspiración natural, la admisión, que evoluciona de izquierda a derecha, se produce a menor presión que el escape, sobre todo en los MEP trabajando a cargas parciales[3]. En ese caso, el lazo se realiza en sentido antihorario y el proceso consume trabajo. Se denomina *ciclo o lazo de bombeo*. En los motores sobrealimentados la presión de admisión es mayor a la de escape y el ciclo de bombeo, ahora en sentido horario, aporta trabajo en lugar de consumirlo.

En los motores de 2 tiempos el diagrama del indicador es el representado en la figura 7.13. En él también se pueden observar los cinco procesos fundamentales: compresión (1→2), combustión (2→3), expansión (3→4) y admisión y escape o barrido (4→1).

[3] Como se indica en el apartado siguiente.

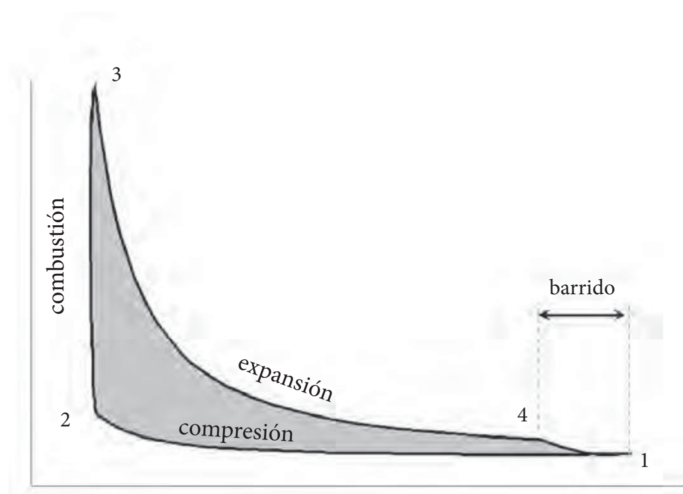


Figura 7.13. Diagrama del indicador de un motor de 2 tiempos.

El proceso escape sucede con anterioridad en los motores de 2 tiempos que en los de 4 tiempos, lo que se traduce en una pérdida de trabajo. Esto es debido a que las lumbreras de escape (o las válvulas, en su caso) deben abrirse con la suficiente antelación para que el proceso de barrido sea efectivo. En este caso no existe necesariamente el lazo de bombeo (sí puede existir un pequeño lazo debido a las fluctuaciones de presión en el barrido, cerca del PMI), pero la renovación de la carga implica que parte de las carreras de expansión y de compresión sean ineficaces.

4. PRESTACIONES Y CURVAS CARACTERÍSTICAS DEL MOTOR

Hasta el momento se han estudiado los conceptos y los fenómenos básicos que se presentan en los MCIA desde un punto de vista cualitativo. En este apartado se procede a introducir una serie de parámetros, también elementales, que afectan al diseño del motor y/o definen sus prestaciones. Estos parámetros son el punto de partida para abordar un análisis cuantitativo con el que se pueda determinar, por ejemplo, la potencia, el par, el rendimiento o el consumo de los distintos tipos de motores, lo que se conoce como *prestaciones* del motor.

Estos factores se dividen en tres grupos: parámetros geométricos, parámetros operativos (que definen el punto de funcionamiento del motor) y parámetros de funcionamiento (entre los que se encuentran las prestaciones del motor).

Parámetros geométricos:

— diámetro del cilindro (D);
— carrera (S): distancia que recorre el pistón entre el PMS y el PMI;
— relación carrera-diámetro (S/D). Por lo general, es menor cuanto más rápido es el motor. A los motores con $S/D = 1$ se les denomina *cuadrados* y a los que tienen $S/D < 1$ *supercuadrados*;
— área del pistón:

$$A_p = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \tag{7.1}$$

— cilindrada unitaria:

$$V_D = A_P \cdot S \tag{7.2}$$

que es el volumen desplazado por el pistón en una carrera;

— número de cilindros (z);
— cilindrada total:

$$V_T = z \cdot V_D \tag{7.3}$$

— volumen de la cámara de combustión (V_C);
— relación de compresión:

$$r = \frac{V_D + V_C}{V_C} \tag{7.4}$$

que siempre es volumétrica en los MCIA;

— longitud de la biela (l);
— longitud de la manivela (R): longitud del brazo del cigüeñal. Coincide con la mitad de la carrera S;
— relación biela-manivela (l/R);
— otros parámetros: la geometría de las válvulas (sección, número de válvulas por cilindro, alzado., etc.), la longitud de los colectores de admisión y de escape, el diagrama de la distribución, entre otros muchos.

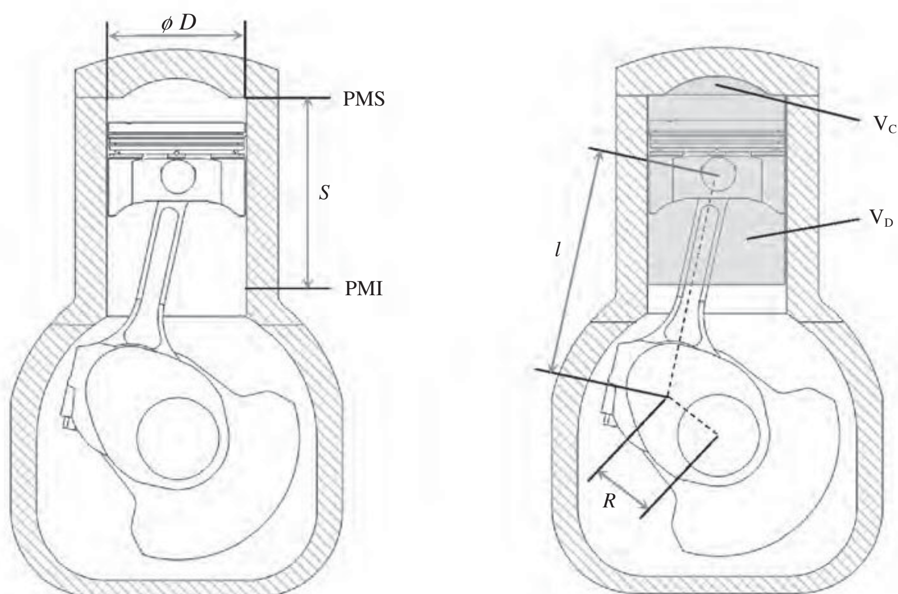


Figura 7.14. Parámetros geométricos de los MCIA.

Parámetros operativos:

En lo sucesivo, se va a denominar *parámetros operativos* a aquellos parámetros que definen el punto de funcionamiento del motor, entendiéndose por punto de funcionamiento a las distintas condiciones de trabajo en las que puede estar funcionando el motor. Es decir, el motor no sólo admite una condición de trabajo, por ejemplo, de máxima potencia, sino que puede estar trabajando en otras muy diversas condiciones dependiendo de los parámetros operativos que se le impongan.

En cada una de estas condiciones se obtienen unas prestaciones determinadas (potencia, par, consumo) y, por tanto, los parámetros operativos, al determinar el punto de funcionamiento del motor, determinan sus prestaciones.

Los parámetros operativos de los MCIA son principalmente dos: el régimen de giro y el grado de carga:

— Régimen de giro (n): es la velocidad de rotación del motor. Se mide en revoluciones por minuto (min^{-1}) o por segundo (s^{-1}), con unidades de frecuencia.

La relación entre el régimen de giro y la velocidad angular del motor (ω) es la siguiente:

$$\omega(rad/s) = \frac{2\pi(rad)}{60(s/\min)} \cdot n(\min^{-1}) \qquad (7.5)$$

— Grado de carga (*gc*): Es el parámetro que determina, para cada régimen de giro del motor, su punto de funcionamiento. Es decir, un motor que gire a un determinado régimen puede desarrollar más o menos potencia dependiendo del grado de carga con el que se le haga trabajar.

En los MEP, la regulación de la carga se logra mediante la estrangulación del conducto de admisión con una válvula llamada válvula de mariposa. Es decir, la potencia del motor se controla mediante la introducción de más o menos mezcla aire-combustible. El dosado[4] de la mezcla se mantiene cercano al estequiométrico (o exactamente estequiométrico en la mayoría de los casos) para que se asegure la propagación del frente de llama durante la combustión.

En los MEC, la regulación de la carga se realiza mediante la inyección de más o menos combustible en el proceso de combustión (variación del dosado). La riqueza de la mezcla es siempre pobre (dosados bajos), pero crece conforme aumenta el grado de carga del motor.

El funcionamiento a cargas parciales de los MEC es más eficiente que el de los MEP al no existir un estrangulamiento en la admisión, que produce una mayor depresión en el cilindro que, a su vez, aumenta el trabajo del lazo de bombeo.

La expresión para calcular el grado de carga del motor se puede expresar en función de la presión media efectiva del motor (como se verá más adelante) o en función de la apertura de la válvula de mariposa (sólo en los MEP).

Otro parámetro importante, muy relacionado con la velocidad del motor y del que dependerán en gran medida las pérdidas mecánicas, es la velocidad lineal media del pistón:

— Velocidad lineal media del pistón: $C_m = 2 \cdot S \cdot n$ (7.6)

---

[4] La definición de dosado se dio en el capítulo 6. En el caso de los MCIA el dosado se puede expresar como el cociente entre gastos másicos de combustible y aire o como el cociente entre la masa de combustible y la de aire que se introducen en el cilindro en cada ciclo:

$$F = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} = \left(\frac{m_f}{m_a}\right)_{1\,ciclo}$$

Existen otros parámetros que pueden modificar, dado un régimen de giro y un grado de carga, el punto de operación del motor. Se les denomina *reglajes*. El usuario final del motor no suele tener control sobre ellos, sino que es el diseñador o fabricante el que los selecciona y ajusta para cada condición operativa del motor. Entre ellos están los ángulos que definen el diagrama de distribución.

Parámetros de funcionamiento:

De cara a la resolución de problemas, es conveniente saber relacionar los parámetros referidos al ciclo termodinámico (generalmente parámetros indicados) con los referidos al motor (generalmente efectivos). Las siguientes expresiones suelen ser de utilidad.

a. *Parámetros indicados*

Son los resultados que se obtienen a partir del diagrama del indicador. Consideran exclusivamente el ciclo termodinámico del motor y no el lazo de bombeo (evaluado como una pérdida mecánica y no como parte de los parámetros «indicados»). Se pueden calcular a partir de la evolución de la presión en el cilindro, que se obtiene a través de un captador de presión en la cámara de combustión:

— Trabajo indicado (W_i): Es el trabajo neto desarrollado por el ciclo termodinámico básico (procesos de compresión, combustión y expansión) en el diagrama del indicador sin tener en cuenta la renovación de la carga; es decir:

$$W_i = \oint_{\substack{ciclo \\ termodinámico}} p \cdot dV \tag{7.7}$$

El trabajo indicado específico (w_i) es al trabajo indicado por unidad de masa por cilindro:

$$w_i = \frac{W_i}{m_{cil}} = \oint_{\substack{ciclo \\ termodinámico}} p \cdot dv \tag{7.8}$$

— Presión media indicada (*pmi*): Es la presión constante a la que debería trabajar el fluido durante una carrera, manteniendo la misma relación de compresión volumétrica, para obtener el mismo trabajo indicado:

$$W_i = pmi \cdot V_D \tag{7.9}$$

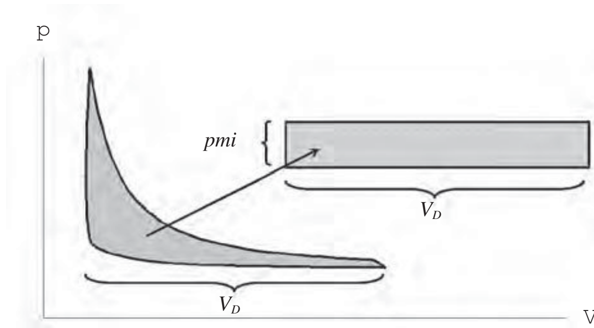


Figura 7.15. Interpretación geométrica de la presión media indicada.

La presión media indicada se puede considerar un parámetro equivalente al trabajo indicado pero que es independiente del tamaño del motor. Por ese motivo permite comparar las prestaciones de motores de diferente tamaño. Representa un valor del nivel tecnológico del motor;

— Potencia indicada (N_i): es la potencia correspondiente al trabajo indicado para un determinado régimen de giro:

$$N_i = z \cdot W_i \cdot n \cdot i = z \cdot pmi \cdot V_D \cdot n \cdot i = pmi \cdot V_T \cdot n \cdot i \qquad (7.10)$$

siendo i = 1 para motores de 2 tiempos (una carrera de trabajo por revolución) e i = 1/2 para motores de 4 tiempos (una carrera de trabajo cada 2 revoluciones).

b. *Parámetros efectivos*

Son los resultados que se pueden obtener en los ensayos del motor en banco de pruebas. Son análogos a los parámetros indicados pero, a diferencia de éstos, consideran el motor en su conjunto; por tanto, tienen en cuenta las distintas pérdidas mecánicas del motor, entre las que se incluye el trabajo consumido en el lazo de bombeo, y las magnitudes se refieren a la totalidad del motor y no a un sólo cilindro.

— Par efectivo (M_e);

— Potencia efectiva (N_e)[5]. $N_e = M_e \cdot \omega$ (7.11)

[5] Se suele expresar en kW o MW, aunque otras unidades utilizadas son el CV (1 CV = 0,7355 kW) y el HP (1 HP = 0,7457 kW)

— Potencia específica efectiva (N_e/V_T): Expresa la potencia efectiva del motor por volumen de cilindrada. Es independiente del tamaño del motor, por lo que permite comparar tecnológicamente motores de distinto tamaño;

— Presión media efectiva (*pme*) el valor equivalente a la *pmi* pero contabilizando el trabajo efectivo en lugar del indicado:

$$N_e = pme \cdot V_T \cdot n \cdot i = pme \cdot z \cdot V_D \cdot n \cdot i \tag{7.12}$$

es, de nuevo, un valor que mide el nivel tecnológico del motor (cuanto mayor sea la *pmi* y menores las pérdidas mecánicas, mayor será la *pme*) con independencia de su tamaño. Se puede considerar una medida equivalente al par efectivo pero independiente del tamaño del motor.

la *pme* permite cuantificar el grado de carga del motor a partir de la siguiente expresión:

$$gc = \frac{pme}{pme_{\max,n}} \tag{7.13}$$

Siendo $pme_{\max,\,n}$ la presión media efectiva máxima con la que el motor puede trabajar para un régimen de giro n dado.

c. *Parámetros de pérdidas mecánicas:*

— Potencia consumida por pérdidas mecánicas del motor:

$$N_{pm} = N_i - N_e \tag{7.14}$$

— Presión media de pérdidas mecánicas (*pmpm*):

$$pmpm = pmi - pme = \frac{N_{pm}}{n \cdot i \cdot V_T} \tag{7.15}$$

d. *Rendimientos y consumos*

— Rendimiento indicado. Es el cociente entre la potencia indicada y el calor aportado por el combustible:

$$\eta_i = \frac{N_i}{\dot{m}_f \cdot H_C} = \left(\frac{W_i}{m_f \cdot H_C} \right)_{1\,ciclo,1\,cilindro} = \left(\frac{w_i}{F \cdot H_C} \right)_{1\,ciclo,1\,cilindro} \tag{7.16}$$

donde H_C es el poder calorífico inferior del combustible;

— Rendimiento efectivo: es la potencia efectiva que desarrolla el motor dividida por la cantidad de calor aportado por el combustible:

$$\eta_e = \frac{N_e}{\dot{m}_f \cdot H_C} \tag{7.17}$$

El rendimiento efectivo de los *MEP* suele tomar valores máximos (a plena carga) aproximadamente de 0,25 a 0,30, mientras que los *MEC* alcanzan de 0,30 hasta 0,50. En los *MEP*, además, el rendimiento se reduce cuando opera a cargas parciales por la forma de efectuar la regulación de la carga, mientras que en los *MEC* se mantiene casi constante e incluso aumenta, como se verá, por utilizar dosados más pobres.

— Rendimiento mecánico: es el cociente entre la potencia efectiva y la indicada:

$$\eta_m = \frac{N_e}{N_i} = \frac{\eta_e}{\eta_i} = \frac{pme}{pmi} \tag{7.18}$$

— Consumo específico efectivo: es el gasto másico de combustible por unidad de potencia desarrollada:

$$g_e = \frac{\dot{m}_f}{N_e} \tag{7.19}$$

se expresa en

$$\frac{g}{kWh}$$

e indica la cantidad de combustible necesaria para desarrollar 1 kWh de energía. Es inversamente proporcional al rendimiento efectivo:

$$g_e = \frac{\dot{m}_f}{N_e} = \frac{\dot{m}_f \cdot H_C}{N_e \cdot H_C} = \frac{1}{\eta_e \cdot H_C} \tag{7.20}$$

Llenado del motor:

La introducción de masa fresca en el motor (llenado del motor) durante la renovación de la carga es una cuestión de gran relevancia en las prestaciones del motor. En efecto, cuanto más eficiente sea la renovación de la carga, mayor cantidad de masa fresca será introducida (con el incremento de potencia asociado) y

existirán menores pérdidas de carga (con el aumento de rendimiento que conlleva). Por ese motivo, existen parámetros para evaluar la bondad del llenado del motor respecto de una condición de referencia, considerada el llenado ideal. Este llenado ideal es inalcanzable debido a las ineficiencias de los procesos.

En el caso de motores de cuatro tiempos, se define el rendimiento volumétrico como el cociente de la masa fresca introducida en el cilindro en cada ciclo frente a una masa de referencia. Esta masa de referencia es el volumen de desplazamiento del pistón por la densidad en condiciones ambientales (si el motor está sobrealimentado se debe tener en cuenta la densidad en el colector de admisión, justo antes de la entrada al cilindro). El proceso más adecuado para obtener dicha masa de referencia sería un llenado cuasiestático del motor, sin efectos dinámicos ni pérdidas por rozamiento. Se define en la ecuación 7.21.

$$\eta_v = \frac{m_{cil}}{m_{ref}} = \frac{m_{cil}}{\rho_{ref} \cdot V_D} \tag{7.21}$$

La masa fresca es masa de aire en los MEC y mezcla aire-combustible en los MEP. Sin embargo, en éstos últimos, se puede considerar la masa de aire despreciando la de combustible sin cometer grandes errores.

En caso de trabajar con gastos másicos en lugar de masa de por cilindro, se puede emplear la siguiente expresión:

$$\dot{m}_{aire} = z \cdot m_{cil} \cdot n \cdot i = z \cdot \rho_{ref} \cdot V_D \cdot n \cdot i \cdot \eta_v = \rho_{ref} \cdot V_T \cdot n \cdot i \cdot \eta_v \tag{7.22}$$

Para medir la bondad del llenado en los motores de dos tiempos se definen otra serie de coeficientes que no serán objeto de estudio en el presente texto.

Curvas características:

Las curvas características de un MCIA son las curvas que representan las prestaciones del motor en función del los parámetros operativos. Las curvas más importantes son las que relacionan la potencia, el par y el gasto efectivo en función del régimen de giro y el grado de carga del motor. Se ilustran unos ejemplos en la figura 7.16.

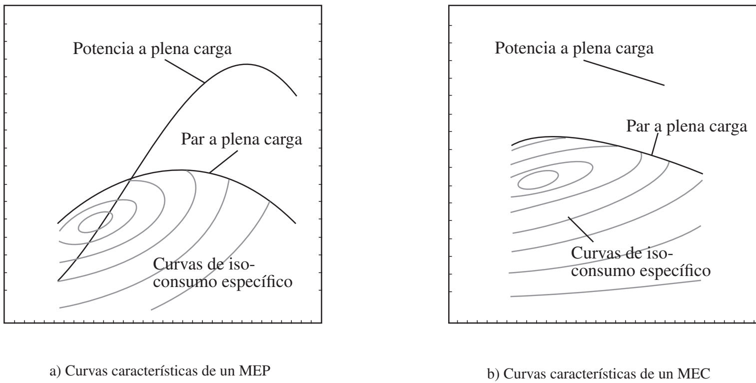


Figura 7.16. Curvas características de los MEP y los MEC sin sobrealimentar.

Las curvas de potencia y par a plena carga indican la potencia efectiva y el par efectivo máximo que el motor puede alcanzar en cada régimen de giro. Es decir, el motor puede funcionar en cualquier punto que se encuentre en dichas curvas ($gc = 1$) o por debajo de ellas ($gc < 1$).

En las curvas se observa que la potencia efectiva máxima del motor se alcanza a mayor régimen de giro que el par máximo. Este rango de funcionamiento (entre el régimen de máximo par y el de máxima potencia) es donde el motor tiene un mejor comportamiento, puesto que se trabaja con una potencia y un par elevado y, además, la pendiente de la curva de par es descendente, lo que mejora la respuesta del motor ante aumentos en los requerimientos de par. A la diferencia entre el régimen de giro de potencia máxima y el de par máximo se le denomina *elasticidad* del motor. Por lo general, los MEC alcanzan el par máximo a menor régimen de giro que en los MEP y su curva de potencia, en algunos casos, no presenta un máximo (como ocurre en los MEP) sino que hay motores en los que es siempre creciente con el régimen de giro. El régimen de giro máximo de los MEC (régimen de corte de la inyección) también es menor que el de los MEP (los MEC son motores más lentos).

Finalmente, las curvas de isoconsumo específico son curvas de nivel de consumo específico efectivo (g/kWh) constante. El punto de consumo mínimo se encuentra, tanto en los MEP como en los MEC, a bajo régimen de giro y sin llegar a plena carga.

Como se observa, las curvas características dan información sobre los parámetros efectivos. Por tanto, se obtienen en los ensayos del motor en los bancos de

prueba. En lugar de representar la potencia, el par y el gasto efectivo se pueden representar las variables equivalentes independientes del tamaño del motor: la potencia específica[6], la presión media efectiva y el rendimiento efectivo respectivamente.

Ejemplo 7.1

Un motor diesel de automoción de cuatro tiempos y 6 cilindros en línea tiene una cilindrada de 3798 cm^3, una relación carrera-diámetro de 1,2, una relación de compresión de 18:1 y una relación biela-manivela de 2,5. Se propone calcular el diámetro y la carrera de cada cilindro, el área del pistón, el volumen total del cilindro y el de la cámara de combustión así como la longitud de la biela y de la manivela. Se propone, igualmente, determinar la velocidad media lineal del pistón si el motor gira a 2300 min^{-1}.

Solución:

Se sabe que la cilindrada del motor es $V_T = 3798\ cm^3$ y que el número de cilindros es $z = 6$. Por tanto, la cilindrada unitaria se calcula con la siguiente expresión:

$$V_D = \frac{V_T}{z} = \frac{3798}{6} = 633\, cm^3$$

A su vez, se conoce la relación diámetro-carrera ($S/D = 1{,}2$), por lo que el diámetro y la carrera del cilindro, así como el área del pistón se pueden calcular con el siguiente desarrollo:

$$V_D = A_P \cdot S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot 1{,}2 \cdot D$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot V_D}{1{,}2 \cdot \pi}} = 8{,}76\, cm$$

$$S = 1{,}2 \cdot D = 10{,}51\, cm$$

$$A_P = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 60{,}23\, cm^2$$

[6] Se emplea con mayor frecuencia la potencia por unidad de superficie del pistón, o carga térmica.

Para calcular el volumen total y el de la cámara de combustión de cada cilindro es necesario emplear el valor de la relación de compresión proporcionada:

$$r = \frac{V_D + V_C}{V_C} \Rightarrow V_C = \frac{V_D}{r-1} = 37{,}24\,cm^3$$

$$V_{cil} = V_D + V_C = 670{,}24\,cm^3$$

Por otro lado, la longitud de la manivela es la mitad de la carrera, por lo que su valor es $R = S/2 = 5{,}25$ cm. Como se conoce la relación biela-manivela ($l/R = 2{,}5$), la longitud de la biela se deduce según la expresión:

$$l = 2{,}5R = 13{,}14\,cm$$

Por último, se propone calcular la velocidad media lineal del pistón si el motor gira a 2300 min^{-1}. Para ello se debe utilizar la siguiente expresión:

$$C_m(m/s) = 2 \cdot S(m) \cdot n(1/s) = 2 \cdot \frac{S(cm)}{100} \cdot \frac{n(\min^{-1})}{60} = 8{,}06\,m/s$$

Ejemplo 7.2

El motor del ejemplo anterior se monta en un banco de ensayo donde desarrolla, bajo unas determinadas condiciones y a 2300 min^{-1}, una potencia efectiva de 88 kW y un trabajo indicado de 870 J. Se pide determinar la potencia específica, el par efectivo y la presión media efectiva en dichas condiciones así como la potencia indicada y la presión media indicada. Determinar igualmente la potencia perdida por las pérdidas mecánicas.

Solución:

La potencia específica es la potencia que proporciona el motor por unidad de cilindrada. De ese modo se obtiene:

$$\frac{N_e}{V_T} = \frac{88\,kW}{3{,}798\,l} = 23{,}17\,kW/l$$

El par efectivo se relaciona directamente con la potencia efectiva y la velocidad de giro del motor según la expresión:

$$M_e = \frac{N_e}{\omega} = \frac{N_e}{\frac{2\pi \cdot n}{60}} = \frac{88(kW)}{\frac{2\pi \cdot 2300(\min^{-1})}{60}} = 365{,}4\, Nm$$

En cuanto a la presión media efectiva, ésta se puede calcular a través de la siguiente expresión:

$$pme(Pa) = \frac{W_e(J)}{V_T(m^3)} = \frac{10^3 \cdot N_e(kW)}{i \cdot n(s^{-1}) \cdot \frac{V_T(l)}{1000}} = \frac{10^6 \cdot N_e(kW)}{i \cdot \frac{n(min^{-1})}{60} \cdot V_T(l)}$$

$$pme(bar) = \frac{10 \cdot N_e(kW)}{i \cdot \frac{n(min^{-1})}{60} \cdot V_T(l)} = \frac{10 \cdot 88}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2300}{60} \cdot 3{,}798} = 12{,}1\, bar$$

Por otro lado, la potencia y la presión media indicada se pueden calcular utilizando el valor del trabajo indicado:

$$N_i(kW) = z \cdot i \cdot n(s^{-1}) \cdot W_i(kJ) = z \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{n(min^{-1})}{60} \cdot W_i(kJ)$$

$$N_i = \frac{6}{2}\frac{2300}{60} \cdot 0{,}870 = 100{,}1\, kW$$

$$pmi(bar) = 10^{-5} \cdot \frac{W_i(J)}{V_D(m^3)} = 10^{-5} \cdot \frac{W_i(J)}{10^{-3} \cdot V_D(l)} = \frac{870}{100 \cdot 0{,}633} = 13{,}7\, bar$$

La potencia perdida en pérdidas mecánicas es la diferencia entre la potencia indicada y la efectiva. De esa forma:

$$N_{pm} = N_i - N_e = 100{,}1 - 88 = 12{,}1\, kW$$

Ejemplo 7.3

Del motor de los ejemplos anteriores, se pide calcular el gasto másico de combustible y de aire, el dosado con el que trabaja, la masa de aire por embolada admitida en cada cilindro en cada ciclo, el rendimiento indicado, el mecánico y el consumo específico, sabiendo que el rendimiento efectivo del motor es del 43%, el rendimiento volumétrico es del 82%, que la densidad del aire en condiciones ambientales es de 1,22 kg/m^3 y que el poder calorífico del combustible es 42500 kJ/kg.

Solución:

El gasto de combustible se puede conocer sabiendo el rendimiento efectivo del motor, la potencia efectiva y el poder calorífico del combustible, según la siguiente expresión:

$$\dot{m}_f = \frac{N_e}{H_C \cdot \eta_e} = \frac{88}{42500 \cdot 0{,}43} = 4{,}82 \cdot 10^{-3}\, kg/s$$

El gasto másico de aire, por su parte, se puede calcular con el rendimiento volumétrico, la cilindrada y el régimen de giro:

$$\dot{m}_{aire} = \rho_{ref} \cdot V_T \cdot n \cdot i \cdot \eta_v = 1{,}22 \cdot 3{,}798 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2300}{60 \cdot 2} \cdot 0{,}822 = 7{,}28 \cdot 10^{-2}\, kg/s$$

Por tanto, el dosado con el que trabaja el motor es:

$$F = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_a} = \frac{1}{15{,}1}$$

La masa de aire por embolada es:

$$m_a = \rho_{ref} \cdot V_D \cdot \eta_v = 1{,}22 \cdot \frac{3{,}798 \cdot 10^{-3}}{6} \cdot 0{,}822 = 6{,}35 \cdot 10^{-4}\, kg$$

El rendimiento indicado es el cociente entre la potencia indicada y la potencia térmica aportada al motor:

$$\eta_i = \frac{N_i}{\dot{m}_f \cdot H_c} = \frac{100{,}1}{4{,}82 \cdot 10^{-3} \cdot 42500} = 0{,}489 = 48{,}9\,\%$$

El rendimiento mecánico se puede calcular dividiendo la potencia efectiva entre la indicada:

$$\eta_m = \frac{N_e}{N_i} = \frac{88}{100{,}1} = 0{,}879 = 87{,}9\,\%$$

El consumo específico se define como el cociente entre el gasto de combustible y la potencia desarrollada, por tanto:

$$g_e = \frac{\dot{m}_f}{N_e} = \frac{6{,}02 \cdot 10^{-3}}{110} = 5{,}47 \cdot 10^{-5}\, kg/kJ = 197\, g/kWh$$

5. CICLOS DE AIRE EQUIVALENTE

El estudio del ciclo termodinámico de los motores no se puede realizar de una forma sencilla a través del ciclo termodinámico real que sigue el fluido de trabajo porque los procesos reales son complejos de modelar con precisión. Para un primer estudio del comportamiento termodinámico de los MCIA se debe, por tanto, adoptar una serie de simplificaciones que permitan extraer conclusiones razonables a través de modelos teóricos simples que se asemejen con cierta precisión a la realidad. En este apartado se desarrollan los modelos teóricos sencillos que se utilizan para estudiar a los *MEP* y a los *MEC*.

Se debe destacar que estos ciclos son válidos para estudiar el comportamiento del motor desde un punto de vista cualitativo. Los resultados numéricos que se desprenden de ellos no son válidos debido a las simplificaciones adoptadas.

5.1. Ciclo de aire equivalente de volumen constante

El ciclo de aire equivalente de volumen constante es el ciclo teórico, simplificado, a través del cual se estudia el comportamiento de los *MEP*. Hay que resaltar que el ciclo equivalente es un ciclo de aire, no una simulación del ciclo real, en el que el fluido de trabajo es primero una mezcla de aire y combustible y posteriormente gases de combustión. En este ciclo equivalente se mantienen en común con el ciclo real:

— la sucesión de los procesos;
— la relación de compresión volumétrica;
— la energía aportada por unidad de masa de aire ($F \cdot H_C$);
— la presión y la temperatura al inicio de la compresión.

Las simplificaciones adoptadas son:

— no existen fugas de masa;
— no hay rozamiento del fluido con las paredes;
— el fluido es simplemente aire y se considera que es un gas ideal;
— el aporte de calor es instantáneo y en el PMS;
— no hay pérdidas de calor;
— el escape espontáneo es instantáneo y en el PMI.

El diagrama p-V de este ciclo teórico se muestra en la figura 5.17. Teniendo en cuenta las simplificaciones anteriores, el proceso de compresión (1⟶2) es adiabático y sin rozamiento, el aporte de calor (equivalente al proceso de compresión) (2⟶3), se produce a volumen constante, la expansión (3⟶4) es adiabática y sin rozamiento y el escape espontáneo (4⟶1) es a volumen constante.

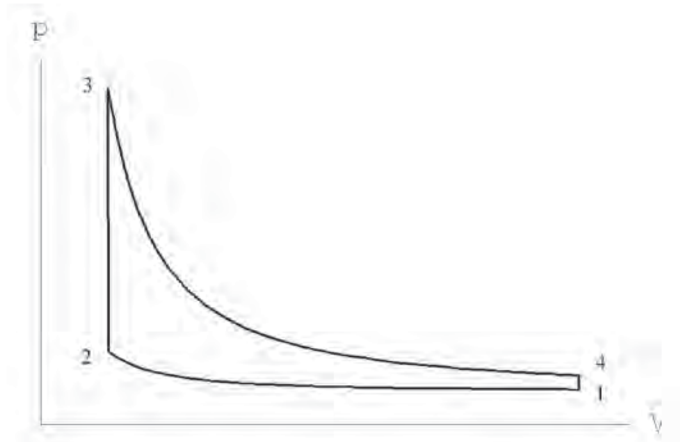


Figura 7.17. Diagrama p-V del ciclo de aire equivalente de volumen constante.

Cálculo del trabajo y del rendimiento térmico del ciclo ideal:

El trabajo producido por el motor (según el ciclo teórico) será la diferencia entre el trabajo producido durante el proceso de expansión y el consumido durante la compresión. Partiendo del Primer Principio de la Termodinámica y sabiendo que el proceso de expansión es isentrópico (adiabático sin rozamiento) se tiene:

$$W_{3\to4} = U_3 - U_4 \tag{7.23}$$

o bien

$$w_{3\to4} = u_3 - u_4 \tag{7.24}$$

donde tanto el trabajo como la energía interna se expresan como magnitudes específicas (por unidad de masa). Si se considera el aire como un gas ideal de calor específico constante, $u = c_v \cdot t$, y se obtiene:

$$w_{3\to4} = c_v \cdot (t_3 - t_4) = c_v \cdot (T_3 - T_4) \tag{7.25}$$

Análogamente, para el proceso de compresión se llega a la expresión:

$$w_{1\to 2} = c_v \cdot (t_2 - t_1) = c_v \cdot (T_2 - T_1) \tag{7.26}$$

El trabajo del ciclo será, por tanto:

$$W_{id} = m_a \cdot w_i = m_a \cdot c_v \cdot ((T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)) \tag{7.27}$$

El rendimiento térmico del ciclo se obtiene dividiendo el trabajo producido entre el calor aportado:

$$\eta_{id} = \frac{W_{id}}{m_f \cdot H_C} = \frac{W_{id}}{Q_{2\to 3}} = \frac{w_{id}}{F \cdot H_C} = \frac{w_{id}}{q_{2\to 3}} \tag{7.28}$$

El calor aportado, al liberarse a volumen constante en el PMS se puede expresar como:

$$F \cdot H_C = q_{2\to 3} = c_v \cdot (T_3 - T_2) \tag{7.29}$$

La expresión para calcular el rendimiento se obtiene sustituyendo las ecuaciones (7.27) y (7.29) en la (7.28):

$$\eta_{id} = \frac{m_a \cdot c_v \cdot ((T_3 - T_4) - (T_2 - T_1))}{m_a \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} \tag{7.30}$$

Teniendo en cuenta que el proceso de compresión (1→2) es isentrópico y que el gas es ideal se tiene que

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{1}{r^{\gamma-1}} \tag{7.31}$$

Operando análogamente para el proceso de expansión (3→4):

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{p_4 \cdot V_4}{p_3 \cdot V_3} = \frac{1}{r^{\gamma-1}} \tag{7.32}$$

Y, por tanto:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \tag{7.33}$$

Introduciendo las relaciones (7.31), (7.32) y (7.33) en (7.30) se obtiene la expresión:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \tag{7.34}$$

siendo *r* la relación de compresión volumétrica y *g* la relación de calores específicos del gas.

Las conclusiones que se pueden extraer de la expresión anterior son las siguientes:

1. El rendimiento térmico del ciclo teórico depende únicamente de la relación de compresión y de γ. Esta dependencia es cierta también para el rendimiento térmico real del motor, aunque intervienen además otros factores. Los rendimientos reales son menores que los obtenidos para el ciclo teórico con la expresión (7.34).

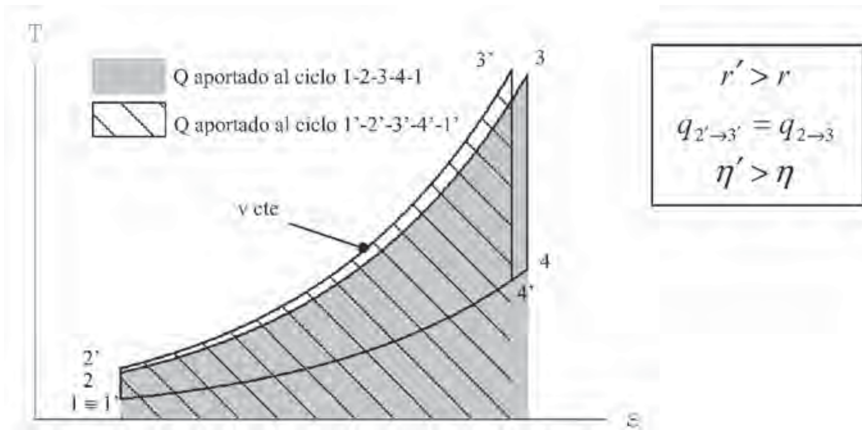


Figura 7.18. Diagrama T-s de dos ciclos de diferente relación de compresión e igual calor aportado.

2. Cuanto mayor es la relación de compresión mayor es el rendimiento que se alcanza. Por lo tanto, en el diseño de los *MEP* se tiende a aumentar la re-

lación de compresión, aunque el valor queda limitado por la aparición de la combustión detonante[7]. A esta conclusión se puede llegar tanto desde el análisis de la ecuación (7.34) como desde el diagrama T-s del ciclo (figura 7.18).

En la figura anterior se comparan dos ciclos con distinta relación de compresión en los que el calor aportado es el mismo ($F \cdot H_C$). Al aportar el mismo calor, las áreas que se encuentran por debajo de las líneas de los procesos 2→3 y 2'→3' son iguales. Por el contrario, se observa que el área bajo la línea del proceso 4→1 (ciclo de menor relación de compresión) es mayor que la del 4'→1'. Por tanto, se deduce que el área encerrada o el trabajo desarrollado por el ciclo 1-2-3-4-1 es menor que el correspondiente al 1'-2'-3'-4'-1' y lo mismo ocurre con el rendimiento, al aportar el mismo calor a ambos ciclos [ver ecuación (7.28)].

3. El rendimiento del ciclo de aire equivalente aumenta cuando se incrementa γ. Para el aire, la relación entre calores específicos vale $\gamma \approx 1,4$. Sin embargo, hay que tener en cuenta que, en el ciclo real, durante la compresión, el fluido que evoluciona en un *MEP* es una mezcla de aire y combustible y, durante la expansión, evolucionan los gases resultantes de la combustión. Ambos gases tienen un *g* menor que el del aire y, además, disminuye cuanto más rica es la mezcla (al aumentar el dosado, la mezcla y los gases de combustión se parecen menos al aire). Por lo tanto, para aumentar el rendimiento termodinámico del motor, es recomendable utilizar mezclas pobres (dosados pequeños).

El rendimiento de un MEP mejora conforme se aumenta la relación de compresión y se disminuye el dosado.

Cálculo del trabajo y del rendimiento indicado:

El diagrama indicado real de un *MEP* difiere del diagrama *p-V* del ciclo de aire equivalente de volumen constante. Estas diferencias son debidas a que el ciclo real presenta pérdidas por transmisión de calor (aproximadamente el 12% del W_{id}), pérdidas de tiempo en la combustión (aprox. 7%) y pérdidas debidas al escape espontáneo (aprox. 3%). Por esos motivos, el trabajo y el rendimiento indicado son menores en el proceso real que en el teórico.

[7] Fuera del ámbito del presente curso.

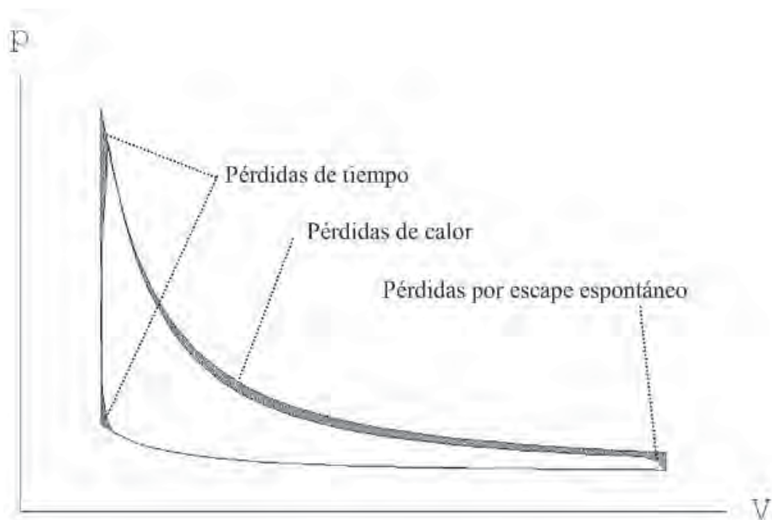


Figura 7.19. Pérdidas del ciclo real con respecto al de aire equivalente.

A la relación entre el rendimiento indicado y el rendimiento termodinámico teórico se le denomina *coeficiente de calidad del ciclo* y depende de las pérdidas enumeradas anteriormente. Se calcula según la siguiente expresión:

$$K = \frac{\eta_i}{\eta_{id}} = \frac{W_i / m_f \cdot H_C}{W_{id} / m_f \cdot H_C} = \frac{W_i}{W_{id}} \qquad (7.35)$$

Ejemplo 7.4

De un ciclo de aire de volumen constante se conocen los siguientes datos:

— las condiciones del aire al inicio del ciclo .... 288,15 K y 1 bar
— la relación de compresión 9:1
— la presión máxima del ciclo .... 150 bar
— las propiedades del aire .... c_p = 1 kJ/kg, γ = 1,4

Se pretende calcular la temperatura y la presión en cada uno de los puntos, así como el calor por unidad de masa aportado al ciclo.

Solución:

Punto 1:

De los datos del se sabe que:

T_1 = 288,15 K $\qquad\qquad$ p_1 = 1 bar

Aunque no es estrictamente necesario para la resolución del problema, se procede a calcular el volumen específico en el estado 1:

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p} = \frac{285{,}7[J/(kg\,K)] \cdot 288{,}15[K]}{100\,000[Pa]} = 0{,}823\,m^3 kg^{-1}$$

donde se ha tenido en cuenta que $R = c_p - c_v$ y que $c_p / c_v = \gamma$, por lo que resulta R = 285,7 J/(kg K).

Punto 2:

El proceso 1→2 es adiabático y sin rozamiento, por lo que la evolución del aire es isentrópica. Una vez que se ha supuesto que el aire es gas ideal con c_p constante se cumple:

$$p_1 \cdot V_1^{\gamma} = p_2 \cdot V_2^{\gamma} \Leftrightarrow p_1 \cdot v_1^{\gamma} = p_2 \cdot v_2^{\gamma}$$

Como se conoce la relación de compresión, se puede calcular p_2:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma} = p_1 \cdot (rc)^{\gamma} = 1 \cdot (9)^{1,4} = 21{,}67\,bar$$

Asimismo, se puede hallar la temperatura en el punto 2, dado que la evolución es isentrópica y se supone gas ideal con c_p constante:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 288{,}15 \cdot \left(\frac{21{,}67}{1}\right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 693{,}9K$$

El cálculo de la temperatura del punto 2 se podría haber hecho a través del cálculo del volumen específico de la siguiente forma:

$$v_2 = v_1 / rc = 0{,}091\ \text{m}^3/\text{kg}$$

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2 \cdot v_2}{p_1 \cdot v_1} = 693{,}9K$$

Punto 3:

La presión del punto 3 se conoce del enunciado, y se sabe que el proceso 2⟶3 es un aporte de calor a volumen constante. Por tanto se tiene:

$$\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = T_2 \cdot \frac{p_3}{p_2} = 4802{,}5K$$

La temperatura calculada se corresponde con la máxima temperatura del ciclo de aire a volumen constante. Se observa, su valor es excesivamente alto, y sería inadmisible para el motor real. En la realidad, la temperatura alcanzada en la combustión es de unos 2000 °C. La presión del punto 3 también es elevada, ya que en los ciclos reales no se suele llegar a los 100 bar.

El calor aportado por unidad de masa se puede calcular a partir del primer principio aplicado al proceso, sabiendo que es un proceso a volumen constante y, por tanto, en ausencia de trabajo:

$$\Delta u = q - w \Rightarrow c_v \cdot (t_3 - t_2) = c_v \cdot (T_3 - T_2) = q - 0$$
$$q_{2\rightarrow 3} = 2934{,}7\, kJ/kg$$

donde se ha tenido en cuenta de nuevo que $c_p / c_v = \gamma$, por lo que resulta

$$c_v = 0{,}714 \text{ kJ/(kg K)}$$

Punto 4:

La evolución 3⟶4 se considera, de nuevo, adiabática y reversible en el ciclo teórico. Por tanto, la presión y la temperatura se calculan de la siguiente forma:

$$p_4 = p_3 \cdot \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\gamma} = p_3 \cdot \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma} = 150 \cdot (1/rc)^{1,4} = 6{,}92\, bar$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1994{,}2K$$

Se observa que la temperatura es igualmente demasiado alta comparada con las reales, que toman el valor de aproximadamente 400-500 °C.

5.2. Ciclo de aire equivalente de presión limitada

El ciclo de aire equivalente de presión limitada es el ciclo teórico que se utiliza para estudiar los *MEC*. Se reitera que es un ciclo equivalente, idealizado, por el que solo evoluciona aire durante todo el ciclo y cuyo objetivo es evaluar cualitativamente el comportamiento de un MEC y no su simulación de forma precisa. En este caso, mantiene en común con el ciclo real las mismas características mencionadas para el ciclo de volumen constante (es decir, la sucesión de los procesos, la relación de compresión volumétrica, la energía aportada por unidad de masa y la presión y la temperatura al inicio de la compresión). Además, se mantiene también la presión máxima que se alcanza en la combustión.

Las simplificaciones son las mismas que se adoptaban en el ciclo de volumen constante excepto que el aporte de calor (equivalente al proceso de combustión) no se considera instantáneo sino que se realiza en dos etapas: la primera a volumen constante y la segunda a presión constante (igual a la presión máxima del proceso real). Esta última simplificación se adopta para asemejar mejor el ciclo teórico al real, ya que, como se verá en el capítulo de combustión en los *MEC*, la combustión se realiza en tres fases; las dos primeras son rápidas y se puede suponer, en el ciclo teórico, que suceden a volumen constante mientras que la tercera es más larga y se produce junto con la expansión.

De esa forma, los procesos que considera el ciclo de aire de presión limitada son los siguientes: el proceso de compresión (1⟶2) adiabático y sin rozamiento, el de aporte de calor (2⟶3b) que se realiza en las dos etapas descritas, la expansión (3b⟶4) adiabática y sin rozamiento y el escape espontáneo (4⟶1) a volumen constante. El diagrama *p-V* se representa en la figura 7.20:

Como se considera que el aporte de calor sucede en dos etapas se deben definir los siguientes parámetros:

Grado de aporte de calor a volumen constante: $$\alpha = \frac{p_3}{p_2} \geq 1 \qquad (7.36)$$

Grado de aporte de calor a presión constante: $$\beta = \frac{V_{3b}}{V_{3a}} \geq 1 \qquad (7.37)$$

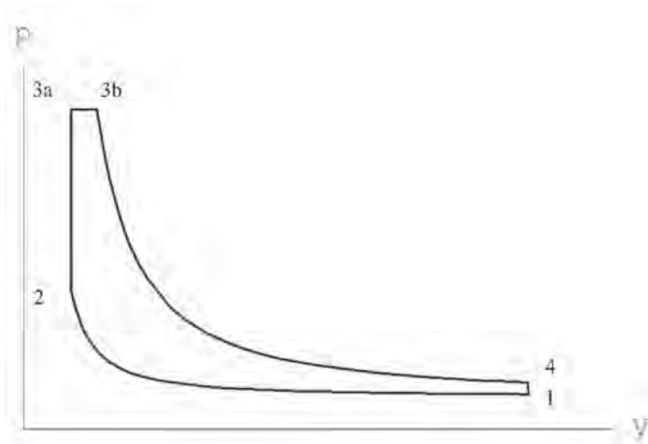


Figura 5.20. Diagrama *p-V* del ciclo de aire equivalente de presión limitada.

Cuando el grado de aporte de calor a volumen constante toma el valor unidad, el ciclo se denomina ciclo de aire de presión constante, y se puede emplear para analizar cualitativamente motores diesel muy lentos (aplicaciones marinas o producción de energía eléctrica).

Cálculo del trabajo y del rendimiento térmico del ciclo teórico:

El rendimiento térmico del ciclo se define como el trabajo producido dividido por el calor aportado, es decir:

$$\eta_{id} = \frac{W_{id}}{Q_{2\to 3b}} = \frac{w_{id}}{q_{2\to 3b}} = \frac{w_{id}}{F \cdot H_C} \tag{7.38}$$

El trabajo producido se podría calcular, al igual que en el ciclo de volumen constante, como la diferencia entre el trabajo de expansión menos el de compresión. Sin embargo, en este caso es más sencillo calcularlo aplicando el balance de energía al ciclo completo:

$$\Delta U_{ciclo\,completo} = 0 \Rightarrow W_{id} = Q_{2\to 3b} - Q_{4\to 1} \tag{7.39}$$

Teniendo en cuenta que $Q_{2\to 3b} = Q_{2\to 3a} + Q_{3a\to 3b}$, que se aportan a volumen constante y a presión constante respectivamente, y que $Q_{4\to 1}$ se cede a volumen constante, la expresión (7.38) se puede escribir[8]:

[8] $Q_{v\,cte} = m \cdot c_v \cdot \Delta T$ y $Q_{p\,cte} = m \cdot c_p \cdot \Delta T$

$$\eta_{id} = \frac{Q_{2\to 3a} + Q_{3a\to 3b} - Q_{4\to 1}}{Q_{2\to 3a} + Q_{3a\to 3b}} = 1 - \frac{Q_{4\to 1}}{Q_{2\to 3a} + Q_{3a\to 3b}} = $$
$$= 1 - \frac{c_v \cdot (T_4 - T_1)}{c_v \cdot (T_{3a} - T_2) + c_p \cdot (T_{3b} - T_{3a})} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_{3a} - T_2 + \gamma \cdot (T_{3b} - T_{3a})} \quad (7.40)$$

Teniendo en cuenta que los procesos 1⟶2 y 3b⟶4 son isentrópicos, que los procesos 2⟶3a y 4⟶1 son isócoros y que el proceso 3a⟶3b es isóbaro, la ecuación anterior se puede expresar en función de la relación de compresión volumétrica y los parámetros α y β:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \cdot \frac{\alpha \cdot \beta^{\gamma} - 1}{\alpha - 1 + \gamma \cdot \alpha \cdot (\beta - 1)} \quad (7.41)$$

Esta expresión sirve para hallar las tendencias fundamentales que sigue el rendimiento térmico de los *MEC*. Las conclusiones más importantes son las siguientes:

1. Para un calor aportado dado ($m_f H_C = Q_{2\to 3b} = cte$) y una relación de compresión volumétrica dada, el rendimiento es mayor cuanto mayor es α (y, por tanto, cuanto menor es β). Esta conclusión se puede extraer, de nuevo, tanto desde el análisis de la ecuación (7.41) como desde el diagrama *T-s*. Efectivamente, como se ve en la figura 7.21, manteniendo el calor aportado al ciclo (área por debajo de los procesos 2⟶3b y 2'⟶3b') y la relación de compresión volumétrica, cuanto mayor es

$$\alpha \left(\frac{p_{3a}'}{p_2} > \frac{p_{3a}}{p_2}\right)$$

   el calor que se cede al ambiente, equivalente al área por debajo de los procesos 4⟶1 y 4'⟶1', es menor y, por tanto, el rendimiento es mayor.

   Lo anterior significa, como se ve en la misma figura, que el rendimiento aumenta conforme aumenta la presión máxima. Por ese motivo se tiende a diseñar los *MEC* con una presión máxima elevada, aunque se debe limitar (actualmente a unos 200 bar) por razones de resistencia mecánica, resistencia térmica y ruido. Igualmente, se puede decir que el rendimiento aumenta cuando la combustión es más rápida.

2. Para un calor aportado dado y una presión máxima limitada dada, el rendimiento aumenta conforme crece la relación de compresión. En la figura 7.22 se analizan dos casos en los que se mantiene el calor aportado y la presión máxima de combustión La explicación termodinámica se puede razonar de forma similar al caso anterior.

   Dicho crecimiento es menos significativo conforme se continúa aumentando la relación de compresión (figura 7.23), por lo que no se suele llegar al caso extremo de $\alpha = 1$.

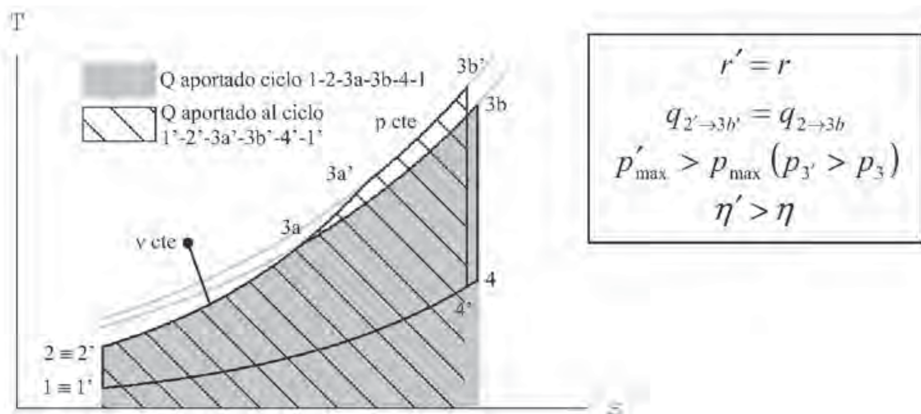


Figura 7.21. Diagrama T-s de dos ciclos de diferente α y β e igual calor aportado y *r.*

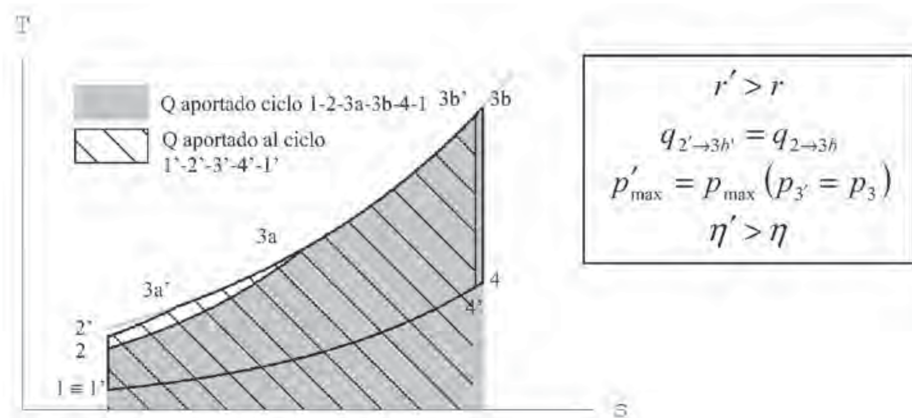


Figura 7.22. Diagrama T-s de dos ciclos de distinta *r* e igual calor aportado y presión máxima.

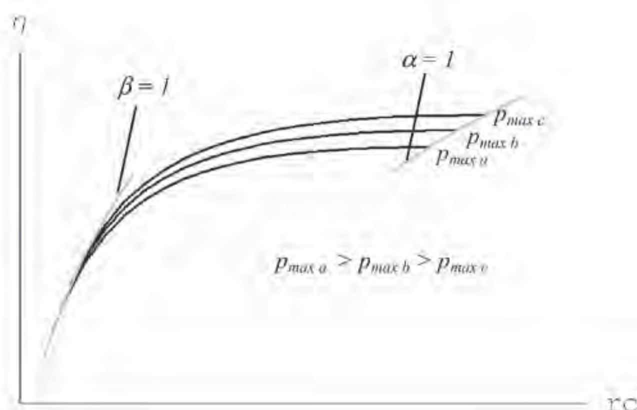


Figura 7.23. Variación del rendimiento térmico en función de *r.*

La razón por la que no se llega al ciclo extremo de $\alpha = 1$ se debe a que, a la hora de maximizar el rendimiento termodinámico real del motor (no el teórico), no sólo influye la relación de compresión, sino que también influyen otros parámetros que determinan la evolución del proceso de combustión que modifican el comportamiento predicho por el modelo teórico.

3. Para una relación de compresión constante y una presión máxima dada, si se modifica el calor aportado (equivalente a inyectar combustible durante más tiempo), el grado de aporte de calor a presión constante (β) aumenta y el rendimiento térmico disminuye (este comportamiento es se justifica sobre el diagrama T-s porque las línea de presión constante 3a-3b tiende a converger con la de volumen constante 4-1, resultando que la relación de temperaturas de aporte y cesión de calor disminuye. También se puede deducir de la expresión 7.41). Estas condiciones se dan en los motores reales al aumentar el grado de carga del motor. El comportamiento predicho por el modelo teórico se manifiesta también en el motor real, aún incluso más acusado ya que la combustión se dificulta al aumentar la inyección de combustible y, además, el valor de *g* disminuye al ser la mezcla global más rica, lo que contribuye también a la disminución del rendimiento.

> El rendimiento de un MEC mejora conforme se aumenta la presión máxima y conforme se disminuye el dosado. Para una presión máxima dada, el rendimiento aumenta conforme crece la relación de compresión.

Cálculo del trabajo y del rendimiento indicado:

Al igual que en el caso del ciclo de volumen constante, para el ciclo de presión limitada se define el coeficiente de calidad del ciclo como la relación entre el rendimiento indicado y el rendimiento termodinámico del ciclo teórico.

$$K = \frac{\eta_i}{\eta_{id}} = \frac{W_i}{W_{id}} \tag{7.42}$$

Ejemplo 7.5

De un ciclo de aire de presión limitada a 180 bar se conocen los siguientes datos:

— las condiciones del aire al inicio del ciclo .... 288,15 K y 1 bar
— temperatura al finalizar el proceso de compresión .... 875 K
— el grado de aporte de calor a presión constante 1,2
— las propiedades del aire .... c_p = 1 kJ/kg, γ = 1,4

Se pide calcular la relación de compresión, el grado de aporte de calor a volumen constante, el calor aportado a volumen constante y a presión constante y el trabajo específico producido por el ciclo.

Solución:

Relación de compresión:

Para hallar la relación de compresión, es preciso conocer los puntos 1 y 2 del ciclo. De los datos del punto 1 se sabe que:

T_1 = 288,15 K $\qquad\qquad$ p_1 = 1 bar

Y del punto 2 se conoce la temperatura y que ha sido obtenido mediante un proceso isentrópico desde el punto 1. Por tanto se cumple:

$$p_1 \cdot v_1^{\gamma} = p_2 \cdot v_2^{\gamma} \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}$$

Las igualdades anteriores son válidas en procesos isentrópicos para gases ideales de c_p constante. Utilizando la última igualdad de las mostradas, que relaciona las temperatura y el volumen específico se tiene:

$$rc = \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 16{,}1:1$$

Al igual que en el ejemplo 5.4, la presión en el punto 2 se puede calcular con la segunda de las igualdades indicadas para los procesos isentrópicos:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 48{,}8\,bar$$

Grado de aporte de calor a volumen constante:

El grado de aporte de calor a volumen constante se define como $\alpha = p_3/p_2$. Por tanto, resulta:

$$\alpha = \frac{p_3}{p_2} = \frac{180}{48{,}8} = 3{,}69$$

Calor aportado a volumen constante y a presión constante:

El calor aportado a volumen constante tiene lugar en el proceso 2→3a. Aplicando el primer principio, se tiene:

$$\Delta u = q_{2\to 3a} - w \Rightarrow c_v \cdot (t_{3a} - t_2) = c_v \cdot (T_{3a} - T_2) = q_{2\to 3a} - 0$$

Como se observa, resulta necesario calcular la temperatura del punto 3a. Al ser el proceso isócoro:

$$\frac{p_3}{T_{3a}} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_{3a} = T_2 \cdot \frac{p_3}{p_2} = 3\,227{,}9K$$

$$q_{2\to 3a} = c_v \cdot (T_{3a} - T_2) = 0{,}714 \cdot (3227{,}9 - 875) = 1680{,}6\,kJ/kg$$

Donde el calor específico a volumen constante se ha hallado mediante el calor específico a presión constante y la relación entre calores específicos γ.

Del enunciado se sabe que $\beta = 2$, por lo que se puede calcular la temperatura del punto 3b, sabiendo que el proceso 3a→3b es isóbaro:

$$\frac{T_{3b}}{T_{3a}} = \frac{v_{3b}}{v_{3a}} \Rightarrow T_{3b} = T_{3a} \cdot \beta = 3873{,}5K$$

Se observa de nuevo que la temperatura al final del proceso de combustión es muy alta comparada con las temperaturas reales, cercanas a 2000 ºC.

El calor aportado a un sistema cerrado a presión constante es el salto entálpico. Por tanto:

$$\Delta u = q_{3a\to 3b} - w$$

$$q_{3a\to 3b} = \Delta u + p_3 \cdot \Delta v = \left(u_{3b} + p_3 \cdot v_{3b}\right) - \left(u_{3a} + p_3 \cdot v_{3a}\right) = \Delta h$$

$$q_{3a\to 3b} = \Delta h = c_p \cdot \left(t_{3b} - t_{3a}\right) = c_p \cdot \left(T_{3b} - T_{3a}\right) = 645{,}6 kJ/kg$$

desarrollo que es solo válido si el proceso es isóbaro y se supone gas ideal con c_p constante.

El calor aportado total sería la suma de los dos:

$$q_{2\to 3b} = q_{2\to 3a} + q_{3a\to 3b} = 2326{,}2 \text{ kJ/kg}$$

Cálculo del trabajo del ciclo:

Para calcular el trabajo que se obtiene del ciclo de presión limitada se puede aplicar el Primer Principio al ciclo completo:

$$\Delta U_{ciclo} = 0 = Q_{ciclo} - W_{id}$$

$$Q_{ciclo} = W_{id} \Rightarrow q_{2\to 3b} - q_{4\to 1} = w_{id}$$

Para calcular el calor cedido en el proceso 4→1 es necesario conocer el estado térmico del aire en el punto 4. El volumen específico es el mismo que en el punto 1 y se sabe que el proceso desde el punto 3b hacia 4 isentrópico:

$$p_4 = p_{3b} \cdot \left(\frac{v_{3b}}{v_4} \right)^{\gamma} = p_{3b} \cdot \left(\frac{v_2 \cdot \beta}{v_1} \right)^{\gamma} = p_{3b} \cdot \left(\frac{\beta}{rc} \right)^{\gamma} = 180 \cdot \left(\frac{1,2}{16,1} \right)^{1,4} = 4,76\,bar$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = T_1 \cdot \frac{p_4}{p_1} = 1372,1K$$

La temperatura de escape es también, en este caso, muy elevada comparado con las reales.

Como el proceso 4→1 es isócoro, el calor cedido es:

$$q_{4\to 1} = c_v \cdot (T_4 - T_1) = 0,714 \cdot (1372,1 - 288,15) = 774,2\,kJ/kg$$

Finalmente:

$$w_{id} = q_{2\to 3b} - q_{4\to 1} = 2326,2 - 774,2 = 1552,0\,kJ/kg$$

Ejemplo 7.6

De un motor de 1998 cm^3 de cilindrada, cuatro cilindros y cuatro tiempos se desarrollan dos versiones; una de gasolina con una relación de compresión 9:1 y otra de gasóleo con una relación de compresión de 19:1. La temperatura y la presión ambiental son, respectivamente, 15 °C y 0,90 bar. Si se supone que las condiciones de entrada en la admisión de los motores son exactamente las ambientales se propone calcular la temperatura y presión en cada punto de los ciclos teóricos de aire equivalente para cada motor, así como el trabajo indicado de dichos ciclos, el rendimiento y la potencia que se obtendría si ambos motores trabajasen a 3000 min^{-1} siendo los rendimientos volumétricos del 80% para el MEP y 90% para el MEC.

Si las potencias efectivas reales de los motores son 60 kW para el de gasolina y 55 kW para el de gasóleo se pide determinar los coeficientes de calidad del ciclo sabiendo que los rendimientos mecánicos son 90% para el MEP y 92% para el MEC.

Datos adicionales: Dosado relativo del motor de gasolina: $F_R = 1$. Dosado relativo del motor de gasóleo $F_R = 0,7$. Fórmula equivalente de la gasolina y el gasóleo: C_7H_{14} y $C_{16}H_{28}$, respectivamente. Poder calorífico de la gasolina: 42000 kJ/kg. Poder calorífico del gasóleo: 42500 kJ/kg. Calor específico del aire: 1 kJ/(kg K). Relación entre calores específicos del aire: 1,4. Presión máxima de combustión en el MEC: 140 bar.

Solución:

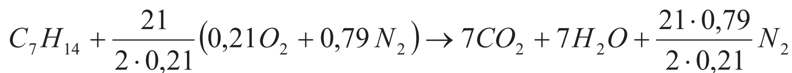
Realizando los cálculos análogos a los del ejemplo 7.1 se puede calcular la cilindrada unitaria y el volumen de las cámaras de combustión en las dos versiones del motor, que en este caso quedan:

$$V_D = 499{,}5 \text{ cm}^3$$

$$V_{C\,gasolina} = 62{,}44 \text{ cm}^3$$

$$V_{C\,gasóleo} = 27{,}75 \text{ cm}^3$$

A continuación se calcula el dosado de ambos motores, que posteriormente será necesario para calcular el calor aportado al ciclo en el proceso de combustión. A tal efecto, se debe hallar el dosado estequiométrico, calculando la cantidad de aire que hace falta para quemar cada kilogramo de combustible. En el caso de la combustión de la gasolina, la reacción directa de combustión es:



$$C_7H_{14} + \frac{21}{2\cdot 0{,}21}\left(0{,}21\,O_2 + 0{,}79\,N_2\right) \rightarrow 7CO_2 + 7H_2O + \frac{21\cdot 0{,}79}{2\cdot 0{,}21}N_2$$

Según la reacción, son necesarios

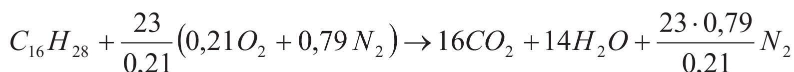
$$\frac{21}{2\cdot 0{,}21}\cdot\left(0{,}21\cdot 32 + 0{,}79\cdot 28\right) = 1442 \text{ g}$$

de aire por cada $7\cdot 12 + 14 = 98$ g de gasolina. Por tanto, el dosado estequiométrico para el motor de gasolina vale:

$$F_e = \left(\frac{m_f}{m_a}\right)_{esteq} = \frac{98}{1442} = \frac{1}{14{,}7}$$

El dosado del motor es el estequiométrico al ser F_R=1.

En cuanto a la reacción del gasóleo se tiene:



$$C_{16}H_{28} + \frac{23}{0{,}21}\left(0{,}21\,O_2 + 0{,}79\,N_2\right) \rightarrow 16CO_2 + 14H_2O + \frac{23\cdot 0{,}79}{0{,}21}N_2$$

El dosado estequiométrico es, en este caso:

$$F_e = \left(\frac{m_f}{m_a}\right)_{esteq} = \frac{16 \cdot 12 + 28}{\frac{23}{0{,}21} \cdot (0{,}21 \cdot 32 + 0{,}79 \cdot 28)} = \frac{220}{3158{,}7} = \frac{1}{14{,}4}$$

y, al ser $F_R = 0{,}7$, el dosado del motor es $F = 0{,}7 \cdot 1/14{,}4 = 0{,}0488$ (~1/20,5).

Cálculo de la versión de gasolina:

La versión del motor que emplea gasolina como combustible será un MEP, por lo que el ciclo teórico equivalente será el ciclo de aire de volumen constante.

El diagrama *p-V* que sigue dicho ciclo se representa en la figura 7.17, y se desea saber la presión y la temperatura en cada uno de los puntos que aparecen en la figura.

Punto 1:

De los datos del ejemplo se sabe que:

$$T_1 = 15 + 273{,}15 = 288{,}15 \text{ K} \qquad p_1 = 0{,}90 \text{ bar}$$

Punto 2:

El proceso 1→2 en el ciclo teórico se supone adiabático y sin rozamiento, por lo que la evolución del aire es isentrópica:

$$p_1 \cdot V_1^\gamma = p_2 \cdot V_2^\gamma$$

donde y $V_1 = V_D + V_C = 499{,}5 + 62{,}44 = 561{,}94\, cm^3$ y $V_2 = V_C = 62{,}44\, cm^3$.

Conocidos la presión en el punto 1 y los volúmenes V_1 y V_2 se despeja el valor de p_2:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 0{,}9 \cdot \left(\frac{561{,}94}{64{,}44}\right)^{1{,}4} = 19{,}51\, bar$$

Por su parte, la temperatura del punto 2 se puede calcular usando la ecuación de los gases perfectos:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = 288{,}15 \cdot \frac{19{,}51 \cdot 62{,}44}{0{,}9 \cdot 561{,}94} = 693{,}93\, K$$

Punto 3:

El proceso 2→3 se considera un aporte de calor a volumen constante, por tanto, aplicando el Primer Principio de la termodinámica se obtiene la temperatura del punto 3:

$$\Delta u = c_v \cdot (T_3 - T_2) = q$$

$$T_3 = T_2 + \frac{q}{c_v}$$

De los cálculos realizados anteriormente se conoce el dosado del motor, por lo que se puede calcular el calor aportado en cada ciclo:

$$q = \frac{Q_{2\to3}}{m_a} = \frac{m_f \cdot H_C}{m_a} = F \cdot H_C = \frac{42000}{14{,}7} = 2857{,}1\, kJ/kg$$

Para calcular c_v se deben utilizar la siguiente relación:

$$c_v = \frac{c_p}{\gamma} = 0{,}714\, kJ/(kg \cdot K)$$

Finalmente, la temperatura T_3 queda:

$$T_3 = T_2 + \frac{q}{c_v} = 693{,}93 + \frac{2857{,}1}{0{,}714} = 4695{,}53 K \Rightarrow t_3 = 4422{,}38\,^{o}C$$

Como se dijo en el ejemplo 5.4, la temperatura obtenida es la correspondiente al ciclo teórico equivalente y se observa que su valor es excesivamente alto.

La presión se puede calcular utilizando de nuevo la ecuación de los gases ideales, aplicado en este caso a un proceso isócoro:

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = \frac{p_3 \cdot V_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = p_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} = 19{,}51 \cdot \frac{4695{,}53}{693{,}93} = 132{,}02\, bar$$

Punto 4:

La evolución 3→4 se considera, de nuevo, adiabática y reversible en el ciclo teórico. La presión y la temperatura son las siguientes:

$$p_4 = p_3 \cdot \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma} = 132{,}02 \cdot \left(\frac{62{,}44}{561{,}94}\right)^{1{,}4} = 6{,}09\,bar$$

$$\frac{p_3 \cdot V_3}{T_3} = \frac{p_4 \cdot V_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot \frac{p_4 \cdot V_4}{p_3 \cdot V_3} = 4695{,}53 \cdot \frac{6{,}09 \cdot 561{,}94}{132{,}02 \cdot 62{,}44} = 1949{,}35\,K$$

Se observa de nuevo que la temperatura es igualmente demasiado alta comparada con las reales, que toman el valor de aproximadamente 400-500 ºC.

Cálculo del trabajo, del rendimiento y de la potencia:

El trabajo que se obtiene según el ciclo teórico es el trabajo desarrollado en la expansión menos el invertido en la compresión:

$$w_{id} = w_{3\to4} - w_{1\to2} = c_v \cdot (t_3 - t_4) - c_v \cdot (t_2 - t_1) = c_v \cdot (T_3 - T_4) - c_v \cdot (T_2 - T_1)$$
$$w_{id} = 0{,}714 \cdot (4695{,}53 - 1949{,}35 - 693{,}93 + 288{,}15) = 1671{,}05\,kJ/kg$$

Por otro lado, el rendimiento toma el siguiente valor:

$$\eta_{id} = \frac{w_{id}}{q_{2\to3}} = \frac{c_v \cdot (T_3 - T_4) - c_v \cdot (T_2 - T_1)}{c_v \cdot (T_3 - T_2)} = 0{,}585$$

cuyo valor es extraordinariamente alto al tratarse de un ciclo ideal.

Finalmente, la potencia que desarrollaría el motor según dicho ciclo sería:

$$N_{id} = W_{id} \cdot z \cdot i \cdot n = m_a \cdot w_{id} \cdot z \cdot i \cdot n = \rho_1 \cdot V_D \cdot \eta_v \cdot w_{id} \cdot z \cdot i \cdot n$$

Donde se tiene en cuenta que el fluido que evoluciona según el ciclo teórico es exclusivamente aire, que llena el cilindro completamente en el proceso de admisión. Se advierte igualmente que las unidades empleadas para el régimen de giro en la expresión anterior son *1/s*.

Para calcular la densidad en el punto 1 es preciso conocer la constante R del aire:

$$R = c_p - c_v = 0{,}286 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} = RT_1 \Rightarrow \rho_1 = 1{,}093\,kg/m^3$$

Y la potencia queda:

$$N_{id} = 1{,}093 \cdot 499{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}8 \cdot 1671{,}05 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3000}{60} = 72{,}99\,kW$$

Cálculo de la versión de gasóleo:

La versión de gasóleo será un MEC, siendo el ciclo de aire de presión limitada el ciclo teórico empleado en su estudio. La presión máxima de combustión, como cita el enunciado, es 140 bar.

El diagrama que representa el ciclo de presión limitada se ilustra en la figura 5.20.

Punto 1:

$$T_1 = 15 + 273{,}15 = 288{,}15 \text{ K} \qquad p_1 = 0{,}90 \text{ bar}$$

Punto 2:

El proceso 1→2 se considera adiabático y sin rozamiento. Análogamente al caso del MEP, la presión y la temperatura son:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = 0{,}9 \cdot \left(\frac{527{,}25}{27{,}75}\right)^{1{,}4} = 55{,}53\,bar$$

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = 288{,}15 \cdot \frac{55{,}53 \cdot 27{,}75}{0{,}9 \cdot 527{,}25} = 935{,}66\,K$$

donde se ha tenido en cuenta que $V_1 = V_D + V_C = 499{,}5 + 27{,}75 = 527{,}25\,cm^3$ y que $V_2 = V_C = 27{,}75\,cm^3$.

Punto 3a:

Del punto 3a se conoce la presión, que será la máxima del ciclo, es decir:

$$P_{3a} = 140 \text{ bar}$$

La temperatura se calcula mediante la siguiente expresión:

$$T_{3a} = T_2 \cdot \frac{p_{3a} \cdot V_{3a}}{p_2 \cdot V_2} = 935{,}66 \cdot \frac{140}{55{,}53} = 2359{,}12\,K$$

Punto 3b:

Para llegar a la temperatura anterior se ha necesitado invertir $q_{2\to 3a} = c_v \cdot (T_{3a} - T_2) =$ $= 0{,}714 \cdot (2359{,}12 - 935{,}73) = 1016{,}76\, kJ/kg$. Como el calor aportado por el combustible es $q_{2\to 3b} = F \cdot H_C = \dfrac{42500}{20{,}5} = 2073{,}17\, kJ/kg$, el calor que resta por introducir es:

$$q_{3a\to 3b} = q_{2\to 3b} - q_{2\to 3a} = 2073{,}17 - 1016{,}76 = 1056{,}41$$

El proceso 3a→3b, por definición, es isóbaro. La presión es constante e igual a 140 bar y la temperatura en el punto 3b se calcula mediante la siguiente expresión:

$$q_{3a\to 3b} = h_{3b} - h_{3a} = c_p \cdot (t_{3b} - t_{3a}) = c_p \cdot (T_{3b} - T_{3a})$$

$$T_{3b} = T_{3a} + \frac{q_{3a\to 3b}}{c_p} = 2359{,}12 + \frac{1056{,}41}{1} = 3415{,}53\, K$$

Se observa, al igual que en el caso anterior, que la temperatura máxima alcanzada es muy elevada. Esto se debe a que el ciclo empleado es un ciclo teórico idealizado. No obstante, la temperatura en el ciclo de presión limitada es menor que en el ciclo de volumen constante, ya que parte del aporte de calor tiene lugar durante la carrera de expansión, lo que atenúa en parte el aumento de temperatura.

El volumen del cilindro en el punto 3b se calcula a continuación:

$$\frac{p_{3a} \cdot V_{3a}}{T_{3a}} = \frac{p_{3b} \cdot V_{3b}}{T_{3b}} \Rightarrow V_{3b} = V_{3a} \cdot \frac{T_{3b}}{T_{3a}} = 27{,}75 \cdot \frac{3415{,}53}{2359{,}12} = 40{,}18\, cm^3$$

Punto 4:

Por último, la evolución entre el punto 3b y 4 se considera adiabática reversible, por lo que la presión y la temperatura son:

$$p_4 = p_{3b} \cdot \left(\frac{V_{3b}}{V_4}\right)^{\gamma} = 140 \cdot \left(\frac{40{,}18}{527{,}25}\right)^{1,4} = 3{,}81\, bar$$

$$\frac{p_{3b} \cdot V_{3b}}{T_{3b}} = \frac{p_4 \cdot V_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = T_{3b} \cdot \frac{p_4 \cdot V_4}{p_{3b} \cdot V_{3b}} = 3415{,}53 \cdot \frac{3{,}81 \cdot 527{,}25}{140 \cdot 40{,}18} = 1219{,}72\, K$$

De nuevo, la temperatura de escape es muy elevada por las razones ya apuntadas.

Cálculo del trabajo, del rendimiento y de la potencia:

Para calcular el trabajo que se obtiene del ciclo de presión limitada se puede aplicar el Primer Principio al ciclo completo:

$$\Delta U_{ciclo} = 0 = Q_{ciclo} - W_{id}$$

$$Q_{ciclo} = W_{id} \Rightarrow q_{2\to 3b} - q_{4\to 1} = w_{id}$$

$$w_{id} = F \cdot H_C - c_v \cdot (t_4 - t_1) = 2073{,}17 - 0{,}714 \cdot (1219{,}72 - 288{,}15) = 1408{,}03\, kJ/kg$$

El rendimiento se calcula dividiendo el trabajo entre el calor aportado al ciclo:

$$\eta_{id} = \frac{w_{id}}{q_{2\to 3b}} = \frac{1408{,}03}{2073{,}17} = 0{,}679$$

Como se observa, el rendimiento vuelve a ser extraordinariamente alto, debido a que se trata del ciclo teórico. Estos ciclos, como se dijo en el texto, sólo sirven para extraer conclusiones cualitativas y no cuantitativas, ya que los resultados se alejan bastante de la realidad.

La potencia se obtiene como en el caso del MEP:

$$N = 1{,}093 \cdot 499{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}90 \cdot 1408{,}03 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3000}{60} = 69{,}18\, kW$$

Cálculo de los coeficientes de calidad:

El coeficiente de calidad del ciclo equivalente se define como el cociente entre el trabajo indicado y el trabajo obtenido por el ciclo teórico. Para cada una de las versiones del motor es el siguiente:

$$\text{MEP:}\ K = \frac{W_i}{W_{id}} = \frac{N_i}{N_{id}} = \frac{N_e / \eta_m}{N_{id}} = \frac{60/0{,}90}{72{,}99} = 0{,}91$$

$$\text{MEC:}\ K = \frac{W_i}{W_{id}} = \frac{N_i}{N_{id}} = \frac{N_e / \eta_m}{N_{id}} = \frac{55/0{,}92}{69{,}18} = 0{,}86$$

Tema 8

Turbinas de gas

Marta Muñoz Domínguez

Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Introducción.
2. Tipos de instalaciones.
3. Análisis termodinámico de los ciclos de aire ideales.
   3.1 Ciclo Brayton ideal de aire simple.
   3.2. Ciclo Brayton ideal de aire regenerativo.
   3.3. Ciclo ideal compuesto.
4. Elección de los parámetros que definen del ciclo termodinámico de una turbina de gas.
   4.1. Ciclo simple.
   4.2. Ciclo simple regenerativo.
   4.3. Ciclo compuesto.
   4.4. Ciclo compuesto regenerativo.
5. Comportamiento de las turbinas de gas en el punto de diseño.

Tema 8
TURBINAS DE GAS

OBJETIVOS FUNDAMENTALES DEL TEMA

— Conocer el esquema mecánico de los distintos tipos de instalaciones: turbina de gas en ciclo simple, ciclo regenerativo, ciclo compuesto, montajes en un eje y en dos ejes.
— Saber representar y analizar la evolución termodinámica del fluido en un diagrama h-s, de los distintos tipos de ciclos, comenzando por los ciclos de aire ideales.
— Llegar a entender la repercusión que tienen determinados parámetros del ciclo, como la relación de compresión, la temperatura a la entrada de la turbina o la temperatura de admisión al compresor, sobre el rendimiento y el trabajo específico de las distintas variantes de ciclos de turbina de gas.
— Comparar en cuanto a rendimiento y trabajo específico las instalaciones basadas en ciclo simple, en ciclo regenerativo y en ciclo compuesto.

1. INTRODUCCIÓN

Una turbina de gas es un tipo de motor térmico en el que evoluciona un fluido compresible que no se condensa a lo largo de su evolución en el motor. Su funcionamiento se basa en el denominado ciclo termodinámico *Brayton*, de forma que en su versión más simple consta de un compresor, una cámara de combustión y una turbina.

A continuación se describe brevemente la sucesión de procesos que tienen lugar en este motor suponiendo que trabaja en ciclo abierto, que como se comentará posteriormente es lo más habitual[1].

En primer lugar el aire admitido al motor se comprime en el compresor, ya que para que posteriormente la turbina (máquina térmica) desarrolle trabajo tiene

[1] Si bien el ciclo abierto no constituye un ciclo termodinámico en el sentido estricto, sin embargo, el fluido experimenta una secuencia de procesos que se repiten con el tiempo.

que existir una diferencia de presiones entre su entrada y su salida. En la cámara de combustión se quema el combustible, utilizando como comburente el aire que proviene del compresor. Los gases resultantes salen de la cámara con una gran energía térmica que se convierte en energía mecánica en la turbina y dicha energía mecánica se transmite al exterior a través del eje de la máquina en forma de par motor. Parte de la potencia mecánica generada se invierte en mover el compresor y el resto se utiliza, dependiendo de la aplicación, por ejemplo, en accionar bombas o compresores en instalaciones de bombeo, en producir energía eléctrica si se conecta a un alternador, en mover una hélice para propulsión marina, o incluso en tracción de vehículos, tal como se expuso en el tema de generalidades.

Por otro lado hay una familia muy importante de turbinas de gas, a las que se denomina *turbinas de gas de aviación*, que tienen un esquema de instalación ligeramente diferente. En estos motores, básicamente, se incluye un elemento más, una tobera propulsiva que se coloca después de la turbina. En ellos, la turbina se diseña para que desarrolle justamente la potencia necesaria para mover el compresor, de forma que ambas máquinas están acopladas en un eje libre. Los gases de escape de la turbina, que tienen una energía residual elevada, se expanden en la tobera hasta la presión atmosférica. Como consecuencia de dicha expansión los gases salen de la tobera propulsiva a gran velocidad y se produce un efecto de reacción sobre las paredes internas del motor, que es lo que produce la fuerza propulsiva. Se comprueba que en este caso la filosofía de funcionamiento es distinta, ya que la energía mecánica producida aparece en forma de energía cinética de un chorro de gases, en vez de presentarse, como es usual, en forma de par motor en un eje.

2. TIPOS DE INSTALACIONES

La práctica totalidad de las turbinas de gas actuales operan en ciclo abierto (figura 8.1a), siendo, por tanto, motores de combustión interna. Ello puede atribuirse a que la elevada potencia específica, inherente a este tipo de instalaciones, constituye uno de sus principales atractivos. No obstante, existe alguna instalación puntual que trabaja en ciclo cerrado (figura 8.1b), incorporando un equipo en el que se refrigera el fluido a la salida de la turbina para restablecer el estado termodinámico inicial de entrada al compresor. Este es el caso concreto de las instalaciones que emplean combustible nuclear, ya que la utilización de este tipo de combustible hace indispensable que la transferencia de la energía térmica al

fluido de trabajo se realice a través de una pared, para evitar problemas por contaminación radiactiva del fluido motor. Cabe destacar que las turbinas de gas que operan según un ciclo cerrado se consideran *motores de combustión externa;* su potencia específica es baja en relación a las turbinas de gas de ciclo abierto debido al peso del intercambiador del foco frío, si bien, pueden presentar algunas ventajas, como la posibilidad de utilizar mayor variedad de combustibles, ya que también podrían emplearse combustibles fósiles sólidos.

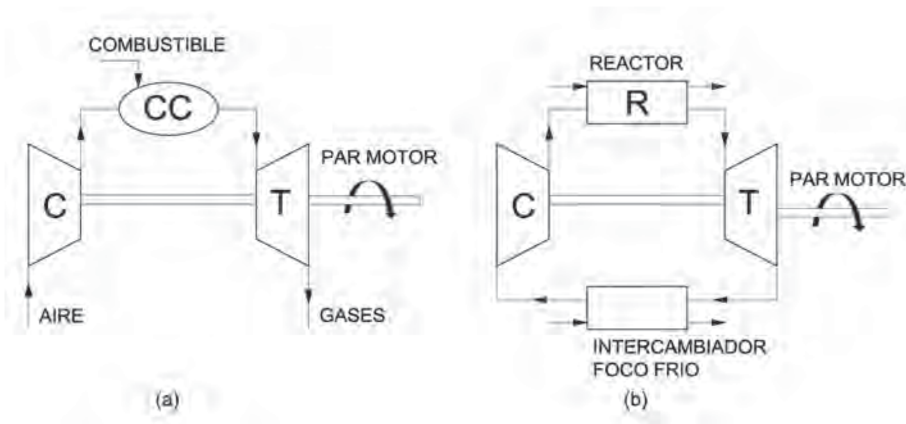


Figura 8.1. Esquemas de turbina de gas: (a) ciclo abierto (MCI) y (b) ciclo cerrado (MCE).

El presente tema se va a centrar en el estudio de las turbinas de gas que trabajan en ciclo abierto, que se pueden clasificar atendiendo a distintos criterios:

— *Según el ciclo termodinámico:*

- *Ciclo simple:* constituye el ciclo más sencillo con el que funcionan las turbinas de gas; como ya se ha comentado consta de un compresor, una cámara de combustión y una turbina (figura 8.1a).
- *Ciclo compuesto:* se denominan así a aquellos ciclos de turbinas de gas en los que se emplean compresiones escalonadas con refrigeración intermedia y/o expansiones escalonadas con recalentamiento intermedio (figura 8.2). De esta forma se trata de aproximar lo más posible el proceso de compresión y/o expansión a un proceso isotermo, lo que supone una disminución del trabajo de compresión y/o un aumento del trabajo de expansión que conduce a un incremento en el trabajo específico de la instalación, tal como se justifica en el anexo (epígrafe A.3.8, figura A.6)

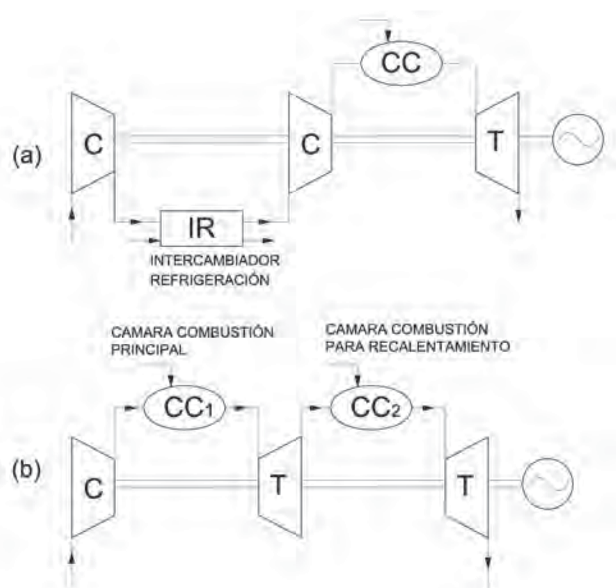


Figura 8.2 Esquemas mecánicos de dos ciclos compuestos: a) compresión escalonada con refrigeración intermedia, b) expansión escalonada con recalentamiento intermedio.

El recalentamiento intermedio en la expansión se realiza mediante una cámara de combustión adicional en la cual se quema combustible adicional, utilizando como comburente el oxigeno presente en los gases resultantes de la combustión anterior, dado que las cámaras de combustión de las turbinas de gas trabajan con un elevado exceso de aire. A estas instalaciones también es frecuente denominarlas *turbinas de gas de combustión secuencial*.

- *Ciclo regenerativo:* Es aquel ciclo simple o compuesto de turbina de gas en el que se emplean los gases a la salida de la turbina para precalentar el aire a la salida del compresor antes de que entre en la cámara de combustión (figura 8.3). Para que la transmisión de calor sea posible, es necesario que la temperatura de salida de la turbina sea superior a la de salida del compresor. La igualdad entre ambas temperaturas marca el límite teórico de la regeneración.

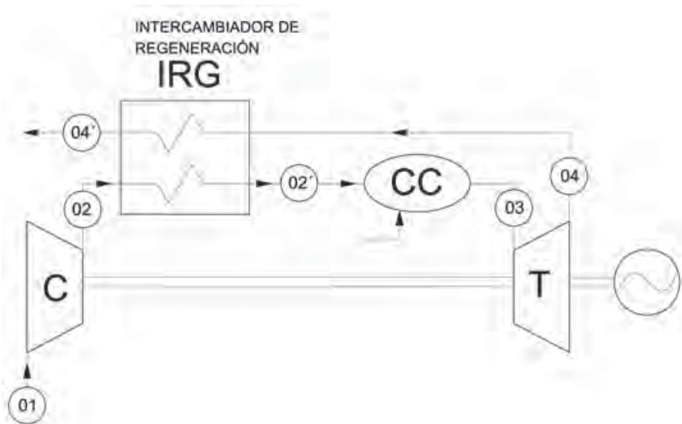


Figura 8.3 Esquema mecánico de un ciclo simple regenerativo.

— *Según el origen del diseño:*

- *Turbinas industriales*

Las turbinas de gas diseñadas específicamente con fines industriales suelen tener un aspecto más robusto que contrasta con la ligereza típica de las turbinas de gas de aviación. La cámara de combustión suele ser más voluminosa, ya que no es esencial en esta aplicación una elevada potencia específica ni un diseño aerodinámico y, en cambio, sí es importante que el consumo de combustible sea reducido. Por otra parte, el periodo entre revisiones de una planta industrial es del orden de las 50.000 horas, muy superior al de las turbinas de gas de aviación, que por razones de seguridad tienen periodos de revisión y mantenimiento mucho más reducidos.

Las consideraciones anteriores condicionan el diseño de las instalaciones, ya que en las turbinas industriales los objetivos fundamentales serán reducir el consumo de combustible y alargar la vida de la máquina, no sometiendo a los materiales a condiciones de trabajo excesivamente extremas, por ejemplo, limitando la temperatura máxima del ciclo. Sin embargo, conseguir una elevada potencia específica de la instalación no será tan importante en el caso de las turbinas industriales, siendo de extremo interés en el caso de las turbinas de aviación.

La repercusión de ciertos parámetros en el diseño de las turbinas de gas industriales se justificará en el epígrafe siguiente.

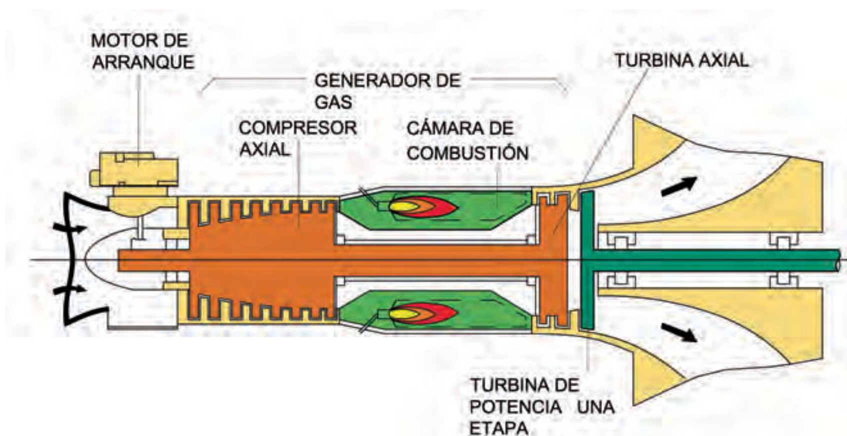


Figura 8.4 Esquema de una turbina de gas aeroderivada.

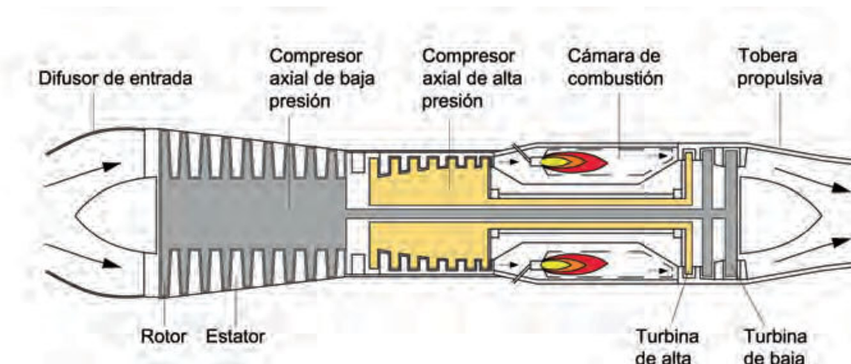


Figura 8.5 Esquema de una turbina de gas de aviación.Turborreactor.

- *Turbinas aeroderivadas*

Son turbinas de gas que derivan de un diseño inicialmente concebido para aviación (comparar figuras 8.4 y 8.5). Hay que tener en cuenta que a veces es más económico modificar una turbina de gas de aviación que acometer un diseño totalmente nuevo, que conlleva importantes costes de investigación y desarrollo.

Estas turbinas diseñadas con el objetivo de conseguir elevada potencia específica y elevado rendimiento, trabajan con presiones y temperaturas máximas más elevadas, como se justificará posteriormente y, por tanto, al ser más reducido el periodo entre revisiones, el coste de mantenimiento es más alto, aunque en contrapartida el coste de operación es más reducido, ya que el consumo de combustible es inferior.

Las modificaciones más importantes que hay que realizar a una turbina de gas de aviación para transformarla en una turbina de gas aeroderivada, son las siguientes:

Sustitución de la tobera propulsiva por escalonamientos adicionales de turbina, para seguir aprovechando la energía térmica de los gases transformándola en energía mecánica disponible en el eje de la máquina.

Reducción de la temperatura máxima para alargar la vida de la máquina.

Cambios del sistema de combustión para poder utilizar combustibles más baratos.

Prácticamente todas las turbinas de gas marinas y las turbinas de gas con ciclo compuesto son turbinas de gas aeroderivadas.

— *Según el esquema mecánico (número de ejes):*

- *Montaje en un eje*

Corresponde al esquema presentado en la figura (8.1-a), en el que se observa que la turbina, el compresor y *la carga* (alternador, hélice, transmisión, etc.) están acoplados en el mismo eje.

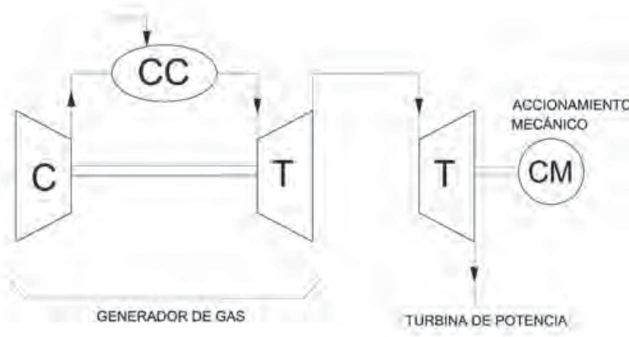


Figura 8.6 Esquema mecánico de una turbina de gas de dos ejes. Generador de gas.

- *Montaje en doble eje*

Un montaje de este tipo (figura 8.6) es característico de las turbinas aeroderivadas. Se denomina *generador de gas* al conjunto: compresor, cámara de combustión y turbina de alta, acoplados en un eje que no produce potencia neta, ya que dicho conjunto proviene de un motor de aviación en el que la turbina se diseña para que desarrolle precisamente la potencia necesaria para mover el compresor. A continuación, se coloca en un eje independiente la denominada *turbina de potencia* que expande el gas generado en el grupo anterior.

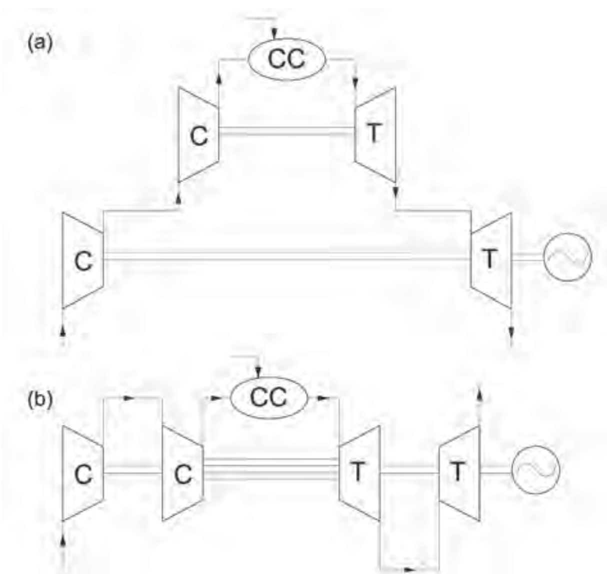


Figura 8.7 Esquemas de turbinas de gas de doble eje: (a) montaje en dos ejes paralelos y (b) montaje en dos ejes concéntricos.

Otro tipo de montaje en dos ejes sería el representado en la figura 8.7a, en donde la turbina de alta mueve el compresor de alta presión y la turbina de baja acciona el compresor de baja presión y la carga. Este tipo de montaje también proviene de una turbina de gas de aviación modificada. Hay que destacar que en ocasiones los ejes son concéntricos, tal como se representa en la figura 8.7b.

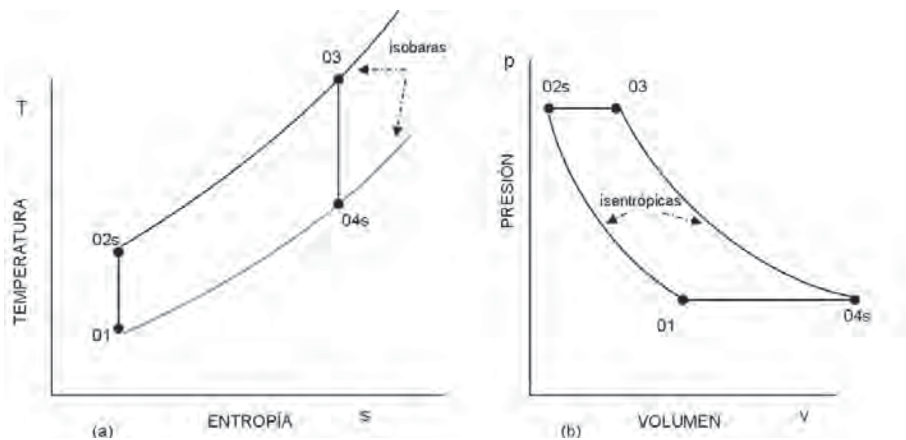


Figura 8.8 Diagramas T-s (a) y p-v (b) correspondientes a un ciclo ideal de aire.

3. ANÁLISIS TERMODINÁMICO DE LOS CICLOS DE AIRE IDEALES

De forma similar a lo estudiado en el caso de los ciclos de aire equivalentes en MCIA, el ciclo Brayton ideal de aire equivalente o estándar supone que el aire es el único fluido de trabajo, no teniendo en cuenta la modificación de la composición del fluido que implica la inyección de combustible y el proceso de combustión. Por tanto, la cámara de combustión se sustituye por un equipo donde se transfiere energía térmica al aire que evoluciona en el ciclo a presión constante; los procesos de compresión y expansión se consideran reversibles en los ciclos ideales, además de adiabáticos (por tanto, isentrópicos). Después de la expansión, se considera que el aire retorna a las condiciones de admisión cediendo energía térmica a un foco frío a presión constante. El ciclo ideal es por tanto un ciclo cerrado en el que además se considera que el aire se comporta como un gas perfecto.

A continuación, en los sucesivos subepígrafes, se van a ir analizando los distintos tipos de ciclos ideales. En cada caso se representará la evolución del aire en un diagrama T-s, se calcularán las propiedades termodinámicas del aire en los distintos puntos del ciclo, se obtendrá el calor aportado al aire, el trabajo desarrollado por la turbina y el trabajo absorbido por el compresor, con el fin de obtener finalmente el trabajo específico y el rendimiento del ciclo termodinámico en cada caso. Las explicaciones se apoyarán en ejemplos concretos.

3.1. Ciclo Brayton ideal de aire simple

En la figura 8.8 se representan los diagramas h-s y p-v correspondientes al ciclo de aire equivalente ideal simple. También puede resultar ilustrativo consultar la figura 8.11 para comparar, en la que sí se tiene en cuenta la existencia de irreversibilidades.

El trabajo desarrollado por la turbina y el trabajo absorbido por el compresor pueden obtenerse a través de la ecuación de balance de energía basada en el primer principio de la termodinámica (ecuación (A.14), del anexo), dado que los procesos de expansión y compresión se suponen adiabáticos. El trabajo específico neto del ciclo se puede expresar como:

$$w_u = w_T - w_C = (h_{03} - h_{04s}) - (h_{02s} - h_{01}) \tag{8.1}$$

El calor aportado al aire se puede calcular también a través de la ecuación (A.14) teniendo en cuenta que en este caso el trabajo desarrollado será nulo.

El rendimiento del ciclo será por tanto:

$$\eta_{ciclo} = \frac{w_u}{q_{02-03}} = \frac{(h_{03} - h_{04s}) - (h_{02s} - h_{01})}{(h_{03} - h_{02s})} \tag{8.2}$$

Al considerar que el aire se comporta como un gas perfecto, con calor específico constante, puede simplificarse la expresión anterior, resultando que:

$$\eta_{ciclo} = \frac{(T_{03} - T_{04s}) - (T_{02s} - T_{01})}{(T_{03} - T_{02s})} \tag{8.3}$$

Se comprueba que se obtiene una expresión similar a la obtenida en el tema 5 (ecuación 5.30), de forma que operando de manera semejante se obtiene el rendimiento del ciclo Brayton ideal en función de la relación de compresión[2]:

$$\eta_{ciclo} = 1 - \frac{1}{r_c^{(\gamma-1)/\gamma}} \tag{8.4}$$

De la expresión anterior se desprende que el rendimiento del ciclo Brayton ideal mejora siempre al aumentar la relación de compresión. Esta conclusión no coincide con el comportamiento de las turbinas de gas reales, como se explicará en el siguiente epígrafe. Al contrario de lo que sucedía en el estudio de los ciclos MCIA de aire equivalentes, las hipótesis simplificativas utilizadas en su definición implican que el comportamiento del ciclo ideal se aleja del real no sólo cuantitativamente sino también cualitativamente. Su estudio, no obstante, permite comenzar a familiarizarse con el análisis termodinámico de este tipo de ciclos.

Ejemplo 8.1

Se va a obtener el trabajo específico y el rendimiento de un ciclo ideal de Brayton de aire estándar si las condiciones de admisión al compresor son 15 ºC y 1 bar, la relación de compresión 10,8:1 y la temperatura de parada a la entrada de la turbina es 995 ºC. Considerar que el aire se comporta como un gas perfecto con γ= 1,4 y c_p= 1,005 kJ/kg·K.

Solución:

Para calcular el trabajo específico se obtendrá en primer lugar el trabajo específico absorbido por el compresor y el trabajo específico desarrollado por la tur-

[2] La diferencia radica en que en el caso de los MCIA la relación de compresión es volumétrica y en turbina de gas es una relación de presiones.

bina. Teniendo en cuenta las relaciones entre las presiones y las temperaturas en los procesos isentrópicos, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{T_{02s}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{02s}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(r_c\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_{02s} = 288(K)\cdot(10,8)^{0,2857} = 568,38K$$

$$w_c = 1,005\left(\frac{kJ}{kg}\right)(568,38 - 288)(K) = 281,78\frac{kJ}{kg}$$

$$\frac{T_{04s}}{T_{03}} = \left(\frac{p_{04s}}{p_{03}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{1}{r_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow T_{04s} = 642,5K$$

$$w_T = 1,005\left(\frac{kJ}{kg\cdot K}\right)\cdot[(995+273) - 642,5](K) = 628,6\frac{kJ}{kg}$$

El trabajo específico será:

$$w_u = 628,63 - 281,78 = 346,85\frac{kJ}{kg}$$

Calor aportado al aire:

$$q_{02-03} = c_p\cdot(T_{03} - T_{02s}) = 1,005\left(\frac{kJ}{kg\cdot K}\right)\cdot(1268 - 568,38)(K) = 703,12\frac{kJ}{kg}$$

El rendimiento del ciclo

$$\eta_{ciclo} = \frac{346,85}{703,12} = 0,49$$

Ejemplo 8.2

Analizar cómo se ve afectado el ciclo, el trabajo específico y el rendimiento al modificar la relación de compresión, manteniendo constantes las temperaturas de admisión al compresor y a la turbina. Considerar los siguientes valores de la relación de compresión: 8, 14 y 25.

Solución:

Utilizando las ecuaciones anteriores, se pueden obtener fácilmente las siguientes expresiones que permiten obtener los trabajos específicos de las máquinas y el calor aportado en función de la relación de compresión:

$$w_C = c_p \cdot T_{01} \cdot \left(\frac{T_{02s}}{T_{01}} - 1 \right) = c_p \cdot T_{01} \cdot [(r_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1] \quad [8.5] \tag{8.5}$$

$$w_T = c_p \cdot T_{03} \cdot \left(1 - \frac{T_{04s}}{T_{03}} \right) = c_p \cdot T_{03} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{r_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \tag{8.6}$$

$$q_{02-03} = c_p \cdot \left(T_{03} - T_{01} \cdot (r_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \tag{8.7}$$

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 1. Se observa que el rendimiento crece al aumentar la relación de compresión; en todos los casos los valores obtenidos son muy elevados en comparación con los obtenidos en las instalaciones reales, como consecuencia de las hipótesis realizadas. Por otra parte se observa que el trabajo específico tiene un máximo y llega un momento que empieza a decrecer al aumentar la relación de compresión.

Tabla 1. Resultados obtenidos en el ejemplo 8.2

r_c	*8:1*	*10,8:1*	*14:1*	*25:1*
T_{02s}	521,7	568,38	612,13	722,41
T_{04s}	700	642,5	596,58	505,51
w_C	243,85	281,78	325,75	436,58
w_T	570,82	628,6	674,77	766,3
q	750,03	703,2	659,15	548,32
w_u	326,97	346,85	349	329,72
h_{ciclo}	0,44	0,49	0,53	0,6

3.2. Ciclo Brayton ideal de aire regenerativo

Hay que tener en cuenta que en estas instalaciones los gases a la salida de la turbina tienen una temperatura elevada, en el entorno de los 500 °C en las

instalaciones reales, por lo que es idóneo aprovechar su energía residual para calentar el aire a la salida del compresor utilizando un cambiador de calor. De esta forma, suponiendo constante la temperatura de entrada a la turbina, se reduce el calor que es necesario aportar al fluido en la cámara de combustión, aumentando el rendimiento del ciclo. En la figura 8.9 se ha representado el diagrama h-s de un ciclo Brayton ideal de aire para distintos valores de la relación de compresión. En el caso de la relación de compresión 8:1, el punto 02' representa el estado termodinámico del aire después de recibir calor en el cambiador correspondiente, transferido desde el flujo de aire que sale de la turbina a la temperatura T_{04s}.

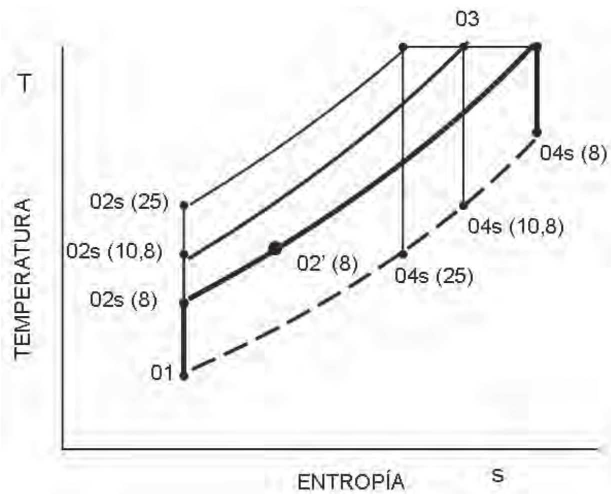


Figura 8.9 Ciclo regenerativo de aire ideal. Representación de la influencia de la relación de compresión (ejemplo 8.3).

El calor aportado en el equipo que constituye el foco caliente (que sustituye a la cámara de combustión en el ciclo de aire) tendrá en este caso la siguiente expresión:

$$q_{02'-03} = c_p \cdot (T_{03} - T_{02'}) \tag{8.8}$$

La eficiencia del cambiador de calor podría expresarse en este caso a partir de la expresión (8.9):

$$R = \frac{T_{02'} - T_{02s}}{T_{04s} - T_{02s}} \tag{8.9}$$

Ejemplo 8.3

Se propone analizar cómo varía el rendimiento de los ciclos analizados en el ejemplo 8.2 al incorporar un intercambiador de regeneración con un rendimiento de R=0,75. Se supone que en todos los casos se mantiene la temperatura de entrada a la turbina en 995 ºC.

Solución:

En primer lugar hay que tener en cuenta que al incorporar el cambiador de calor, no se modificarán los procesos de compresión y expansión, de forma que las temperaturas de salida del compresor y de la turbina serán idénticas a las calculadas en el ejemplo 8.2.

Se comprueba que la temperatura a la salida de la turbina (T_{04s}) es inferior a la de salida del compresor (T_{02s}) para las relaciones de compresión 14:1 y 25:1. En dichos casos, por tanto, no tiene sentido hacer el ciclo regenerativo.

En el caso de la relación de compresión 8:1, la ecuación (8.6) permite calcular la temperatura del aire procedente del compresor, después de atravesar el intercambiador:

$$T_{02'} = T_{02s} + R \cdot \left(T_{04s} - T_{02}\right) = 521{,}7(K) + 0{,}75 \cdot 178{,}3(K)$$

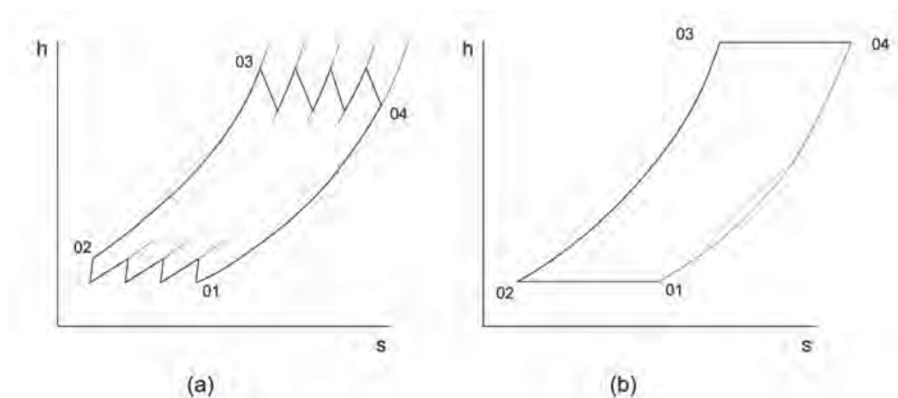


Figura 8.10 (a) Ciclo compuesto con compresión y expansión en cuatro etapas y (b) Ciclo compuesto ideal de compresión y expansión isotermas.

$$T_{02'} = 655{,}4K$$

$$q_{02'-03} = c_p \cdot (T_{03} - T_{02'}) = 1{,}005\left(\frac{kJ}{kgK}\right)(1268 - 655{,}4)(K) = 615{,}64\frac{kJ}{kg}$$

$$\eta_{ciclo} = \frac{326{,}97}{615{,}64} = 0{,}521$$

En este caso se comprueba que el rendimiento ha mejorado, pasando del 43,6% al 52,1%

En el caso de la relación de compresión 10,8, se comprueba que al hacer el ciclo regenerativo el rendimiento pasa del 49% al 53,6%.

3.3. Ciclo ideal compuesto

En la figura 8.10a se ha representado un ciclo con compresión escalonada con refrigeraciones intermedias y con expansión escalonada con recalentamientos intermedios; concretamente cuatro etapas en cada caso. En la figura 8.10-b se representa el ciclo ideal al que se tiende en el ciclo compuesto anterior, que es precisamente aquel en el que la compresión y la expansión son isotermas.

En el tema 10 se estudiarán las características constructivas de las turbomáquinas y se comprobará que no es posible refrigerar el fluido de forma efectiva a lo largo de su compresión, por lo que hay que recurrir a las refrigeraciones intermedias mencionadas. En el caso de la expansión, también es necesario recurrir al sistema de la combustión en etapas o secuencial para tender hacia una expansión isoterma.

No obstante, lo habitual es realizar una única refrigeración intermedia durante la compresión y/o un único recalentamiento durante la expansión, ya que de otra forma se complica excesivamente la instalación.

Es importante recordar que la ventaja fundamental de los ciclos compuestos es su mayor trabajo específico, porque se reduce el trabajo de compresión (la compresión isoterma requiere menos trabajo que la isentrópica) y/o se incrementa el trabajo de expansión (la expansión isoterma desarrolla más trabajo que la isentrópica).

No obstante, conviene precisar que, sin embargo, el rendimiento del ciclo compuesto es inferior al del ciclo simple, si se mantienen T_{01}, T_{03} y la relación de

compresión. Por ejemplo, analizando el caso de un ciclo con compresión isoterma, puede comprobarse, representando los correspondientes diagramas h-s, que un ciclo con compresión isoterma se obtiene añadiendo a un ciclo con compresión isentrópica un subciclo, de forma aproximadamente triangular, que tiene peor rendimiento que el ciclo inicial (con compresión isentrópica) por ser menor la diferencia de temperaturas entre el foco frío y el foco caliente, considerando en cada caso el valor medio de la temperatura en cada foco. Como consecuencia, el ciclo compuesto resultante se intuye que tendrá peor rendimiento.

Ejemplo 8.4

En este ejemplo se va a analizar un ciclo ideal compuesto en el que la compresión se realiza de dos formas, calculando en cada caso el trabajo específico de compresión:

a) Compresión escalonada en dos etapas con refrigeración intermedia a 3 bar; la refrigeración es muy efectiva, de forma que se logra que el aire después del proceso de refrigeración alcance de nuevo el valor de 288 K.
b) Compresión ideal isoterma (aunque prácticamente sea irrealizable).

Se supondrá los mismos valores del resto de los parámetros del ciclo que los utilizados en los ejemplos anteriores: T_{01}=288 K, p_{01}=1 bar, T_{03}=1268 K, r_C=10,8, c_p=1,005 kJ/kgK, γ=1,4.

Solución:

En el caso a, se realiza en primer lugar una compresión isentrópica, con relación de compresión 3 a partir de una temperatura de 288 K. Operando de la misma forma que en el ejemplo 8.1, se comprueba que la temperatura del aire a la salida de la primera etapa de compresión es 394,2 K. A continuación se realiza la refrigeración del aire hasta alcanzar de nuevo la temperatura de 288 K, según los datos del enunciado. La segunda compresión se realiza desde 3 bar a 10,8 bar obteniéndose los siguientes resultados:

$$T_{02'} = 288(K) \cdot \left(\frac{10,8}{3}\right)^{0,2857} = 415,27K$$

El trabajo de compresión será la suma del absorbido en las dos compresiones isentrópicas:

$$w_c = c_p \cdot (T_{02m} - T_{01}) + c_p \cdot (T_{02'} - T_{01m}) \quad (8.10)$$

$$w_c = 1{,}005\left(\frac{kJ}{kg}\right)\left[(394{,}2-288)+(415{,}27-288)\right](K) = 234{,}64\,\frac{kJ}{kg}$$

Se comprueba que, como era de esperar, el trabajo de compresión es menor en este caso que el obtenido en el ejemplo 8.1, que resultaba ser 281,78 kJ/kg.

El trabajo específico del ciclo aumenta, dado que el trabajo de expansión se mantiene constante:

$$w_u = w_T - w_c = 628{,}6\left(\frac{kJ}{kg}\right) - 234{,}64\left(\frac{kJ}{kg}\right) = 393{,}96\,\frac{kJ}{kg}$$

Al disminuir la temperatura de entrada a la cámara de combustión, habrá que aportar más energía térmica al aire para alcanzar los 1268 °C; al aumentar tanto el trabajo específico como el calor aportado, habrá que analizar lo que le sucede al rendimiento del ciclo:

$$\eta_{ciclo} = \frac{393{,}96}{1{,}005\cdot(1268-415{,}27)} = 0{,}46$$

Se comprueba que el rendimiento del ciclo ha disminuido al realizar la compresión de forma escalonada con refrigeración intermedia, pasando del 49 al 46% para las condiciones establecidas en el enunciado.

En el caso b, al ser la compresión isoterma habrá que calcular el trabajo de compresión a través de la ecuación de balance de la energía mecánica para un sistema abierto en régimen estacionario (ecuación (A.40) del anexo, válida por considerar en este caso ideal que el proceso es reversible). Teniendo en cuenta la ecuación de estado de los gases perfectos, se obtiene:

$$w_{c-isotermo} = \int_{01}^{02''} v\cdot dp = \int_{01}^{02''} R_{aire}\cdot T_{01}\,\frac{dp}{p} = c_p\cdot\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)\cdot T_{01}\cdot\ln(r_c) \qquad (8.11)$$

$$w_{c-isotermo} = 1{,}005\left(\frac{kJ}{kg\cdot K}\right)\cdot(0{,}2857)\cdot 288(K)\cdot\ln(10{,}8) = 196{,}8\,\frac{kJ}{kg}$$

Se comprueba que en el caso ideal de que la compresión fuera isoterma, el trabajo de compresión sería muy inferior.

4. ELECCIÓN DE LOS PARÁMETROS QUE DEFINEN EL CICLO TERMODINÁMICO DE UNA TURBINA DE GAS

En el epígrafe anterior se han ido introduciendo los distintos tipos de ciclos termodinámicos que se utilizan habitualmente en las turbinas de gas, con el fin de familiarizar al estudiante con el análisis termodinámico de dichos ciclos. Sin embargo, se ha partido de unas hipótesis simplificativas que alejan su comportamiento del correspondiente a las instalaciones reales, de forma que en algunos casos las conclusiones que se pueden derivar del estudio de estos ciclos no son extrapolables a las instalaciones reales.

Manteniendo en buena medida la simplicidad del planteamiento, a continuación se presenta un análisis de las tres variantes del ciclo termodinámico de turbina de gas, teniendo en cuenta, en este caso, que los procesos de compresión y de expansión no son en realidad procesos isentrópicos, por no ser reversibles.

Para evaluar la «bondad» de los procesos de expansión y compresión deben utilizarse los correspondientes rendimientos. En el caso de la turbina el *rendimiento* denominado *isentrópico* relaciona el trabajo desarrollado por la máquina real y el trabajo máximo que se podría obtener en una máquina hipotética, cuya geometría no es necesario definir, que operase entre las mismas condiciones de admisión (presión, temperatura y velocidad del fluido) y la misma presión de escape de la máquina real. Analizando el diagrama h-s (figura 8. 14) se llega a la conclusión de que el trabajo máximo se obtendría en una máquina en la que el fluido evolucionase sin pérdidas de calor ni pérdidas mecánicas por irreversibilidades, es decir, por vía isentrópica. En el caso de la turbina este rendimiento tendrá la siguiente expresión:

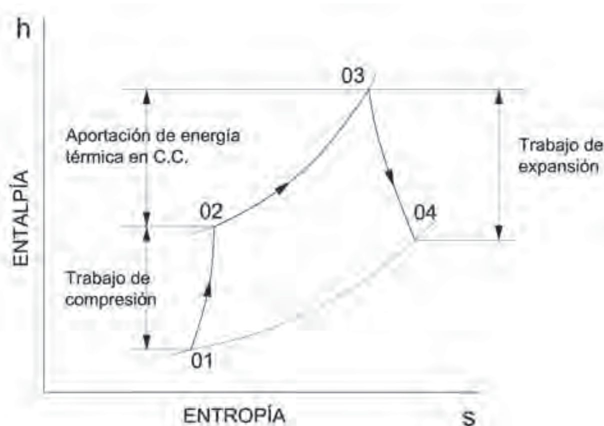


Figura 8.11 Diagrama h-s turbina de gas ciclo simple.

$$\eta_T = \frac{w_u}{w_{u\,\max}} = \frac{(h_{03} - h_{04})}{(h_{03} - h_{04s})} \tag{8.12}$$

En el caso del compresor, el rendimiento isentrópico se define a la inversa, de manera que el trabajo absorbido por la máquina real se compara con el mínimo que debería absorber una máquina hipotética para conseguir la misma relación de compresión:

$$\eta_C = \frac{w_{umín}}{w_u} = \frac{(h_{02s} - h_{01})}{(h_{02} - h_{01})} \tag{8.13}$$

Para simplificar el estudio y las ecuaciones que se derivan, se realizan las siguientes hipótesis, algunas de ellas similares a las formuladas en el caso de los ciclos ideales estudiados en el epígrafe anterior:

- Se supone que el gasto másico que evoluciona por el compresor y por la turbina es el mismo.
- Se supone que el fluido motor no varía su composición a lo largo del ciclo, y se considera que se comporta como un gas perfecto con calores específicos constantes con la temperatura. De esta forma se pueden utilizar unos valores de c_p y γ únicos y característicos del fluido a lo largo de todo el ciclo. Esta hipótesis tampoco se aleja excesivamente de la realidad dado el elevado exceso de aire que se emplea en estas instalaciones (alrededor del 200%).
- Los procesos de compresión y expansión se suponen no isentrópicos y los rendimientos de la turbina y del compresor serán los correspondientes a las máquinas reales.
- Las pérdidas de calor al exterior se consideran nulas, y se desprecian las pérdidas de carga, tanto en los distintos equipos donde el fluido recibe o absorbe calor (cámara de combustión, intercambiadores de calor), como en la admisión del compresor y en el escape de la turbina.

Al asumir estas simplificaciones los ciclos resultantes se denominan *ciclos teóricos*, en contraposición a los *ciclos reales*, representativos del funcionamiento real de las turbinas de gas. Sin embargo, a pesar de su simplicidad, las conclusiones cualitativas que se derivan del estudio de los *ciclos teóricos* son aplicables a las turbinas de gas reales.

Simular el ciclo de forma más rigurosa supone tener en cuenta el gasto másico de combustible; calcular la composición de los gases de la combustión en

función del dosado, de la composición del combustible y de la temperatura de combustión; estimar las pérdidas de carga en la instalación y tenerlas en cuenta en los cálculos, así como considerar los calores específicos tanto del aire como de los gases de la combustión como funciones de la composición del fluido y de su temperatura en cada instante. Esta aproximación más realista a los procesos que experimenta el fluido no conlleva gran dificultad, pero de cara al análisis que se quiere efectuar, se considera más didáctico realizar las hipótesis simplificativas anteriormente indicadas, ya que en ese caso se obtienen expresiones matemáticas sencillas para el trabajo específico y el rendimiento, las cuales permiten justificar de forma muy clara los resultados del estudio paramétrico.

4.1. Ciclo simple

El diagrama h-s que representa la evolución del fluido en un ciclo simple de turbina de gas, despreciando las pérdidas de carga, se muestra en la figura 8.11. Las condiciones termodinámicas de entrada y salida de los distintos elementos de la instalación se representan a través de sus estados de parada.

Bajo la hipótesis de igualdad de gastos másicos en ambas máquinas, y despreciando posibles pérdidas mecánicas (η_m=1), el trabajo específico neto del ciclo se puede expresar como:

$$w_u = w_T - w_C = \left(h_{03} - h_{04}\right) - \left(h_{02} - h_{01}\right) \tag{8.14}$$

Teniendo en cuenta las expresiones del rendimiento isentrópico de la turbina y del compresor, el trabajo específico puede expresarse en función de los saltos entálpicos isentrópicos:

$$w_u = \eta_T \cdot \left(h_{03} - h_{04s}\right) - \frac{\left(h_{02s} - h_{01}\right)}{\eta_C} \tag{8.15}$$

Bajo la hipótesis de que el fluido es un gas perfecto y teniendo en cuenta la relación existente entre presiones y temperaturas en los procesos isentrópicos, se obtiene finalmente:

$$w_u = c_p \cdot \left[\eta_T \cdot T_{03} \left(1 - \frac{T_{04s}}{T_{03}}\right) - T_{01} \cdot \frac{\left(\frac{T_{02s}}{T_{01}} - 1\right)}{\eta_C} \right] \tag{8.16}$$

$$w_u = c_p \cdot T_{01} \left[\eta_T \cdot \frac{T_{03}}{T_{01}} \left(1 - \frac{1}{r_e^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) - \frac{\left(r_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{\eta_C} \right] \quad (8.17)$$

Hay que tener en cuenta que al considerar nulas las pérdidas de carga en la instalación, la relación de expansión será idéntica a la relación de compresión del ciclo, como ocurría en el caso ideal *($r_c = r_e = r$).*

Para simplificar la expresión anterior se definen dos parámetros:

$$\theta = \frac{T_{03}}{T_{01}} \quad \text{y} \quad \delta = r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (8.18)$$

Sustituyendo en (8.17) se obtiene:

$$w_u = \frac{c_p \cdot T_{01}}{\eta_C} \cdot (\delta - 1) \cdot \left[\eta_T \cdot \eta_C \cdot \frac{\theta}{\delta} - 1 \right] \quad (8.19)$$

Se comprueba que para unas condiciones ambientales y un fluido determinados (T_{01}, c_p y γ) y unos rendimientos de compresor y turbina dados (η_T,η_C), el trabajo específico del ciclo está condicionado por los valores de los parámetros θ (que incluye la influencia de la temperatura de entrada a la turbina T_{03} y de la temperatura de entrada al compresor T_{01}) y δ (que depende de la relación de compresión).

Si se omiten ciertas hipótesis simplificativas, lógicamente la expresión anterior se va complicando. A modo de ejemplo, en el caso de que se tengan en cuenta las pérdidas de carga en la cámara de combustión, expresándolas, como es habitual, en tanto por uno respecto a la presión de salida del compresor, se obtendrá:

$$w_u = \frac{c_p \cdot T_{01}}{\eta_c} \cdot \left[(1 - \frac{1}{\delta \cdot (1 - \varepsilon_{cc})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}) \cdot \eta_T \cdot \eta_c \cdot \theta - (\delta - 1) \right] \quad (8.20)$$

Donde el parámetro ε_{cc} cuantifica la pérdida de carga en la cámara de combustión y se define de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{p_{02} - p_{03}}{p_{02}} \rightarrow p_{03} = p_{02} \cdot (1 - \varepsilon_{cc}) \quad (8.21)$$

En cuanto al rendimiento del ciclo, puede obtenerse a partir de la siguiente expresión:

$$\eta \qquad = \frac{}{_{02-03}} = \frac{}{\cdot\left(_{03} - _{02}\right)} = \frac{}{\cdot\left[\left(_{03} - _{01}\right) - \left(_{02} - _{01}\right)\right]} \qquad (8.22)$$

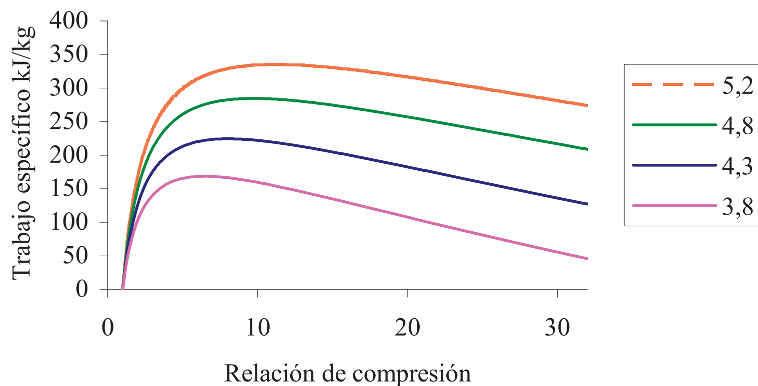


Figura 8.12 Curvas de variación del trabajo específico en función de la relación de compresión ciclo simple, con θ como parámetro.

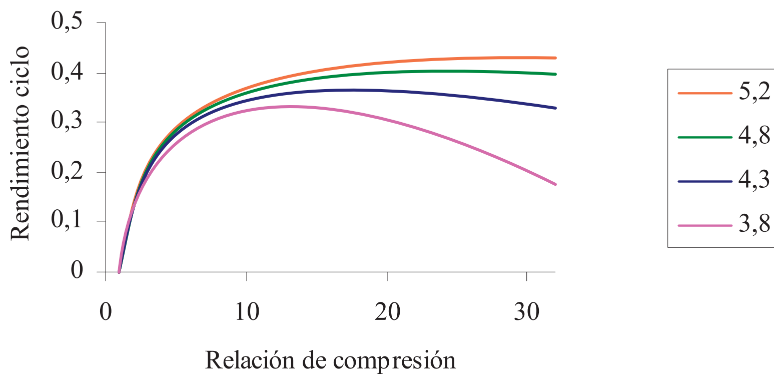


Figura 8.13 Curvas de variación del rendimiento de un ciclo simple en función de la relación de compresión, con θ como parámetro.

$$\eta \qquad = \frac{(\delta - 1)\cdot\left[\eta \ \cdot \eta \ \cdot \dfrac{\theta}{\delta} - 1\right]}{\left[\eta \ \cdot (\theta - 1) - (\delta - 1)\right]} \qquad (8.23)$$

Analizando las ecuaciones (8.19) y (8.23) se pueden extraer conclusiones sobre la influencia de los distintos parámetros que intervienen en su formulación. No obstante, en aquellos casos en los que un determinado parámetro aparece en el numerador y en el denominador, no resulta sencillo establecer su repercusión, por lo que es más indicado realizar el análisis representando gráficamente dichas ecuaciones.

En las figuras 8.12 y 8.13 se han representado el trabajo específico y el rendimiento del ciclo en función de la relación de compresión y del parámetro θ. De la observación de las figuras se obtienen las siguientes conclusiones:

— *Influencia del parámetro θ*

A mayor θ mayor trabajo específico y mayor rendimiento.

— *Teniendo en cuenta la definición de este parámetro, se deduce que:*

- Al aumentar la temperatura de entrada a la turbina (temperatura de los gases a la salida de la cámara de combustión) aumenta el trabajo específico del ciclo y, por tanto, de la instalación turbina de gas.
- Al aumentar la temperatura de entrada a la turbina siempre aumenta el rendimiento de la instalación.
- Al disminuir la temperatura de entrada al compresor (temperatura de admisión o ambiente) aumenta el trabajo específico del ciclo.
- Al disminuir la temperatura de entrada al compresor aumenta el rendimiento de la instalación.

Las conclusiones anteriores se justifican a partir de las ideas siguientes:

- En el diagrama h-s del gas, las líneas de presión constante son divergentes.
- Como consecuencia de lo anterior se requiere absorber menor trabajo para comprimir un gas cuanto más frío esté dicho gas inicialmente, ya que el salto entálpico es menor para la misma relación de compresión.
- También se comprueba, por tanto, que al expandirse un gas se obtiene más trabajo cuanto mayor sea su temperatura inicial (mayor salto entálpico).
- El aumento del trabajo específico es superior al incremento necesario en el calor aportado al ciclo, tanto al aumentar T_{03} como al disminuir T_{01}, por lo que el rendimiento también aumenta al incrementar θ.

— *Influencia de la relación de compresión*

Tanto el trabajo específico como el rendimiento del ciclo se incrementan al aumentar la relación de compresión hasta alcanzar valores máximos a partir de los cuales si se incrementa la relación de compresión, disminuyen el trabajo específico o el rendimiento.

Del análisis de las gráficas se concluye lo siguiente:

- Existe un valor de la relación de compresión del compresor que hace máximo el trabajo específico del ciclo y por tanto la potencia.
- Existe un valor de la relación de compresión que hace máximo el rendimiento del ciclo.
- La relación de compresión de máxima potencia es inferior a la relación de compresión de máximo rendimiento.
- Al aumentar la temperatura de entrada a la turbina se incrementan los valores de la relación de compresión para los que se alcanzan los máximos del rendimiento y del trabajo específico.

En los ejemplos que se exponen a continuación se modificarán ligeramente las hipótesis simplificativas que definen el ciclo teórico respecto de las indicadas al inicio del epígrafe. En concreto, se considerarán valores distintos del calor específico a presión constante y de la relación de calores específicos para el aire y para los gases de la combustión; no se despreciará el gasto másico del combustible frente al de aire; se considerarán en ocasiones las pérdidas de carga en determinados conductos o equipos. Con ello se pretende poner de manifiesto la repercusión de las hipótesis planteadas sobre el planteamiento de las distintas ecuaciones, si bien, hay que insistir en que las tendencias observadas no se modifican desde un punto de vista cualitativo al considerar éstas hipótesis o bien las inicialmente indicadas.

Ejemplo 8.5

Una turbina de gas aeroderivada empleada en propulsión marina, con un esquema mecánico como el representado en la figura 8.6, desarrolla una potencia nominal de 25,06 MW para unas condiciones ambientales de 15 °C y 1 bar. En dichas condiciones de diseño, la relación de compresión es 19,3:1, el gasto másico de aire 70,3 kg/s, el dosado de combustible en la cámara de combustión 0,023, la temperatura de entrada a la turbina de alta 1264 °C (θ=5,3), la temperatura de salida de la turbina de potencia 557 °C y el rendimiento isentrópico de la expansión (conjunto de las dos turbinas) es 0,89.

Se propone determinar la temperatura de entrada a la turbina de potencia y el rendimiento de la instalación, así como comprobar si existen pérdidas de carga en la instalación.

Datos adicionales[3]: Poder calorífico de combustible 45.000 kJ/kg. Aire (c_{pa}=1,005 kJ/kg·K y γ_a=1,4) y gases de la combustión (c_{pg}=1,128 kJ/kg·K y γ_g=1,33).

Solución:

La temperatura de entrada a la turbina de potencia puede obtenerse a partir de la potencia de la instalación. Dado que la potencia desarrollada por la turbina de alta se emplea íntegramente en mover el compresor, la potencia neta de la instalación puede expresarse a partir de la siguiente expresión (potencia desarrollada por la turbina de baja):

$$N_e = \left(\dot{m}_a + \dot{m}_f\right) \cdot c_{pg} \cdot \left(T_{03p} - T_{04}\right)$$

$$25060(kW) = 70{,}3\left(\frac{kg}{s}\right) \cdot (1 + 0{,}023) \cdot 1{,}128\left(\frac{kJ}{kg K}\right) \cdot \left(T_{03p} - 830\right)(K)^4 \quad (8.24)$$

La temperatura de entrada a la turbina de potencia será:

$$T_{03p} = 1138{,}92K \qquad t_{03p} = 865{,}92^{\circ} C$$

Para calcular el rendimiento del ciclo habrá que determinar, en primer lugar, la temperatura de salida del compresor y el calor aportado en la cámara de combustión:

Como ya se ha resaltado anteriormente, la turbina de alta está diseñada para desarrollar la potencia necesaria para accionar el compresor, de forma que:

$$\dot{m}_a \cdot \left(T_{02} - T_{01}\right) \cdot c_{pa} = \left(\dot{m}_a + \dot{m}_f\right) \cdot \left(T_{03} - T_{03p}\right) \cdot c_{pg}$$

Despejando la temperatura de salida del compresor:

$$T_{02} = 288(K) + 1{,}023 \cdot \frac{1{,}128}{1{,}005} \cdot (1537 - 1138{,}92)(K) = 745{,}1K$$

El calor aportado al fluido en la cámara de combustión por unidad de masa de aire, será:

---

[3] Se van a suponer los mismos valores de los datos adicionales en todos los ejercicios del presente tema.

[4] Por conveniencia se toma el origen de entalpía en 0 Kelvin.

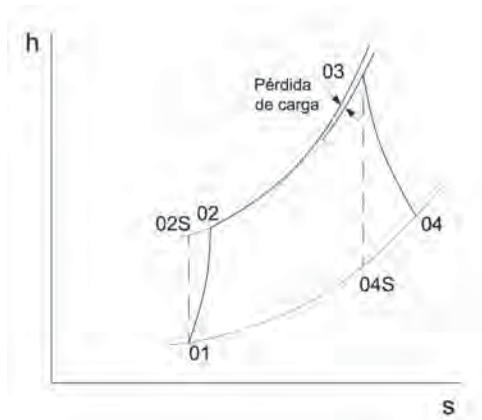


Figura 8.14 Diagrama h-s correspondiente a una turbina de gas con pérdida de carga en la cámara de combustión.

$$q_{02-03} = (1+F)\cdot h_{03} - h_{02} = 1{,}023 \cdot 1733{,}74\left(\frac{kJ}{kg}\right) - 748{,}8\left(\frac{kJ}{kg}\right) = 1024{,}8\,\frac{kJ}{kg}$$

El rendimiento de la cámara de combustión establece en qué medida se aprovecha la energía primaria introducida en este equipo, a través del gasto másico de combustible, en incrementar la entalpía del fluido motor, y se expresa como el cociente de ambas magnitudes. En este caso, teniendo en cuenta los datos del ejemplo y los resultados obtenidos, el rendimiento de la cámara de combustión resulta ser:

$$\eta_{cc} = \frac{q_{02-03}}{F\cdot H_c} = \frac{1.024{,}8}{0{,}023\cdot 45000} = 0{,}99$$

El rendimiento del ciclo será, por lo tanto:

$$\eta_{ciclo} = \frac{N_{TG}}{\dot{m}_a \cdot q_{02-03}} = \frac{25060(kW)}{70{,}3\left(\frac{kg}{s}\right)\cdot 1024{,}8\left(\frac{kJ}{kg}\right)} = 0{,}348$$

El rendimiento de la instalación

$$\eta_{instalación} = \frac{N_{TG}}{\dot{m}_f \cdot H_c} = \frac{25060(kW)}{1{,}617\left(\frac{kg}{s}\right)\cdot 45000\left(\frac{kJ}{kg}\right)} = 0{,}344 \quad (34{,}4\%)$$

Teniendo en cuenta el rendimiento de la expansión, se obtiene:

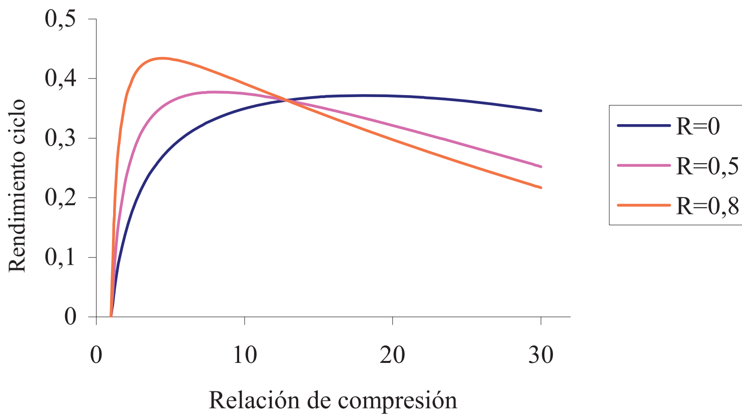


Figura 8.15 Rendimiento en función de la relación de compresión para un ciclo regenerativo, tomando rendimiento de regeneración como parámetro.

$$T_{04s} = T_{03} - \frac{T_{03} - T_{04}}{\eta_T} = 1537(K) - \frac{1537 - 830}{0,89}(K) = 742,62K$$

$$\left(\frac{p_{03}}{p_{04}}\right)^{\frac{\gamma_g - 1}{\gamma_g}} = r_{\exp}^{\frac{0,33}{1,33}} = \frac{T_{03}}{T_{04s}} = \frac{1537}{742,62} \Rightarrow r_{\exp} = 18,8$$

La relación de expansión resulta ser inferior a 19,3, luego existen pérdidas de carga en la instalación, que si se atribuyen a la cámara de combustión, despreciando las del escape, se comprueba que representan un 2,8% de la presión de entrada a la cámara, ecuación (8.21).

4.2 Ciclo simple regenerativo

En la figura 8.17a se ha representado el diagrama h-s de un ciclo regenerativo de turbina de gas con compresión y expansión no isentrópicas.

Para analizar cómo influye la relación de compresión y el parámetro θ sobre el trabajo específico del ciclo y sobre el rendimiento, se parte de las expresiones del calor aportado y del rendimiento del intercambiador, ecuaciones (8.8) y (8.9).

presentadas en el caso del ciclo ideal. Manipulando la ecuación del calor aportado, resulta:

$$q_{02'-03} = c_p \cdot (T_{03} - T_{02'}) = c_p \cdot \left[(T_{03} - T_{02}) - (T_{02'} - T_{02}) \right] \tag{8.25}$$

Se va a suponer que se cumple la igualdad (8.26), ya que se simplifica considerablemente la expresión del calor aportado en función de θ y δ:

$$T_{04} - T_{02} = T_{04s} - T_{02s} \tag{8.26}$$

Teniendo en cuenta la relación (8.26) y operando de forma similar al caso anterior, se comprueba que se obtiene la siguiente expresión:

$$q_{02'-03} = c_p \cdot \left[(T_{03} - T_{02}) - R \cdot (T_{04s} - T_{02s}) \right] = c_p \cdot T_{01} \left[\left[(\theta - 1) - \frac{(\delta - 1)}{\eta_c} \right] - R \cdot \left(\frac{\theta}{\delta} - \delta \right) \right] \tag{8.27}$$

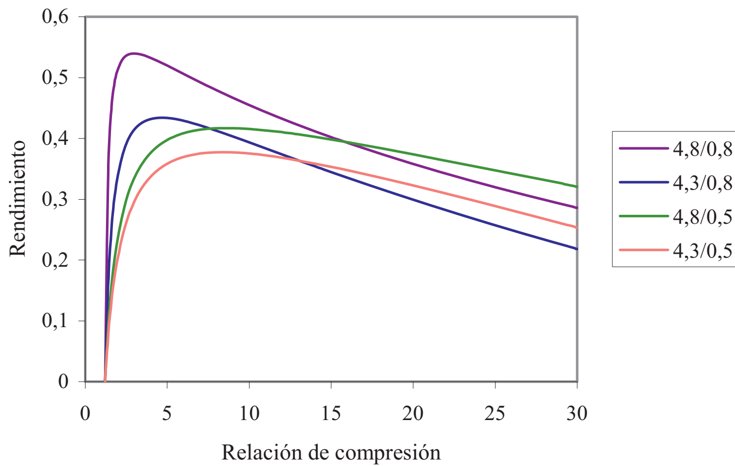


Figura 8.16 Presentación de curvas de variación del rendimiento con la relación de compresión para un ciclo regenerativo (dos valores de rendimiento del intercambiador) que muestran la influencia del parámetro θ.

Como se ha mencionado anteriormente, hay que tener en cuenta que al aprovechar la energía de los gases de escape para hacer el ciclo regenerativo el

trabajo específico desarrollado no se modifica[5]. El rendimiento del ciclo, por tanto, resulta ser:

$$\eta_{ciclo\ reg.} = \frac{\dfrac{(\delta-1)}{\eta_c}\left[\eta_T \cdot \eta_c \cdot \dfrac{\theta}{\delta} - 1\right]}{\left[(\theta-1) - \dfrac{(\delta-1)}{\eta_c}\right] - R \cdot \left(\dfrac{\theta}{\delta} - \delta\right)} \tag{8.28}$$

En la figura 8.15 se ha representado el rendimiento del ciclo regenerativo (ecuación (8.28)) en función de la relación de compresión, tomando como parámetro la eficiencia del regenerador R. Se ha mantenido constante el valor de θ= 4,3 en todos los casos. Se observa que las curvas de rendimiento para distintos valores de R confluyen en un punto donde precisamente el rendimiento del ciclo regenerativo coincide con el valor correspondiente al ciclo simple (R=0). Ello se debe a que para unos valores dados de θ, η_T, η_C, c_p y γ, existe un valor de la relación de compresión para el que se cumple la siguiente condición:

$$T_{04} = T_{02} \tag{8.29}$$

Dicho valor de la relación de compresión es precisamente el correspondiente al punto de confluencia anteriormente mencionado. La relación (8.29) marca, por tanto, el llamado *límite de regeneración*, ya que se comprueba que si se aumenta la relación de compresión de la instalación a partir de dicho punto, resultará que $T_{04}<T_{02}$ y, en consecuencia, el rendimiento del ciclo regenerativo será inferior al rendimiento del ciclo simple, tal como se refleja en la figura 8.15.

En la figura 8.16 se puede analizar la influencia del parámetro θ sobre el rendimiento del ciclo regenerativo (ecuación (8.22)), que se ha representado para dos valores de la eficiencia del regenerador.

Analizando las figuras 8.15 y 8.16 se concluye lo siguiente:

— El rendimiento aumenta al hacer el ciclo regenerativo, si la temperatura de los gases a la salida de la turbina es superior a la temperatura del aire a la salida del compresor. Este aumento es más acusado a medida que aumenta la eficiencia del intercambiador de calor.

---

[5] Si se considera la pérdida de carga a la salida de la turbina, debido al intercambiador, el trabajo específico se reduce ligeramente.

– Al aumentar la temperatura de entrada a la turbina aumenta el rendimiento del ciclo.

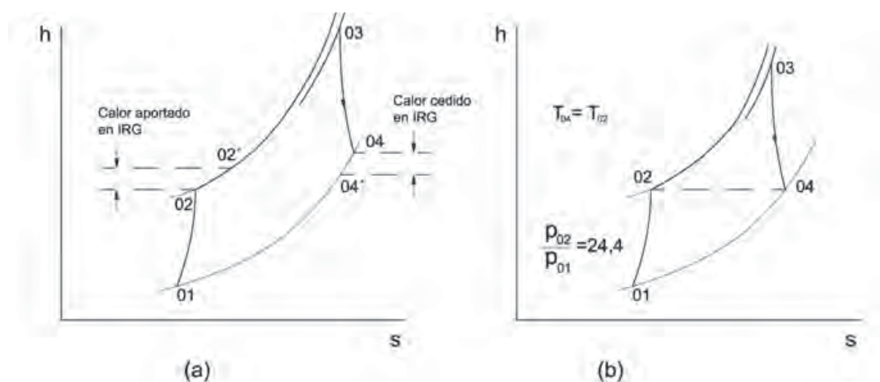


Figura 8.17 (a) Diagrama h-s del ciclo regenerativo del ejemplo 8.6 y (b) Límite teórico de regeneración.

— La relación de compresión de máximo rendimiento disminuye respecto del correspondiente al ciclo simple al hacer el ciclo regenerativo, lo que puede considerarse una ventaja de este tipo de ciclo frente al no regenerativo, ya que se reducirá el tamaño del compresor y su coste.

— A medida que el rendimiento del cambiador de regeneración aumenta, la relación de compresión de máximo rendimiento disminuye.

Ejemplo 8.6

Se propone comprobar si en la instalación del ejemplo 8.5 podría hacerse el ciclo regenerativo.

Si se sitúa un cambiador de regeneración de eficiencia 0,8 a la salida de la turbina de gas, analizar cómo se verá modificado el rendimiento. Indicar qué valor tendría la relación de compresión en el límite de regeneración.

Solución:

Se comprueba que la temperatura a la salida del compresor es inferior a la temperatura de salida de la turbina en el caso planteado en el ejemplo 8.5, de manera que se concluye que sí existe la posibilidad de hacer el ciclo regenerativo.

Una vez situado el cambiador de calor de regeneración la temperatura a la entrada a la cámara de combustión se elevará 68 °C, ya que teniendo en cuenta la ecuación (8.9), se obtiene:

$$T_{02'} = 0,8 \cdot (830 - 745,1)(K) + 745,1(K) = 813,02K$$

El rendimiento de la instalación se modificará, al reducirse el valor de la energía que hay que aportar en la cámara de combustión, suponiendo que se mantienen la temperatura máxima del ciclo y el rendimiento de dicha cámara.

A través que la expresión del rendimiento de la cámara de combustión puede obtenerse el nuevo valor del dosado, que como se comprueba, disminuye:

$$F' = \frac{h_{03} - h_{02'}}{\eta_{cc} \cdot H_c - h_{03}} = \frac{\left(c_{pg} \cdot T_{03} - c_{pa} \cdot T_{02'}\right)}{\eta_{cc} \cdot H_c - c_{pg} \cdot T_{03}} = \frac{1733{,}73 - 817{,}1}{0{,}99 \cdot 45000 - 1733{,}73} = 0{,}0214$$

$$\eta'_{instalación} = \frac{N_{TG}}{\dot{m}_f \cdot H_c} = \frac{25060(kW)}{70{,}3 \cdot 0{,}0214\left(\frac{kg}{s}\right) \cdot 45000\left(\frac{kJ}{kg}\right)} = 0{,}37 \quad (37\%)$$

Comparando el resultado con el obtenido en el ejemplo 8.5, se comprueba que el rendimiento de la instalación se incrementa al hacer el ciclo regenerativo[6].

Para obtener la relación de compresión correspondiente al límite de regeneración (T_{04}=T_{02}) se supondrá, para simplificar los cálculos, que no existen pérdidas de carga en la instalación, de forma que la relación de compresión será igual a la relación de expansión:

$$r_c = \left[\frac{T_{02s}}{T_{01}}\right]^{\frac{\gamma_a}{(\gamma_a - 1)}} = \left[\frac{T_{03}}{T_{04s}}\right]^{\frac{\gamma_g}{(\gamma_g - 1)}} = r_e \tag{8.30}$$

$$\left[\eta_C \cdot \left(\frac{T_{02}}{T_{01}} - 1\right) + 1\right]^{\frac{\gamma_a}{\gamma_a - 1}} = \left[\frac{1}{1 - \left(1 - \frac{T_{02}}{T_{03}}\right) \cdot \frac{1}{\eta_T}}\right]^{\frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1}} \tag{8.30 bis}$$

Se supone que se mantiene el mismo rendimiento en el compresor, que se puede calcular teniendo en cuenta los datos del ejercicio 8.5 y resulta ser:

$$\frac{T_{20s}}{T_{10}} = \left(\frac{p_{20}}{p_{10}}\right)^{\frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a}} = 19{,}3^{\frac{0{,}4}{1{,}4}} \rightarrow T_{20s} = 670{,}95K$$

[6] El rendimiento del ciclo también se incrementa ya que el rendimiento de la cámara de combustión se considera constante.

$$\eta_c = \frac{T_{20s} - T_{10}}{T_{20} - T_{10}} = \frac{670{,}93 - 288}{745{,}1 - 288} = 0{,}84$$

Ya se está en condiciones de obtener el valor de la relación de compresión que conduce al límite de regeneración, ya que se conocen las variables en la ecuación (8.30), salvo T_{02}. Sustituyendo valores e iterando, se comprueba que en este caso se cumple la igualdad para: $T_{02} = T_{04} = 788K$. A partir de ese valor puede obtenerse la relación de compresión por medio de las expresiones anteriores, resultando ser $r_c = 24{,}4$. Por encima de este valor no tendría sentido hacer el ciclo regenerativo, ya que el rendimiento disminuiría.

4.3. Ciclo compuesto

A continuación se van a obtener las expresiones del trabajo específico y del rendimiento en el caso de un ciclo teórico compuesto con dos etapas de compresión y dos de expansión como el representado en la figura 8.18. Con el fin de obtener expresiones algebraicas sencillas, es necesario realizar algunas hipótesis adicionales, además de las enumeradas al inicio del epígrafe 8.4. En concreto, se va a suponer que el rendimiento del cambiador de refrigeración es la unidad, que no existen pérdidas de carga ni en dicho cambiador ni en la cámara de combustión secundaria y que la temperatura de salida de los gases de la segunda cámara de combustión coincide con la temperatura de salida de la cámara de combustión principal.

Elección de las presiones intermedias

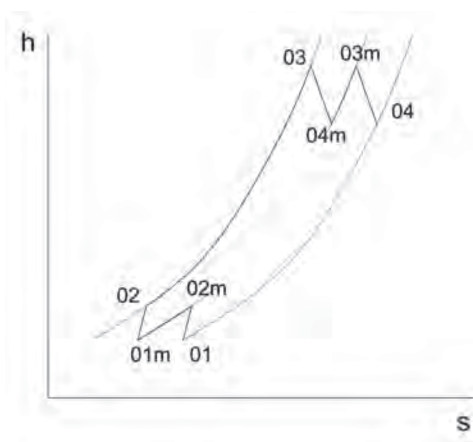


Figura 8.18 Ciclo compuesto con compresión y expansión en dos etapas.

La presión intermedia de compresión se suele elegir de forma que el trabajo de compresión sea el mínimo posible. A continuación se deduce la expresión que permite calcular su valor teniendo en cuenta las hipótesis anteriormente mencionadas.

El trabajo de compresión total será:

$$w_C = w_{C1} + w_{C2} = \left(h_{02m} - h_{01}\right) + \left(h_{02} - h_{01m}\right) = \frac{1}{\eta_C} \cdot \left(\left(h_{02ms} - h_{01}\right) + \left(h_{02s} - h_{01m}\right)\right) \tag{8.31}$$

Si la eficiencia del cambiador de calor es la unidad, la temperatura de salida del fluido que se enfría será igual a la temperatura de entrada del fluido refrigerante, que se supone que es la ambiente, de forma que: $T_{01m} = T_{01}$.

$$w_C = \frac{1}{\eta_C} \cdot c_p \cdot \left[\left(T_{02ms} + T_{02s}\right) - 2 \cdot T_{01}\right] \tag{8.32}$$

de donde se deduce que el mínimo trabajo de compresión se obtendrá cuando $(T_{02ms} + T_{02s})$ sea mínimo.

Por otra parte, analizando la evolución del fluido en los compresores se tiene que:

$$\frac{T_{02ms}}{T_{01}} \cdot \frac{T_{02s}}{T_{01m}} = \left(\frac{p_m}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \left(\frac{p_{02}}{p_m}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{8.33}$$

de donde se deduce que el producto $T_{02ms} \cdot T_{02s}$ es constante, ya que es función de la relación de compresión y de la temperatura de admisión, que no dependen del valor de la presión intermedia.

Se comprueba matemáticamente que si el producto $T_{02ms} \cdot T_{02s}$ es constante, la suma $(T_{02ms} + T_{02s})$ será mínima cuando $T_{02ms} = T_{02s}$, de forma que el trabajo específico de ambos compresores será el mismo. De la ecuación (8.33) se deduce que:

$$\frac{p_m}{p_{01}} = \frac{p_{02}}{p_m} \rightarrow p_m = \sqrt{p_{01} \cdot p_{02}} = p_{01} \cdot \sqrt{r} \tag{8.34}$$

De forma análoga se puede obtener la presión óptima para realizar el recalentamiento intermedio con el objeto de que el trabajo de expansión total sea máximo. En este caso, teniendo en cuenta que por hipótesis: $T_{03} = T_{03ms}$, se concluye

que: $T_{04ms} = T_{04s}$ y resulta una expresión similar a (8.34) para la presión intermedia de recalentamiento:

$$p_{m\,rec} = \sqrt{p_{03} \cdot p_{04}} \qquad (8.35)$$

A modo de ejemplo, si existen pérdidas de carga en la cámara de combustión secundaria y los rendimientos de la turbina de alta y baja no son iguales, puede comprobarse que la expresión de la presión intermedia de resulta ser:

$$p_{m\,recalentamiento} = \sqrt{\frac{p_{03} \cdot p_{01}}{(1-\varepsilon_{cc2})} \cdot \left(\frac{\eta_{T2}}{\eta_{T1}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \qquad (8.36)$$

No obstante, hay que destacar que si la turbina de gas tiene una configuración en dos ejes como la presentada en la figura 8.6, la turbina de alta tiene que accionar el compresor, o bien el compresor de alta (figura 8.7). Esto condiciona la presión intermedia de recalentamiento, que no podrá establecerse, en este caso, con el criterio de maximizar el trabajo de expansión, dado que la presión de salida de la turbina de alta estará impuesta por la necesidad de que ésta desarrolle la potencia necesaria para accionar el compresor.

Expresiones del trabajo específico y del rendimiento

Teniendo en cuenta el valor deducido de la presión intermedia de compresión, a partir de la ecuación (8.32), se obtiene:

$$w_C = \frac{2 \cdot c_p \cdot T_{01}}{\eta_C} \cdot \left[\frac{T_{02s}}{T_{01}} - 1\right] = \frac{2 \cdot c_p \cdot T_{01}}{\eta_C} \cdot \left[\frac{T_{02s}}{T_{01m}} \cdot \frac{T_{01m}}{T_{01}} - 1\right] \qquad (8.37)$$

$$w_C = \frac{2 \cdot c_p \cdot T_{01}}{\eta_C} \cdot \left[\left(\frac{p_{02}}{p_m}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = \frac{2 \cdot c_p \cdot T_{01}}{\eta_C} \cdot \left[\left(\frac{p_{02}}{\sqrt{p_{01} \cdot p_{02}}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right]$$

(8.37 bis)

$$w_C = \frac{2 \cdot c_p \cdot T_{01}}{\eta_C} \cdot \left[\left(\sqrt{\frac{p_{02}}{p_{01}}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] = \frac{2 \cdot c_p \cdot T_{01}}{\eta_C} \cdot \left[\sqrt{\delta} - 1\right] \qquad (8.38)$$

Operando de forma similar para calcular el trabajo total de expansión[7], teniendo en cuenta que la relación de expansión es idéntica a la relación de compresión, se obtiene:

$$w_T = 2 \cdot c_p \cdot \eta_T \cdot T_{01} \cdot \theta \cdot \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\delta}}\right] \tag{8.39}$$

El trabajo específico del ciclo resulta ser:

$$w_{u\ compuesto} = \frac{2 \cdot c_p \cdot T_{01}}{\eta_c} \cdot \left(\sqrt{\delta} - 1\right) \cdot \left[\eta_T \cdot \eta_c \cdot \frac{\theta}{\sqrt{\delta}} - 1\right] \tag{8.40}$$

El calor aportado al fluido en el ciclo, considerando las dos cámaras de combustión, será:

$$q_{02-03} + q_{04m-03m} = q_{02-03} + c_p \cdot \left(T_{03m} - T_{04m}\right) = c_p \cdot \left[T_{03} - T_{02} + T_{03} - T_{04}\right] \tag{8.41}$$

Sumando y restando T_{01} en el interior del corchete, reordenado resulta una expresión en la que pueden sustituirse las ecuaciones (8.38) y (8.39):

$$q_{02-03} + q_{04m-03m} = c_p \cdot \left[\left(T_{03} - T_{01}\right) + \left(T_{03} - T_{04}\right) - \left(T_{02} - T_{01}\right)\right] \tag{8.42}$$

$$q_{02-03} + q_{04m-03m} = c_p \cdot \left[T_{01} \cdot \left(\theta - 1\right) - \frac{T_{01}}{\eta_c} \cdot \left(\sqrt{\delta} - 1\right) + \eta_T \cdot T_{03} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\delta}}\right)\right] \tag{8.43}$$

---

7 Se considera el caso de montaje en un único eje, de forma que la presión intermedia de recalentamiento se obtienen con el criterio de mínimo trabajo de expansión y T_{04m}=T_{04}.

Dividiendo las ecuaciones (8.40) y (8.43) se obtiene la siguiente expresión del rendimiento del ciclo compuesto teórico analizado:

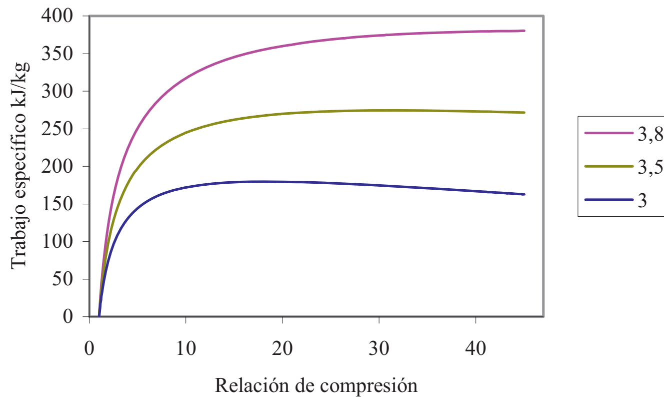


Figura 8.19 Curvas de variación del trabajo específico con la relación de compresión en el caso del ciclo compuesto analizado en el epígrafe 3.3.

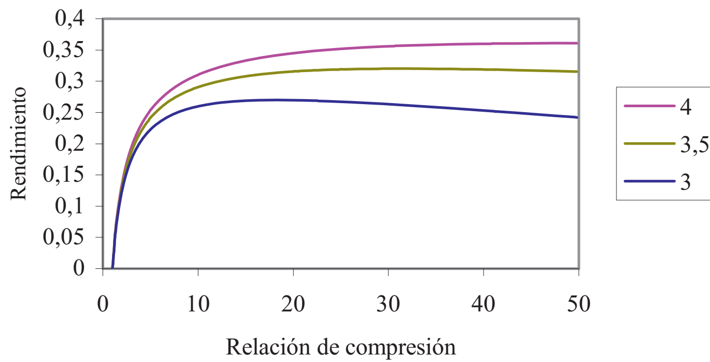


Figura 8.20 Curvas de variación del rendimiento con la relación de compresión en el caso del ciclo compuesto analizado en el epígrafe 3.3.

$$\eta_{ciclo\ compuesto} = \frac{2 \cdot \left(\sqrt{\delta} - 1\right) \cdot \left[\eta_T \cdot \eta_c \cdot \frac{\theta}{\sqrt{\delta}} - 1\right]}{\left[\eta_c \cdot (\theta - 1) - \left(\sqrt{\delta} - 1\right) + \eta_c \cdot \eta_T \cdot \theta \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\delta}}\right)\right]} \qquad (8.38)$$

En las figuras 8.19 y 8.20 se representa el trabajo específico y el rendimiento en función de la relación de compresión y del parámetro θ, siendo interesante compararlas con las representadas en las figuras 8.12 y 8.13.

A la vista de las gráficas se pueden deducir una serie de conclusiones en relación con los ciclos compuestos, algunas de las cuales podrán ser comprobadas numéricamente en el ejemplo siguiente:

— La elección de un ciclo compuesto supone un aumento muy considerable del trabajo específico desarrollado respecto del correspondiente a un ciclo simple con idénticos valores de la relación de compresión y del parámetro θ (en el ejemplo 8.7 ≈ un 43% en relación al ejemplo 8.5).
— La relación de compresión de máximo trabajo específico se incrementa considerablemente.
— El rendimiento del ciclo disminuye ligeramente (en el ejemplo 8.7 ≈ 3% respecto al ejemplo 8.5).
— No obstante, dado que la relación de compresión de máximo rendimiento se incrementa notablemente[8], aumentando la relación de compresión del ciclo compuesto se logra mantener el rendimiento en valores similares, e incluso superiores, a los correspondientes al ciclo simple.

Ejemplo 8.7

A partir de la turbina de gas del ejemplo 8.5 se va a diseñar una turbina de gas de ciclo compuesto, en concreto de combustión secuencial, situando una segunda cámara de combustión entre la turbina de alta y la turbina de potencia. Se propone determinar la presión en la segunda cámara de combustión comparándola con la que sería óptima de cara a maximizar el trabajo de expansión. Analizar cómo se verá afectado el rendimiento y el trabajo específico de la instalación.

Solución:

La presión a la salida de la turbina de alta se obtiene una vez calculada la temperatura de salida de dicha turbina, en el supuesto de que la evolución fuera isentrópica, ya que la temperatura de salida real se calculó en el ejemplo 8.5. Hay

---

[8] Por ejemplo, para (θ = 4) el resto de las magnitudes las utilizadas por defecto en la generación de las gráficas) la relación de compresión de máximo rendimiento del ciclo compuesto es aproximadamente 48:1, si bien la curva es muy plana a partir de ≈ 30:1.

que tener en cuenta el cambio de denominación, de forma que se comprueba que $T_{03p}=T_{04m}$.

$$T_{04ms}=T_{03}-\frac{T_{03}-T_{04m}}{\eta_T}=1537(K)-\frac{1537(K)-1138{,}92(K)}{0{,}89}=1089{,}72K$$

$$p_{04ms}=p_{03}\bigg/\left(\frac{1537}{1089{,}72}\right)^{4{,}03}=4{,}7bar$$

La presión intermedia obtenida, que es consecuencia de la condición de acoplamiento que impone el montaje en doble eje, difiere ligeramente, en este caso, de la que se considera óptima:

$$p_{opt}\cong\sqrt{p_{03}\cdot p_{04}}=\sqrt{18{,}8}=4{,}33bar$$

El dosado de la segunda cámara de combustión puede obtenerse considerando que dicha cámara tiene un rendimiento idéntico al de la cámara principal y que la temperatura de recalentamiento coincide con la de entrada a la turbina de alta ($T_{03m}=T_{03}$):

$$\eta_{cc}=\frac{(1+F_1+F_2)h_{03m}-(1+F_1)h_{04m}}{F_2\cdot H_c} \tag{8.39}$$

$$F_2=\frac{(1+F_1)\cdot(h_{03m}-h_{04m})}{\eta_{cc}\cdot H_c-h_{03m}}=0{,}01073$$

$$T_{04s}=\frac{T_{03m}}{\left(\frac{4{,}7}{1}\right)^{0{,}2481}}=1046{,}92K$$

Teniendo en cuenta la expresión del rendimiento de la turbina, resulta T_{04}=1100,83K, valor que no coincide con el de T_{04m}, dado que las relaciones de expansión de ambas turbinas son diferentes.

El trabajo específico del compresor no se modifica y, por tanto, tampoco el trabajo desarrollado por la turbina de alta, de forma que el trabajo específico se incrementa como consecuencia del aumento del trabajo desarrollado por la turbina de potencia, que se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$w_u=(1+F_1+F_2)\cdot c_{pg}\cdot(T_{03m}-T_{04})=508{,}6\frac{kJ}{kg}$$

Potencia de la instalación:

$$N_{ciclo\ compuesto} = \dot{m}_a \cdot w_u = 35754{,}52 kW$$

$$\eta_{comb\,secuencial} = \frac{N_{TG}}{\left(\dot{m}_{f1} + \dot{m}_{f2}\right) \cdot H_c} = \frac{35754{,}52 (kW)}{70{,}3 \cdot 0{,}03373 \left(\frac{kg}{s}\right) \cdot 45000 \left(\frac{kJ}{kg}\right)} = 0{,}335$$

Es interesante recordar los resultados del *ciclo simple* del ejemplo 8.5:

$$w_u = \frac{25060 (kW)}{70{,}3 \left(\frac{kg}{s}\right)} = 356{,}5 \frac{kJ}{kg} \qquad \eta_{inst} = 0{,}344$$

Comparando los resultados del ciclo simple y del ciclo de combustión secuencial se confirman las conclusiones reflejadas anteriormente.

Es importante resaltar que la aplicación informática CICLOSTG se ha diseñado para servir de apoyo a la compresión de la influencia de los distintos parámetros sobre el trabajo específico y el rendimiento de los distintos tipos de ciclos termodinámicos.

Ejemplo 8.8

A continuación se van a comparar dos turbinas de gas de potencia similar cuyos datos de catálogo aparecen en la tabla siguiente. Se propone utilizar CICLOSTG para simular ambas turbinas modificando el valor de la temperatura de entrada a la turbina hasta alcanzar la potencia indicada.

Ciclo	N_e *(kW)*	η_{nst} *(%)*	r_c	$\dot{m}$ *(kg/s)*
A: Simple	165,1	37,6	14,6	532
B: Comb.secuencial	171,0	38,5	32	410

Se considerarán los siguientes valores de los rendimientos de los equipos: compresor 0,86, cámaras de combustión 0,98, turbinas 0,89. Pérdidas de carga en las cámaras de combustión 2,8%[9].

[9] Considerar los valores por defecto de la aplicación para c_p y γ (1 kJ/kgK y 1,4).

Solución:

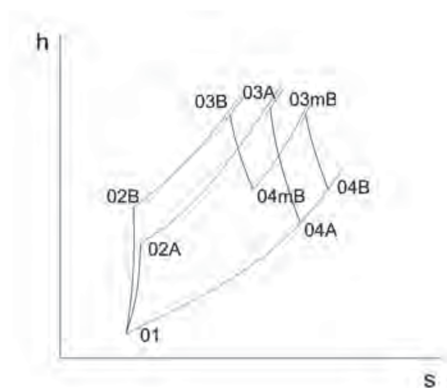


Figura 8.21 Comparación de los diagramas h-s correspondientes a las instalaciones del ejemplo 8.8.

La primera turbina de gas es de ciclo simple y podría resolverse mediante las ecuaciones planteadas en el ejemplo 8.5. A través de la aplicación informática, se comprueba que los datos de dicha turbina se ajustan aproximadamente a un ciclo con una temperatura máxima T_{03}=1198,5 ºC. La temperatura de salida de la instalación resulta ser 502,6 ºC, obteniendo los siguientes valores al realizar la simulación:

$$N_e = 165\, MW, \eta_{ciclo} = 0{,}3889, \eta_{inst} = 0{,}381$$

La segunda turbina de gas es de ciclo compuesto y podría resolverse mediante las ecuaciones planteadas en el ejemplo 8.7. A través de la aplicación informática se comprueba que los datos de dicha turbina se ajustan aproximadamente a un ciclo con una temperatura máxima de 1160,5 ºC, siendo los valores obtenidos en la simulación los siguientes:

$$N_e = 171\, MW, \eta_{ciclo} = 0{,}3896, \eta_{inst} = 0{,}382$$

Hay que tener en cuenta que debido a que se consideran las pérdidas de carga en las cámaras de combustión, la presión intermedia de recalentamiento se obtiene mediante la ecuación (8.36). La temperatura de salida de la instalación, que coincide con la de salida de la turbina de alta por ser de un único eje, resulta ser 669 ºC. Los dosados de las cámaras de combustión serán: 0,01357 y 0,01238, respectivamente.

Comparando los datos y resultados de las turbinas del ejemplo anterior, que como se comprueba son de potencia relativamente similar, se concluye lo siguiente:

— La temperatura máxima del ciclo es similar en ambos casos, siendo ligeramente inferior en el caso de combustión secuencial.
— La relación de compresión en el ciclo compuesto es muy superior a la del ciclo simple, tendiendo a la de máximo rendimiento, para evitar el descenso en el rendimiento que se observa en los ciclos compuestos cuando se mantiene la relación de compresión.
— Al ser el trabajo específico del ciclo compuesto muy superior al del ciclo simple, para obtener una determinada potencia, el gasto másico necesario es más reducido.
— La temperatura de salida de la instalación es superior en el caso del ciclo compuesto, siendo más favorable de cara a hacer el ciclo regenerativo o bien para su integración en un ciclo combinado, como se verá en el tema 9.

4.4. Ciclo compuesto regenerativo

En la figura 8.18 se puede comprobar que el ciclo de compresión escalonada con refrigeración intermedia tiene una temperatura del aire al final del proceso de compresión inferior a la obtenida en el caso de un ciclo simple de idéntica relación de compresión y condiciones ambientales. Asimismo el ciclo con combustión secuencial se comprueba que tiene una temperatura final de expansión superior a la correspondiente a un ciclo simple, lo cual también se confirma en los ejemplos 8.7 y 8.8.

De lo anterior se deduce que los ciclos compuestos son especialmente idóneos para convertirse en ciclos regenerativos. De hecho puede comprobarse que el rendimiento se incrementa considerablemente superando ampliamente el valor correspondiente a un ciclo simple regenerativo de similares características.

Ejemplo 8.9

Se propone analizar cómo se vería afectado en rendimiento, en el caso de la instalación del ejemplo 8.7, si se sitúa un cambiador de regeneración de eficiencia 0,8 para precalentar el aire antes de introducirlo en la cámara de combustión.

Solución:

Operando como en el ejemplo 8.6, se obtiene:

$$T_{20'} = 0{,}8 \cdot (1100{,}83 - 745{,}1)(K) + 745{,}1(K) = 1029{,}68K$$

$$F' = \frac{h_{03} - h_{02'}}{\eta_{cc} \cdot H_c - h_{03}} = \frac{1733{,}74 - 1034{,}83}{0{,}99 \cdot 45000 - 1733{,}74} = 0{,}01632$$

$$\eta_{comb\,secuencial\ reg} = \frac{N_{TG}}{(\dot{m}_{f1} + \dot{m}_{f2}) \cdot H_c} = \frac{35754{,}52(kW)}{70{,}3 \cdot 0{,}02705\left(\frac{kg}{s}\right) \cdot 45000\left(\frac{kJ}{kg}\right)} = 0{,}418$$

El rendimiento es un 13% superior al caso del ejemplo 8.6 (ciclo simple regenerativo de idénticas relación de compresión y temperatura máxima del ciclo).

5. COMPORTAMIENTO DE LAS TURBINAS DE GAS EN EL PUNTO DE DISEÑO

El diseño de una instalación se basa en las condiciones de funcionamiento que se prevé que serán las más habituales. Por ejemplo, en el caso de una turbina de gas para producción de energía eléctrica, se fija como premisa de diseño un valor de potencia nominal que debe ser el que se estima que desarrollará la instalación en un funcionamiento continuo. En el caso de una turbina de gas de aviación dichas condiciones serán las de trabajo del motor en crucero.

Establecer el funcionamiento en el punto de diseño implica seleccionar, en primer lugar, los parámetros que determinan el ciclo termodinámico en dicho punto. Estos parámetros condicionan el trabajo específico y el rendimiento del ciclo y son, en concreto, la relación de compresión y la temperatura de entrada a la turbina, suponiendo una determinada temperatura de admisión al compresor que será característica del emplazamiento de la planta, tal como se ha puesto de manifiesto en los epígrafes anteriores. Una vez seleccionado el ciclo termodinámico se podrá deducir el gasto másico necesario para obtener la potencia de diseño deseada, ya que, como se ha indicado, el trabajo específico será conocido. Conviene destacar que el gasto másico de combustible que hay que introducir en la cámara de combustión con el fin de obtener la potencia de diseño elegida, dependerá del valor de la temperatura de entrada a la turbina seleccionada y, por tanto, también quedará establecido, como se constata en el ejemplo 8.6.

Cuando en una turbina diseñada en base a una potencia nominal, se disminuye el gasto másico de combustible, se reducirá la potencia desarrollada por la instalación, en cuyo caso se dice que la turbina trabaja a *carga parcial* y, por tanto, en *condiciones fuera de diseño*.

Es importante destacar que en el presente tema se ha analizado la repercusión que tienen los parámetros que caracterizan el ciclo termodinámico sobre el rendimiento y el trabajo específico de la turbina de gas, de cara a la selección de un ciclo termodinámico óptimo *en condiciones de diseño*. Por tanto, es importante insistir que al analizar diferentes situaciones, con distintos valores de los parámetros que definen el ciclo, se están comparando instalaciones diferentes y no el comportamiento de una instalación fuera del punto de diseño.

CONSIDERACIONES FINALES

En el presente tema se han analizado los ciclos de turbina de gas (simple, regenerativo y compuesto), comenzando con el análisis de los ciclos ideales de aire para posteriormente analizar los ciclos que se aproximan más al caso de las instalaciones reales, teniendo en cuenta los rendimientos isentrópicos de las máquinas térmicas que forman parte de la instalación (compresor y turbina) y los rendimientos y pérdidas de carga de la cámara de combustión y los intercambiadores de calor que puede incluir la instalación. El estudio de estos ciclos teóricos en los que sí se tienen en cuenta los rendimientos de los diferentes equipos, pero que consideran que el fluido que evoluciona se comporta como un gas perfecto para simplificar el estudio, permite obtener conclusiones que coinciden cualitativamente con el comportamiento de las turbina de gas en condiciones de diseño. Las conclusiones más importantes se han ido resaltando a lo largo del texto. Es importante no tratar de memorizar las fórmulas, que son únicamente válidas si se cumplen las hipótesis simplificativas realizadas. Lo importante es comprender su desarrollo y asimilar las conclusiones que se obtienen del análisis paramétrico efectuado. Cabe destacar las siguientes conclusiones:

- Interesa que la temperatura de entrada a la turbomáquina *turbina* sea lo más alta posible, dado que su elevación conduce a mayores trabajos específicos y mayores rendimientos de la instalación. Asimismo interesa que la temperatura de admisión al compresor sea lo menor posible.

— Interesará que la relación de compresión se aproxime más a la de máximo trabajo específico si la turbina se utiliza en una aplicación de transporte donde el peso de la instalación es un factor decisivo.
— Interesa que la relación de compresión se aproxime a la de máximo rendimiento en instalaciones industriales, donde el ahorro del combustible es fundamental por el elevado número de horas de funcionamiento.
— En general se seleccionan valores de la relación de compresión que se encuentran entre el correspondiente a máximo trabajo específico y el que conduce a máximo rendimiento.
— Las relaciones de compresión óptimas se incrementan al aumentar la temperatura de entrada a turbina o al hacer el ciclo compuesto.
— Las relaciones de compresión óptimas se reducen al hacer el ciclo regenerativo.
— Se puede comprobar que la mejora en el rendimiento de las turbomáquinas siempre conlleva incrementos, tanto de la potencia específica como del rendimiento del ciclo, por lo interesará, en la medida de lo posible, optimizar el diseño del compresor y de la turbina.

Tema 9

Instalaciones de potencia basadas en turbinas de vapor y ciclos combinados

Antonio Rovira de Antonio
Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Componentes principales de las instalaciones de potencia basadas en turbinas de vapor.
2. Influencia de los parámetros termodinámicos de las centrales de ciclo de vapor.
   2.1. Influencia de la presión del vapor a la entrada de la turbina.
   2.2. Influencia de la temperatura del vapor vivo.
   2.3. Influencia de la presión de condensación.
3. Ciclos de vapor utilizados en grandes centrales de vapor.
   3.1. Ciclos de vapor con recalentamiento intermedio.
   3.2. Ciclos de vapor regenerativos.
4. Turbinas de vapor en usos industriales.
   4.1. Cogeneración con plantas de ciclo de vapor.
      4.1.1. Turbinas con toma intermedia.
      4.1.2. Turbinas de contrapresión.
5. Definición y clasificación de las calderas.
   5.1. Calderas de tubos de humo o pirotubulares.
   5.2. Calderas de tubos de agua o acuotubulares.
   5.3. Procesos que tienen lugar en las calderas.
      5.3.1. Proceso de combustión.

- 5.3.2. Mecanismos de transferencia de calor entre el gas y el agua.
- 5.4. Diseño de calderas y generadores de vapor.
  - 5.4.1. Parámetros y fundamentos del diseño de las calderas.
  - 5.4.2. Balance de energía.
  - 5.4.3. Otras consideraciones y especificaciones de los diseños.

6. Plantas de ciclo combinado de turbinas de gas y de vapor.
   - 6.1. Definición y clasificación de los ciclos combinados.
   - 6.2. Esquema general de una planta de ciclo combinado de turbina de gas y de vapor.
   - 6.3. Características de las turbinas de gas.
   - 6.4. Caldera de recuperación de calor.
   - 6.5. Características del ciclo de vapor.

Tema 9

INSTALACIONES DE POTENCIA BASADAS EN TURBINAS DE VAPOR Y PLANTAS DE CICLO COMBINADO GAS-VAPOR

OBJETIVOS FUNDAMENTALES DEL TEMA

— Estudiar los componentes principales de los ciclos de vapor y estudiar sus principales características.
— Estudiar la termodinámica del ciclo de Rankine: los diagramas T-s y h-s del ciclo y los cálculos de trabajo, potencia y rendimiento de la instalación.
— Conocer la influencia que tienen sobre las prestaciones del ciclo los parámetros termodinámicos del ciclo de Rankine.
— Conocer los ciclos de vapor que se utilizan en las centrales de vapor de producción de energía eléctrica:
  - Estudiar los ciclos con recalentamiento y conocer cuál es su objetivo, sus ventajas y sus inconvenientes.
  - Estudiar los ciclos de vapor regenerativos. Conocer su objetivo fundamental, sus ventajas y sus inconvenientes.
— Conocer los ciclos de vapor que se emplean en aplicaciones industriales. Cogeneración con turbinas de vapor. Turbinas con toma intermedia y turbinas de contrapresión.
— Estudiar las plantas de potencia de ciclo combinado.
  - Estudiar qué se conoce por ciclo combinado, cuáles son los más empleados y saber cuál su principal ventaja.
  - Conocer el esquema general de un ciclo combinado gas-vapor.
  - Estudiar las principales características de las turbinas de gas destinadas a uso en ciclo combinado, las características, los tipos de calderas de recuperación de calor así como su diagrama calor-temperatura y conocer las particularidades del ciclo de vapor en los ciclos combinados. Conocer qué es la postcombustión y cuándo conviene efectuarla.

Nota: Las propiedades termodinámicas del vapor de agua sobrecalentado o saturado no pueden ser aproximadas mediante la teoría de los gases ideales. Por tanto, dichas propiedades

deben ser extraídas de tablas termodinámicas o del diagrama de Mollier del agua. Igualmente, se recuerda que para el uso de dichas tablas o diagramas se debe tener presente cuál es el origen de entalpías y de entropías para evitar errores de cálculo.

1. COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS INSTALACIONES DE POTENCIA BASADAS EN TURBINAS DE VAPOR

Las plantas de potencia basadas en turbinas de vapor constituyen el último grupo de motores térmicos que se van a estudiar. Aunque se trata de un motor térmico, en este caso es más preciso el término *planta de potencia* debido al gran tamaño y la complejidad de la instalación. La figura 9.1 muestra el esquema más sencillo de este tipo de instalaciones y sus principales componentes. Los ciclos realmente utilizados son modificaciones de éste que le confieren una serie de mejoras que se irán estudiando. Sin embargo, para empezar a describir los principales elementos que integran estas plantas de potencia o centrales es conveniente comenzar por la configuración más elemental a pesar de que una implantación tan sencilla se instala en pocas ocasiones.

A diferencia de los motores de combustión interna alternativos y de las turbinas de gas, las plantas de potencia de turbina de vapor funcionan según un ciclo cerrado, concretamente según el ciclo de Rankine. Al seguir un ciclo cerrado, el proceso de combustión no puede realizarse en el seno del fluido de trabajo sino que ésta debe ser externa a él. Son, por tanto, motores de combustión externa y, por tal motivo, es obligatoria la existencia de una caldera donde se produzca la combustión y la transmisión del calor puesto en juego en ella hacia el ciclo. Del mismo modo, es obligatoria la existencia de un condensador que ceda el calor residual del ciclo termodinámico al ambiente y deje el fluido en las condiciones iniciales para que el ciclo se vuelva a realizar.

El fluido de trabajo es habitualmente agua porque, debido a su comportamiento termodinámico, se presta muy bien a este tipo de ciclos y, como es sabido, es un recurso abundante, económico e inocuo. En ocasiones se han empleado o se emplean ciclos con otros fluidos (mercurio, amoniaco, disolución agua-amoniaco en los llamados ciclos Kalina, o fluidos de base orgánica), aunque siempre de forma minoritaria en comparación con los de agua.

La necesidad de la caldera y el condensador implica una gran complejidad en la instalación (conductos, tuberías, válvulas, chimeneas…) y convierte a estas instala-

ciones en complejos de gran tamaño y de una costosa obra civil que las hace rentables principalmente para elevadas potencias (desde 0,5 MW y hasta varios GW).

Tabla 9.1. Componentes básicos del ciclo de Rankine simple

Caldera	Componente en el que se aporta el estado térmico al fluido de trabajo, mediante una combustión externa al propio ciclo. El fluido entra como líquido subenfriado y sale como vapor sobrecalentado.
Turbina de vapor (TV)	Componente que proporciona la potencia mecánica del ciclo. El vapor se expande hasta la presión de condensación. Va acoplada a un generador (G) si la potencia se desea transformar en energía eléctrica.
Condensador	Foco frío del ciclo de Rankine, en el que se cede el calor residual del ciclo al medio ambiente. El fluido entra saturado (mezcla bifásica con muy poca humedad) y sale como líquido saturado.
Bombas	Componente cuya función es elevar la presión de trabajo del fluido (en estado líquido) hasta la deseada en la turbina.

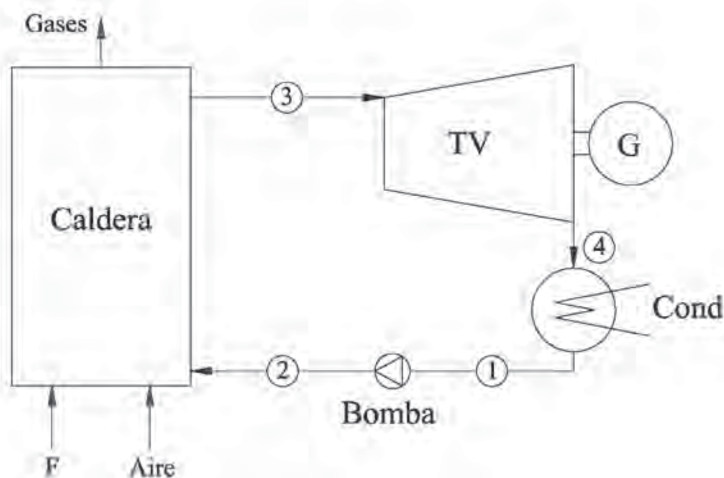


Figura 9.1. Esquema del ciclo de vapor simple.

A continuación se muestran las expresiones que permiten calcular el trabajo útil del ciclo, la potencia y el rendimiento. Por otro lado, la figura 9.2[1] muestra los diagramas T-s y h-s del ciclo de Rankine simple sin sobrecalentamiento y la figura 9.3 los mismos para un ciclo Rankine con sobrecalentamiento (las mejoras que introduce el sobrecalentamiento se estudian en el apartado 9.2.2). Posteriormente se describen los elementos principales que constituyen el ciclo en su configuración más simple.

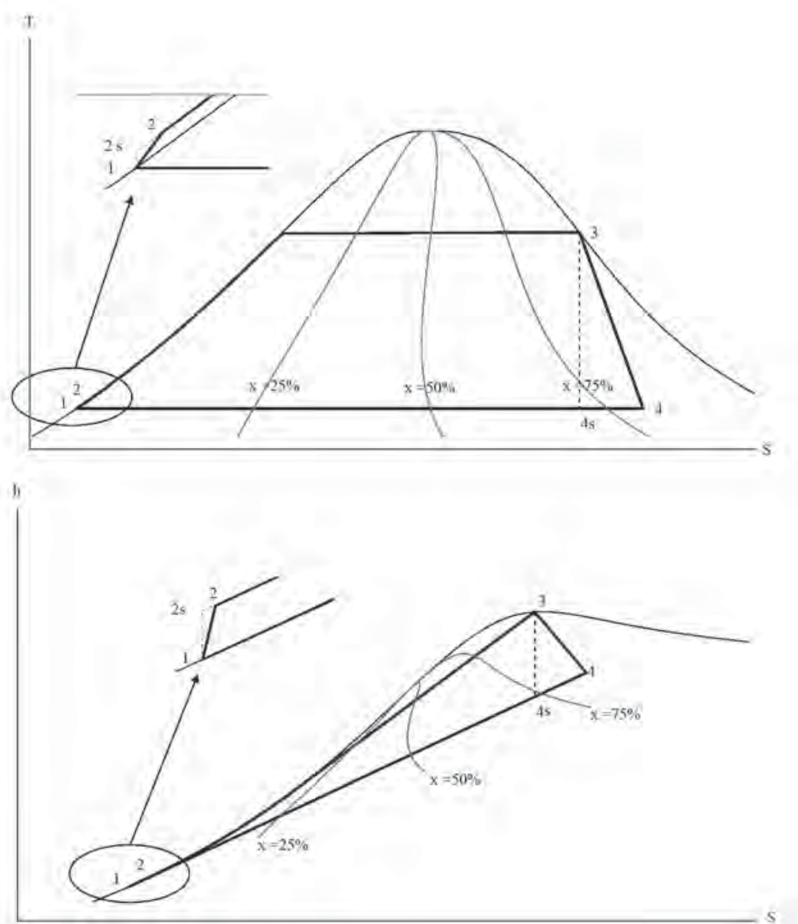


Figura 9.2. Diagramas T-s y h-s del ciclo de Rankine simple sin sobrecalentamiento.

[1] Los diagramas h-s y T-s del tema reproducen fielmente las propiedades del diagrama de Mollier, de modo que el lector tenga una idea real de los saltos entálpicos y de temperatura en cada uno de los procesos de los ciclos.

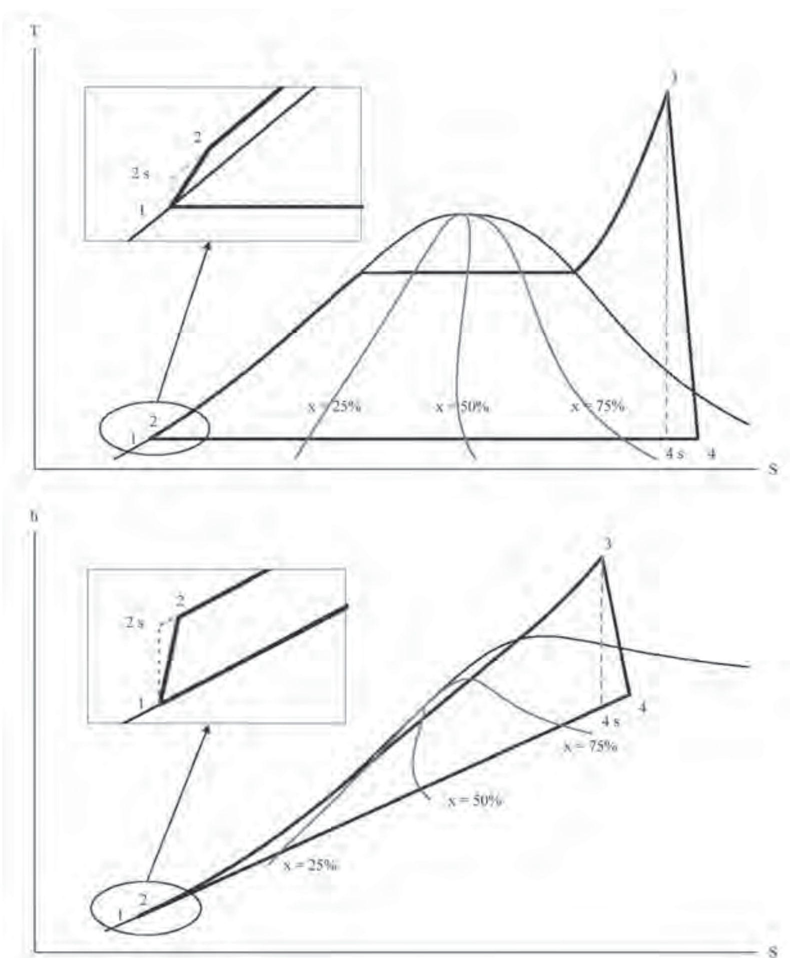


Figura 9.3. Diagramas T-s y h-s del ciclo de Rankine simple.

El trabajo útil del ciclo se obtiene aplicando el Primer Principio para sistemas abiertos[2]:

$$= \quad - \quad = (\ _3 - \ _4) - (\ _2 - \ _1) \tag{9.1}$$

[2] Se emplean magnitudes específicas, es decir, por unidad de masa.

El rendimiento termodinámico del ciclo se obtiene dividiendo el trabajo útil entre el calor aportado:

$$\eta = \frac{\quad}{\quad} = \frac{({}_3 - {}_4) - ({}_2 - {}_1)}{{}_3 - {}_2} \qquad (9.2)$$

Por otro lado, la potencia se obtiene multiplicando el gasto de agua por el trabajo útil teniendo en cuenta, además, el rendimiento mecánico del eje (η) y el accionamiento de elementos auxiliares de la instalación (N_{aux}):

$$= \dot{} \cdot \left(({}_3 - {}_4) \cdot \eta_{,} - ({}_2 - {}_1)/\eta_{-,} \right) - \qquad (9.3)$$

Finalmente, el rendimiento de la instalación se define como el cociente entre la potencia efectiva de la planta y el calor aportado en forma de combustible (ecuación (9.4)):

$$\eta_n = \frac{\quad}{\dot{} \quad \dot{}} \qquad (9.4)$$

Bombas:

El agua de alimentación se impulsa desde el condensador hacia la caldera por medio de unas bombas, que le confieren la presión de trabajo deseada[3]. En este proceso de bombeo, en el que se aumenta la presión del agua líquida, se consume una cierta cantidad de potencia que, si bien no se debe obviar, es mucho menor que la obtenida en la expansión del vapor en la turbina[4]. Esto, unido a que las bombas no están acopladas mecánicamente a la turbina sino que se suelen accionar mediante motores eléctricos, conduce a que, en ocasiones, la potencia consumida no se considere desde el punto de vista termodinámico sino que se evalúe como un consumo auxiliar de la instalación. En ese caso, la ecuación (9.3) se transforma en la siguiente:

$$= \dot{} \cdot ({}_3 - {}_4) \cdot \eta - \qquad (9.5)$$

---

[3] La presión que realmente proporcionan las bombas es significativamente mayor a la presión de trabajo deseada para la turbina debido a las inevitables pérdidas de carga, principalmente en la caldera.

[4] Esto es debido a la diferencia de densidad entre el agua líquida y el vapor; según la ecuación de Gibbs:

$$= \; -\frac{1}{\rho}$$

Al ser los procesos de bombeo y de expansión adiabáticos se pueden suponer ambos isentrópicos e integrar sin perder generalidad:

$$\Delta \; = \int \frac{1}{\rho} \qquad \text{(ver anexo 1)}$$

Es decir, el salto entálpico entre dos presiones dadas es menor cuanto mayor es la densidad y, por tanto, el trabajo de bombeo del agua líquida es mucho menor que el trabajo de expansión del vapor.

El cálculo de la potencia necesaria para accionar las bombas, supuesto el proceso isentrópico, se puede obtener mediante la siguiente ecuación (que deriva de la ecuación de Gibbs):

$$_{,} = \dot{} \cdot (\ _2 - \ _1)/\eta_{-\ ,} = \left(\dot{} \cdot \frac{\Delta}{\rho} \right) \Big/ \eta_{-\ ,} \qquad (9.6)$$

Si se conoce el rendimiento isentrópico de la bomba, la potencia consumida se calcula con la siguiente expresión:

$$= \frac{\ _{,}}{\eta_{\ ,}} \qquad (9.7)$$

Caldera:

En la caldera el agua se calienta a presión constante (salvo las pérdidas de carga), evaporándose primero y sobrecalentándose posteriormente. Como resultado se obtiene vapor de agua sobrecalentado a una determinada temperatura y a la presión de trabajo deseada.

En el apartado 9.5 se estudian las calderas instaladas en este tipo de centrales y sus principales características. No obstante, a modo de introducción, debido al importante papel que juegan en los ciclos de Rankine, seguidamente se abordan algunos aspectos básicos. La figura 9.4 muestra un esquema sencillo de una caldera típica de un ciclo de vapor.

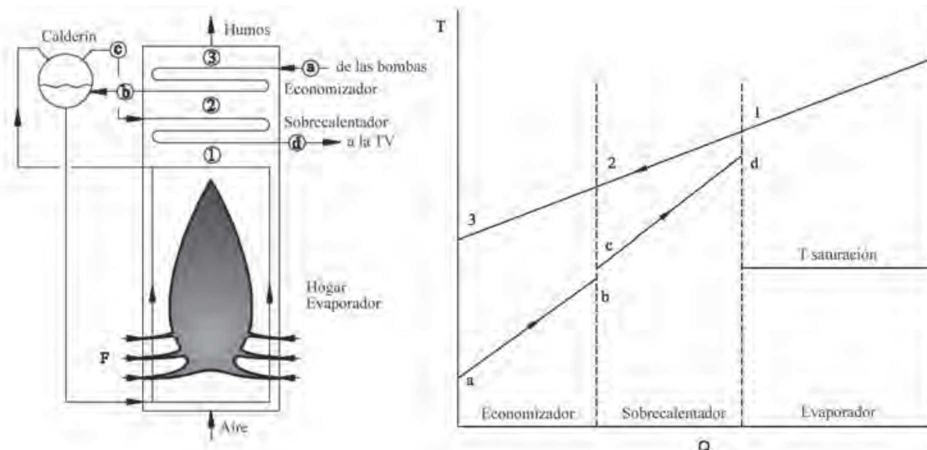


Figura 9.4. Esquema y diagrama Calor-Temperatura de una caldera de un ciclo de vapor.

Como se observa, en la caldera se distinguen dos zonas: el hogar y la zona convectiva. En el hogar es donde se introduce el aire y el combustible que se va a quemar[5]. Las paredes del hogar alojan los tubos donde se produce la evaporación del agua: el agua líquida se recoge del calderín y, a su paso por la caldera, asciende por los tubos conforme se evapora. En esta zona predomina la transmisión de calor por radiación, ya que los tubos rodean la llama del hogar.

Por otro lado, en la zona convectiva (sin contacto visual con la llama), por lo general, se encuentran los economizadores —cuya misión es aumentar la temperatura del agua de alimentación hasta una cercana a la de saturación—, los sobrecalentadores —que sobrecalientan el vapor saturado que llega del calderín— y, si existen, los recalentadores. Estos elementos (economizadores, sobrecalentadores y recalentadores) los constituyen bancos de tubos aleteados dispuestos transversalmente al flujo de los gases de la combustión, en los que los gases de la combustión van cediendo el calor al agua que circula por las tuberías. En este caso la transmisión de calor es por convección. Finalmente, los humos de la combustión se expulsan a la atmósfera por la chimenea.

El diagrama calor temperatura (figura 9.4) representa la evolución de la temperatura del gas y del agua a su paso por la caldera conforme el gas cede su energía térmica al agua. Se puede observar que, en el evaporador, la temperatura del agua permanece constante (temperatura de saturación) a pesar del aporte de calor, ya que se está produciendo el cambio de fase. Por otro lado, los economizadores y sobrecalentadores se disponen de forma que el gas a alta temperatura intercambie calor con el agua (en estado de vapor) a alta temperatura y viceversa. En algunas ocasiones (ver tema 14), el evaporador tiene algún cuerpo en la zona convectiva y se debe disponer entre el economizador y el sobrecalentador.

El balance energético de la caldera se muestra en la ecuación (9.8):

$$
\begin{aligned}
\cdot \quad \cdot \quad + \left[\cdot \quad \cdot \quad \right] + \cdot \quad \cdot \quad = \cdot \quad \cdot \left({}_{3} - {}_{2} \right) + \left(\cdot \quad + \cdot \quad \right) \cdot \quad \Rightarrow \\
\Rightarrow \cdot \quad \cdot \quad = \cdot \quad + \cdot
\end{aligned}
\tag{9.8}
$$

Donde $\cdot \quad \cdot$ representa la energía (por calor sensible) contenida en el gasto de combustible que entra en la caldera y que se puede despreciar frente al resto de términos. Por otro lado,

5 El combustible más comúnmente empleado en este tipo de instalaciones ha sido el carbón, si bien, algunas de las centrales se han reconvertido para emplear combustibles más limpios como fuelóleo o gas natural.

$$= \cdot \ \cdot \left(\left(1+ \ \right)\cdot \quad - \quad \right)$$
$$= \cdot \ \cdot \left(_3 - \ _2 \right) \qquad (9.9)$$

El rendimiento de la caldera se define como el cociente entre la potencia calorífica cedida al ciclo de vapor y la potencia calorífica liberada en la combustión (ecuación (9.10)).

$$\eta \quad = \frac{\cdot}{\cdot \quad \cdot} \qquad (9.10)$$

Un aspecto a tener en cuenta en el diseño de los ciclos de vapor y, más concretamente, en el diseño de la caldera es la temperatura de los humos que se expulsan a la atmósfera. Como se puede deducir de las ecuaciones (9.8) a (9.10), el calor aportado al ciclo de vapor y, por tanto, el rendimiento de la caldera serán mayores cuanto menores sea la temperatura de los humos a la salida de la caldera. Sin embargo, su valor debe limitarse, debido al carácter ácido de los humos producto de la combustión.

Turbina de vapor:

La turbina es el elemento motriz de la planta y está constituida por uno o varios cuerpos de turbinas axiales[6]. En ella se introduce el vapor vivo sobrecalentado que genera la caldera. Este vapor, a alta presión y alta temperatura, se expande hasta la presión de condensación, desarrollando en dicha expansión una potencia que puede ser calculada según la ecuación (9.11).

$$= \cdot \ \cdot \left(_3 - \ _4 \right)\cdot \eta \qquad (9.11)$$

siendo η_m el rendimiento mecánico del eje.

Al igual que en las turbinas de gas, se define el rendimiento isentrópico de la turbina como:

$$\eta_{\ ,} \quad = \frac{_3 - \ _4}{_3 - \ _4} \qquad (9.12)$$

El agua a la salida de la turbina siempre[7] se encuentra como vapor húmedo, es decir, por debajo de la curva de saturación con un grado de humedad bajo (menor del 16%) o, lo que es lo mismo, un título de vapor alto (mayor que 84%). El grado de humedad es un factor fundamental en el diseño de este tipo de cen-

---

[6] El número de cuerpos depende de la potencia de la planta y de la existencia o no de distintos niveles de presión.

[7] Puede haber excepciones en las turbinas de contrapresión (epígrafe 9.5).

trales y debe estar acotado, puesto que la fracción de humedad que exista en la mezcla bifásica es perjudicial para el funcionamiento de la turbina: por un lado, las gotas de agua líquida que circulan a muy alta velocidad por el interior de la turbina erosionan los álabes, con el consecuente deterioro mecánico, e introducen un par de frenado en el momento del impacto. Por otro lado, la fracción de agua líquida perjudica el paso del vapor y, además, ya no se expande puesto que su densidad es constante, por lo que prácticamente no produce potencia. Por todo ello, el rendimiento isentrópico en los escalonamientos de baja presión empeora y, consecuentemente el rendimiento isentrópico de la turbina en su conjunto también disminuye. Para reducir los efectos dañinos se acude al empleo de aleaciones resistentes a la erosión (utilización de recubrimientos o placas) en las zonas más propensas y a utilizar disposiciones constructivas que faciliten el drenaje de agua.

Condensador:

El condensador es el foco frío del ciclo de Rankine y se materializa mediante intercambiadores de calor. Su misión es condensar el vapor húmedo que sale de la turbina para obtener agua líquida saturada, que será la que recojan las bombas para impulsarla hacia la caldera.

El calor que se cede en la condensación debe ser evacuado hacia el exterior. La temperatura y, por tanto, la presión de condensación, debe ser lo más baja posible para obtener un mayor salto entálpico en la turbina. Sin embargo, la temperatura está acotada por las condiciones ambientales, ya que la cesión de calor debe realizarse a mayor temperatura que la ambiental (unos 5 o 10 °C por encima).

Dependiendo de la forma en la que se produzca la refrigeración, los condensadores pueden ser, principalmente, de tres tipos:

- Condensadores con refrigeración en circuito abierto con agua de mar o procedente de un río. En ellos el calor de la condensación se cede directamente a al agua.
- Condensadores con refrigeración en circuito cerrado y torres de refrigeración. En ellos, el calor de la condensación se cede al agua de un circuito cerrado de refrigeración que actúa como un agente intermedio. Este agua de refrigeración se enfría en las torres de refrigeración donde, finalmente, se evacua el calor a la atmósfera.

- Aerocondensadores. En ellos la condensación se realiza en intercambiadores agua-aire, en los que por medio de unos ventiladores se hace circular un gran gasto de aire que refrigera el agua del ciclo. Éste tipo de condensadores son los menos eficientes ya que, la capacidad para disipar calor del aire es menor que la del agua y, además, el sistema está totalmente a expensas de la temperatura exterior.

La potencia calorífica disipada al ambiente se expresa en la ecuación (9.13), en la que también aparece el incremento de temperatura que experimentaría el fluido refrigerante.

$$\dot{}_{n} = \dot{} \cdot \left({}_{4} - {}_{1} \right) = \dot{} \quad \cdot \quad \cdot \Delta \tag{9.13}$$

Ejemplo 9.1

Sea un ciclo de vapor trabaja según un ciclo Rankine simple en el que la caldera produce vapor a 40 bar y 370 °C. La potencia calorífica que se cede al agua en dicha caldera es de 5 MW. Si la presión de condensación es de 120 mbar, se propone:

1. Calcular las propiedades termodinámicas de cada uno de los puntos del ciclo de Rankine sabiendo que el rendimiento interno de la turbina de vapor es 0,89 y el de la bomba 0,83.
2. Calcular la potencia y el rendimiento del ciclo, así como el gasto de combustible y la temperatura de los humos en la chimenea si el rendimiento de la caldera es 0,78, el poder calorífico del combustible 48.000 kJ/kg, el gasto másico de aire 7 kg/s, el rendimiento mecánico del conjunto 0,98 y se desprecia la potencia consumida por los elementos auxiliares.
3. Obtener el salto de temperatura del agua de refrigeración del condensador si el gasto másico es de 80 kg/s.

Datos adicionales: calor específico del agua líquida: 4,18 kJ/(kg K). Calor específico de los humos: 1 kJ/(kg/K). Temperatura ambiente: 15 °C.

Solución

Cálculo de las propiedades termodinámicas de los puntos del ciclo:

El diagrama T-s del ciclo Rankine se representa en la figura 9.2. Para hallar las propiedades termodinámicas de cada punto del ciclo es necesario emplear el

diagrama de Mollier del agua o alguna tabla termodinámica de las que se puedan extraer[8].

Punto 1:

Al conocer la presión de condensación se puede leer en el Mollier la temperatura de saturación correspondiente a dicha presión, que será la que corresponda a los puntos 1 y 4.

$$\textit{Mollier}\text{: } t_{sat}(120 \text{ mbar}) = 49{,}4 \text{ ºC}$$

$$\Rightarrow \quad t_1 = 49{,}4 \text{ ºC} \qquad p_1 = 120 \text{ mbar}$$

El origen de entalpías en el diagrama de Mollier es el punto triple del agua (0,01 ºC y 611,73 Pa). Una buena aproximación para calcular la entalpía del agua líquida en este tipo de aplicaciones es considerar que su entalpía depende de la temperatura y de la presión suponiendo, además, que el calor específico y la densidad son constantes. Bajo dichas premisas, la entalpía se obtiene de la siguiente forma:

$$_1 = \quad \cdot\left(- \quad _{.\ .}\right) + \frac{\left(_1 - \quad _{.\ .}\right)}{\rho} \cong 4{,}18 \cdot 49{,}4 + \frac{(0{,}12)\cdot 10^{-5}}{1000} \cdot 10^{-3} = 206{,}5 \quad /$$

Para realizar los cálculos se han aproximado a cero la temperatura y la presión del punto triple.

Punto 2:

Para calcular el punto 2 es necesario apoyarse en el punto 2s, correspondiente al proceso isentrópico. Partiendo de la ecuación de Gibbs se puede calcular la entalpía del punto 2s:

$$= \quad - \frac{1}{\rho}$$

$$= \frac{\quad}{\rho} \underset{\rho=}{\Rightarrow} \Delta \quad = \frac{\Delta}{\rho}$$

[8] Las propiedades del vapor de agua se pueden obtener del diagrama de Mollier, de tablas termodinámicas o de programas informáticos destinados a ello. En lo sucesivo se hará referencia al diagrama de Mollier si bien puede ser empleado cualquier otra fuente, prestando especial atención al origen de entalpías y entropías en cada caso.

$$ {}_2 = {}_1 + \frac{({}_2 - {}_2)}{\rho} = $$

$$ = 206{,}5\cdot 10^3 (\; / \;) + \frac{(40-0{,}120)\cdot 10^5 (\;)}{1000(\; / \; ^3)} = 210{,}5\cdot 10^3 \frac{\;}{\;} $$

$$ {}_2 = 210{,}5 \frac{\;}{\;} $$

Con el rendimiento de la bomba se puede hallar la entalpía del punto 2:

$$ {}_2 = {}_1 + \frac{({}_2 - {}_1)}{\eta} = 211{,}3 \quad / $$

Por último, la temperatura se calcular aproximadamente de la siguiente forma:

$$ = \quad \cdot \; + \; /\rho \Rightarrow \; = \frac{- \; /\rho}{\;} $$

$$ {}_2 = \frac{{}_2 - {}_2/\rho}{\;} = \frac{211{,}3-4}{4{,}18} = 49{,}6\,^{\circ} $$

Se aprecia que el proceso de bombeo apenas incrementa la temperatura del agua al tratarse de un fluido incompresible. Como se indicó en la teoría y como se verá más adelante al calcular el trabajo consumido, este proceso, a efectos de cálculo, puede ser obviado sin cometer grandes errores.

Punto 3:

Del punto 3 se conoce la temperatura del vapor y la presión:

t_3 = 370 ºC $\qquad$ p_3 = 40 bar

La entalpía y la entropía se pueden obtener leer en diagrama de Mollier:

⇒ h_3 = 3143 kJ/kg $\qquad$ s_3 = 6,65 kJ/(kg K)

Punto 4:

Para calcular el punto 4 es necesario apoyarse en el punto 4s que correspondería a una expansión isentrópica. Para ello se lee en el diagrama de Mollier el punto que tiene una presión de 120 mbar y una entropía igual a la del punto 3:

p_4 = 120 mbar $\qquad$ $s_{4s} = s_3$ =6,65 kJ/(kg K)

⇒ t_{4s} = 49,4 ºC ($t_{saturación}$) $\qquad$ h_{4s} = 2130 kJ/kg $\qquad$ x_{4s} = 0,81

Considerando el rendimiento isentrópico de la turbina se puede calcular la entalpía del punto 4:

$$ {}_4 = {}_3 - \eta \quad \cdot \left({}_3 - {}_4 \right) = 3143 - 0{,}89 \cdot \left(3143 - 2130\right) = 2242 \quad / $$

Con la entalpía y la presión se pueden leer el resto de variables del punto 4.

$$ h_4 = 2242 \text{ kJ/kg} \qquad p_4 = 120 \text{ mbar} $$

$$ \Rightarrow \quad t_4 = 49{,}4 \text{ ºC } (t_{\text{saturación}}) \qquad s_4 = 7{,}01 \text{ kJ/(kg K)} \qquad x_{4s} = 0{,}85 $$

Se observa que el título de vapor en este punto es el 85%, muy cerca del mínimo admisible (84-85%) para que no aparezcan problemas debido a la humedad.

Potencia, rendimiento, gasto de combustible y temperatura del humo:

La potencia obtenida por el ciclo se calcula a partir de la siguiente expresión:

$$ = \dot{} \quad \cdot \quad \cdot \eta \; - \qquad = \dot{} \quad \cdot \left(\left({}_3 - {}_4 \right) - \left({}_2 - {}_1 \right) \right) \cdot \eta \; - $$

Como se conoce la potencia calorífica que la caldera cede al agua del ciclo, el gasto másico puede ser calculado como sigue:

$$ \dot{} \quad = \dot{} \quad \cdot \left({}_3 - {}_2 \right) \Rightarrow \dot{} \quad = \frac{\dot{}}{{}_3 - {}_2} = \frac{5000}{3143 - 211{,}3} = 1{,}71 \quad / $$

La potencia obtenida resulta:

$$ = 1{,}71 \cdot \left(\left(3143 - 2242\right) - \left(211{,}3 - 206{,}5\right) \right) \cdot 0{,}98 - 0 = 1{,}71 \cdot \left(901 - 4{,}8\right) \cdot 0{,}98 $$

$$ = 1498 \qquad = 1{,}498 $$

En el desarrollo anterior se observa cómo la potencia consumida por las bombas $((\dot{} \quad \cdot ({}_2 - {}_1))$ equivale al 0,5% de la proporcionada por la turbina de vapor $\dot{} \quad \cdot ({}_3 - {}_4)$. Por ese motivo y a efectos termodinámicos, en un ciclo Rankine se puede obviar, en una primera aproximación, la potencia consumida en el bombeo, o bien introducirla como parte de la potencia consumida por los elementos auxiliares.

El rendimiento del ciclo Rankine se calcula dividiendo el trabajo útil entre el calor aportado en la caldera, mientras que el rendimiento de la instalación es el cociente entre la potencia de la planta dividida por el calor aportado por el combustible:

$$\eta \qquad = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\left(_3 - \ _4 \right) - \left(_2 - \ _1 \right)}{\left(_3 - \ _2 \right)} = \frac{901 - 4{,}8}{3143 - 211{,}3} = 0{,}306$$

$$\eta_n \quad = \frac{\quad}{\cdot \quad \cdot} = \frac{\quad}{\cdot \quad / \eta} = \frac{1{,}498}{5 / 0{,}78} = 0{,}234$$

donde se ha empleado la definición del rendimiento de la caldera:

$$\eta \quad = \frac{\dot{}}{\cdot \quad \cdot}$$

Utilizando la misma expresión se puede calcular el gasto de combustible:

$$\dot{} \quad = \frac{\dot{}}{\cdot \eta} = \frac{5000}{48000 \cdot 0{,}78} = 0{,}134 \quad /$$

Por último, la temperatura del humo se puede hallar aplicando el balance de energía a la caldera:

$$\cdot \quad \cdot \quad = \quad + \quad = \quad + \quad \cdot \left(\left(1 + \quad / \quad \right) \cdot \quad - \quad \right)$$

$$= \frac{+ \dfrac{\cdot \quad \cdot \quad - \quad \cdot}{\cdot}}{\left(1 + \quad / \quad \right)} = \frac{+ \dfrac{\cdot \quad \cdot \quad - \quad \cdot}{\cdot}}{\left(1 + \quad / \quad \right)} = 212{,}4 \quad /$$

donde se ha considerado que la temperatura ambiente es 15 ºC.

La temperatura del humo es, de ese modo:

$$= \frac{\quad}{\quad} = 212{,}4^{\circ}$$

Cálculo del salto de temperatura del agua refrigerante del condensador:

Para hallar el salto de temperatura que experimenta el agua que refrigera el condensador se debe realizar el balance de energía de éste elemento:

$$\dot{}_n = \quad \cdot \left(_4 - \ _1 \right) = \quad \cdot \quad \cdot \Delta$$

$$\Delta \quad = \frac{\cdot \left(_4 - \ _1 \right)}{\cdot \quad \cdot} = \frac{1{,}71 \cdot (2242 - 206{,}6)}{80 \cdot 4{,}18} = 10{,}4^{\circ}$$

2. INFLUENCIA DE LOS PARÁMETROS TERMODINÁMICOS DE LAS CENTRALES DE CICLO DE VAPOR

Los parámetros termodinámicos son aquellos que definen el ciclo termodinámico y, por tanto, de los que dependen las prestaciones de la planta. En el caso del ciclo de Rankine simple, estos parámetros son la presión y la temperatura del vapor vivo y la presión de condensación.

El estudio de la influencia de estos parámetros sobre las prestaciones del ciclo permite mejorar los diseños. En este tipo de plantas las prestaciones son, como en otros motores térmicos, el trabajo útil, la potencia y rendimiento de la instalación, siendo este último el más importante, debido al tamaño y el coste de las instalaciones. Además de estos factores, se debe considerar la fracción húmeda del vapor a la salida de la turbina por los problemas que ésta puede ocasionar.

A continuación se indica cuál es la influencia de cada uno de los parámetros y cómo deben modificarse para mejorar las prestaciones de la planta. Asimismo se indican los inconvenientes y limitaciones que presentan dichas tendencias que, a posteriori, son las responsables de que el ciclo de Rankine simple no se utilice en las instalaciones reales sino que se empleen modificaciones que aumentan el rendimiento sin los inconvenientes que aparecen con el ciclo simple.

2.1. Influencia de la presión del vapor a la entrada de la turbina

La influencia de la presión del vapor sobre el trabajo útil del ciclo se puede analizar a partir del salto entálpico que tiene lugar en la turbina, manteniendo constantes la temperatura del vapor vivo, la presión de condensación y despreciando el trabajo consumido por las bombas. En la figura 9.5b se muestra cuál es la evolución del salto entálpico al variar la presión. Se observa que, partiendo de presiones del vapor bajas, el salto entálpico aumenta con la presión, ya que la entalpía del vapor vivo permanece casi constante mientras que la del vapor húmedo en el condensador disminuye conforme la presión va aumentando. A presiones más altas, la entalpía del vapor vivo empieza a disminuir incluso en mayor medida que la entalpía de salida. Por tanto, existirá un valor de la presión que haga el trabajo útil máximo.

La influencia de la presión sobre el rendimiento se puede analizar con el diagrama T-s (figura 9.5a). Se observa que al aumentar la presión la temperatura media de aporte de calor es mayor por lo que el rendimiento del ciclo de Carnot

equivalente tiene la temperatura del foco caliente más elevada y el rendimiento del ciclo es mayor. Otra forma de interpretar la figura es por medio de los ciclos de Carnot elementales. Como se observa, la diferencia entre las temperaturas del foco caliente y de frío en cada ciclo elemental es mayor en el ciclo de mayor presión, por lo que el rendimiento crece siempre con la presión.

Finalmente, la influencia que tiene el aumento de presión sobre el título de vapor es, en este caso, negativa; como se ve en cualquiera de los diagramas anteriores, al aumentar la presión el punto final de la expansión se encuentra cada vez más alejado de la línea de vapor saturado y, por tanto, con mayor fracción húmeda. Este hecho, muy perjudicial para el funcionamiento de la turbina, obliga a que las plantas reales no sigan el ciclo de Rankine simple sino que se diseñen según ciclos con recalentamiento y regenerativos, que se estudian posteriormente.

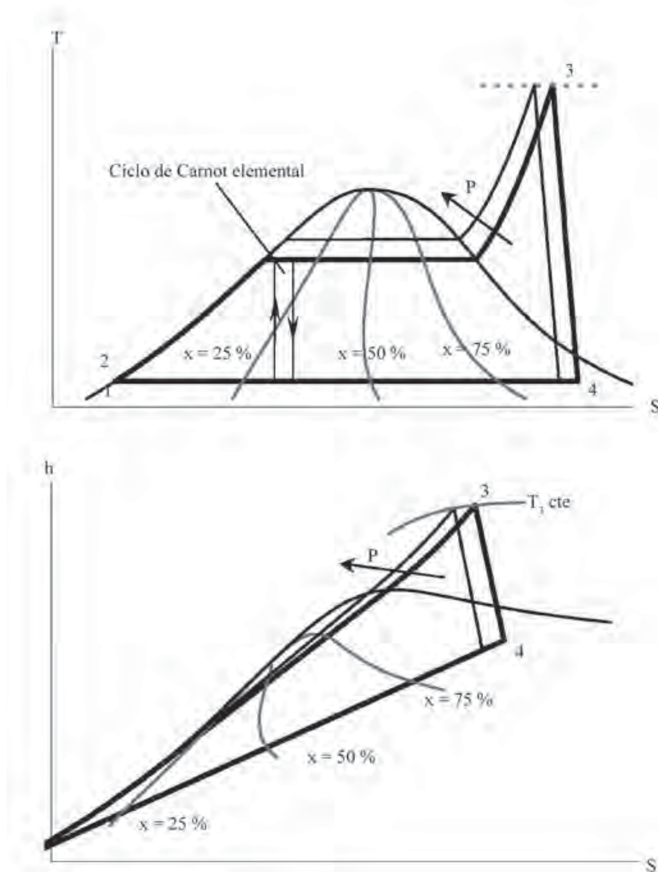


Figura 9.5. Influencia de la presión del vapor.

2.2. Influencia de la temperatura del vapor vivo

El efecto que tiene la temperatura del vapor a la entrada de la turbina sobre las prestaciones del ciclo puede ser de nuevo analizado con la ayuda de los diagramas h-s y T-s (figura 9.6).

En este caso, el aumento de la temperatura es beneficioso para el trabajo específico (aumenta el salto entálpico en la turbina), para el rendimiento (aumenta la temperatura media de aporte de calor) y reduce la fracción húmeda a la salida de la turbina. Sin embargo, la temperatura no se puede elevar todo lo que se desee por razones económicas y mecánicas, ya que se requieren materiales que resistan los esfuerzos a alta temperatura. El límite actualmente se encuentra, aproximadamente, en los 560 ºC.

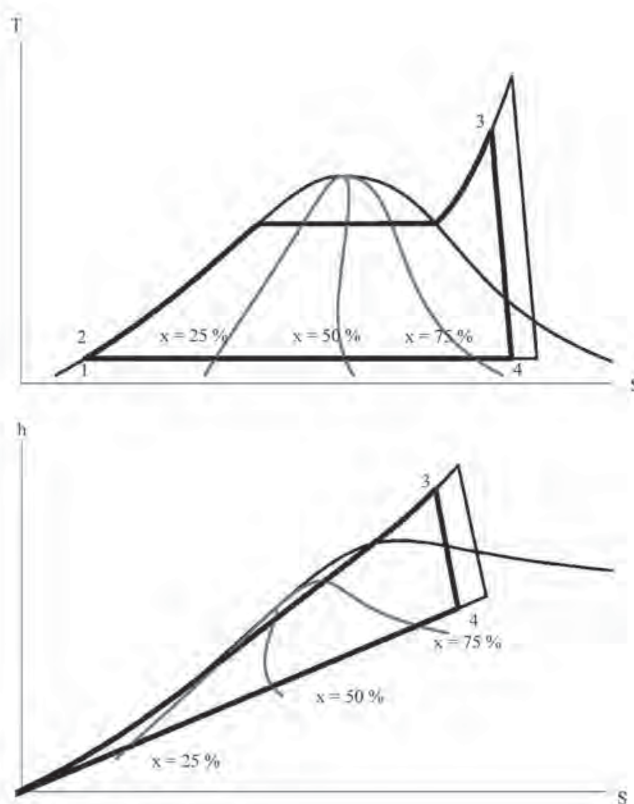


Figura 9.6. Influencia de la temperatura del vapor.

2.3. Influencia de la presión de condensación

La figura 9.7 muestra los diagramas h-s y T-s del ciclo al reducirse la presión de condensación.

En este caso, el trabajo específico y el rendimiento aumentan conforme la presión de condensación se disminuye, ya que el foco frío disminuye su temperatura. La humedad, por su parte, aumenta al disminuir la presión de condensación, lo que perjudica a la turbina.

La tendencia deseada es reducir al máximo la presión de condensación por la mejora que experimentan la potencia y el rendimiento, ya que el aumento de la fracción húmeda se puede evitar, como se verá, utilizando el ciclo con recalentamiento. El valor de la presión de condensación es tanto más bajo cuanto mejor sea el diseño del condensador, pero siempre será tal que la temperatura de saturación sea mayor que la ambiental.

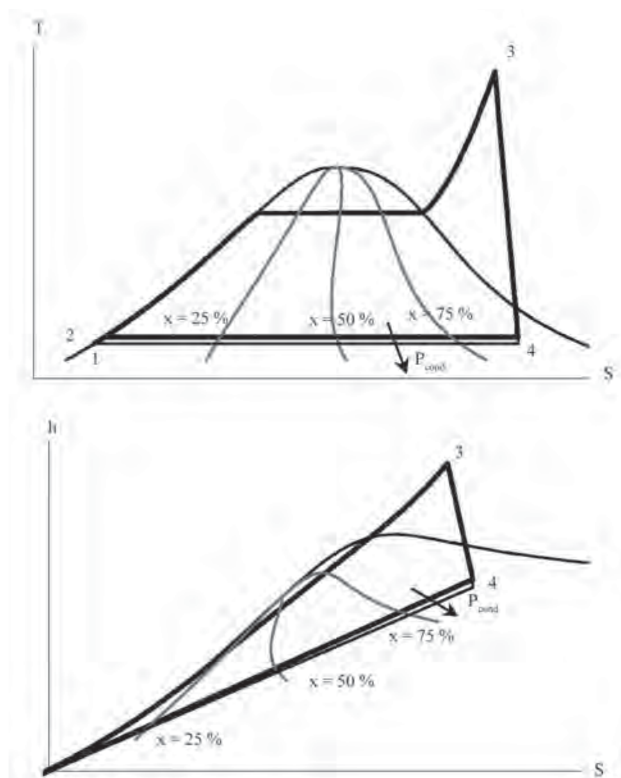


Figura 9.7. Influencia de la presión de condensación.

3. CICLOS DE VAPOR UTILIZADOS EN GRANDES CENTRALES DE VAPOR

El esquema de la instalación de vapor estudiado hasta ahora sigue el ciclo de Rankine simple. Dependiendo del rendimiento o la potencia deseada y de los costes en que se quieran incurrir, la instalación puede modificarse incrementando su nivel de complejidad. A continuación se estudian las modificaciones más frecuentes que se introducen en las grandes plantas basadas en ciclos de vapor (ciclo con recalentamiento y/o regenerativo). Posteriormente, en el epígrafe 9.5 se estudian las que se pueden encontrar en aplicaciones donde se demanda vapor o agua caliente además de energía mecánica o eléctrica.

3.1. Ciclos de vapor con recalentamiento intermedio

Las figuras 9.8 y 9.9 muestran, respectivamente, el esquema y el diagrama T-s de un ciclo de vapor con recalentamiento. El recalentamiento consiste en la extracción del vapor parcialmente expandido en la turbina para calentarlo de nuevo, generalmente en la caldera. El vapor recalentado se introduce posteriormente en el cuerpo de baja presión de la turbina donde finaliza su expansión.

Esta modificación es muy empleada en las instalaciones grandes de vapor y su objetivo esencial es la reducción de la fracción húmeda del vapor a la salida de la turbina (ver el diagrama T-s en la figura 9.9). Además de esta mejora, su empleo también aumenta ligeramente la potencia y puede aumentar el rendimiento de la planta. En efecto, el salto entálpico, que ahora se realiza en dos etapas (ecuación 9.14), es mayor que en el ciclo simple. El aumento de rendimiento se puede apreciar en el diagrama T-s, ya que la temperatura media del foco caliente, siempre que el vapor se recaliente a una presión lo suficientemente elevada, aumenta con el recalentamiento. El rendimiento en las instalaciones con recalentamiento intermedio puede verse notablemente mejorado con respecto a las de ciclo simple ya que, además de lo anterior, su empleo permite aumentar adicionalmente la presión de trabajo sin que la humedad a la salida de la turbina aumente por encima del límite adecuado para su funcionamiento. Las presiones que se alcanzan en la actualidad son muy altas, empleando incluso presiones supercríticas (por encima de 221 bar) de hasta 300 bar, no recomendables en un ciclo de Rankine simple.

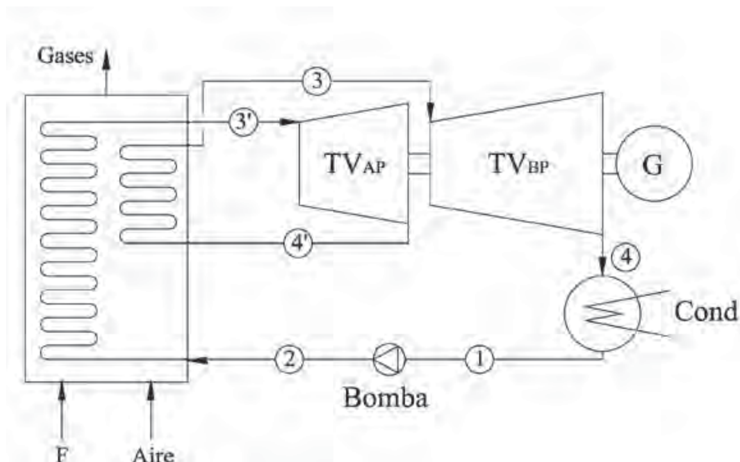


Figura 9.8. Esquema de un ciclo de vapor con recalentamiento intermedio.

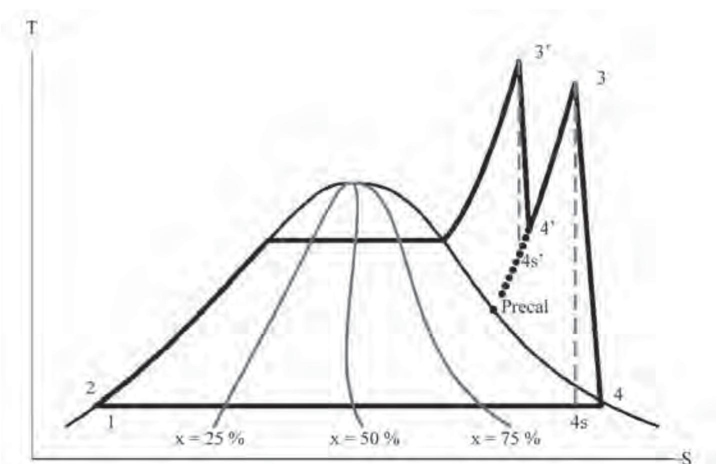


Figura 9.9. Diagrama T-s del ciclo de Rankine con recalentamiento.

Las expresiones para calcular la potencia y el calor suministrado al ciclo son, en este caso, las siguientes:

$$= \cdot \quad \cdot \left(\left({}_{3'} - {}_{4'} \right) + \left({}_{3} - {}_{4} \right) \right) \cdot \eta_{\ ,} \quad - \frac{\cdot \quad \cdot \left({}_{2} - {}_{1} \right)}{\eta_{\ ,}} - \tag{9.14}$$

$$\dot{} \quad = \cdot \quad \cdot \left(\left({}_{3'} - {}_{2} \right) + \left({}_{3} - {}_{4'} \right) \right) \tag{9.15}$$

El objetivo principal del ciclo de Rankine con recalentamiento es aumentar el título de vapor a la salida de la turbina y, de esa forma, poder elevar la presión de trabajo para obtener mayor rendimiento. Además, con el recalentamiento se incrementa la potencia de la planta.

3.2. Ciclos de vapor regenerativos

El ciclo de vapor regenerativo es una modificación del ciclo de Rankine simple cuyo objetivo es la mejora del rendimiento. La regeneración consiste en el precalentamiento del agua de alimentación a la caldera por medio de unos intercambiadores con el vapor de agua que se extrae de la turbina (una o varias extracciones de la zona de baja presión), con el consecuente ahorro de combustible. El esquema del ciclo regenerativo y el diagrama T-s se muestra en las figuras 9.10 y 9.11.

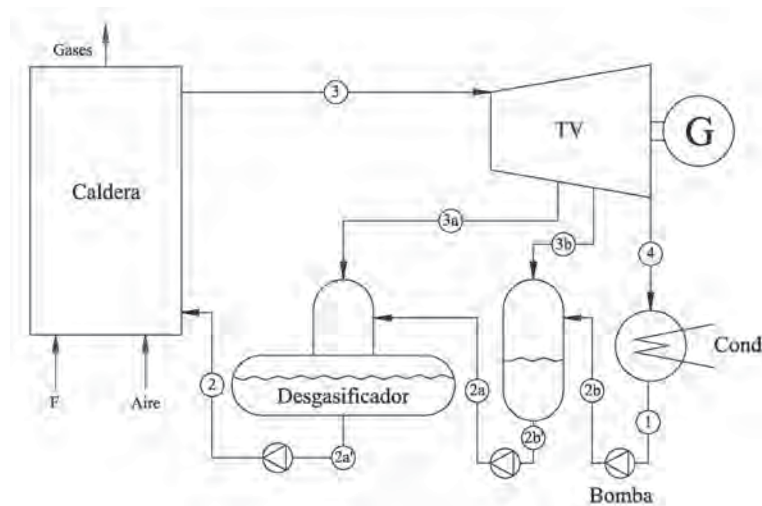


Figura 9.10. Esquema de un ciclo regenerativo con dos extracciones.

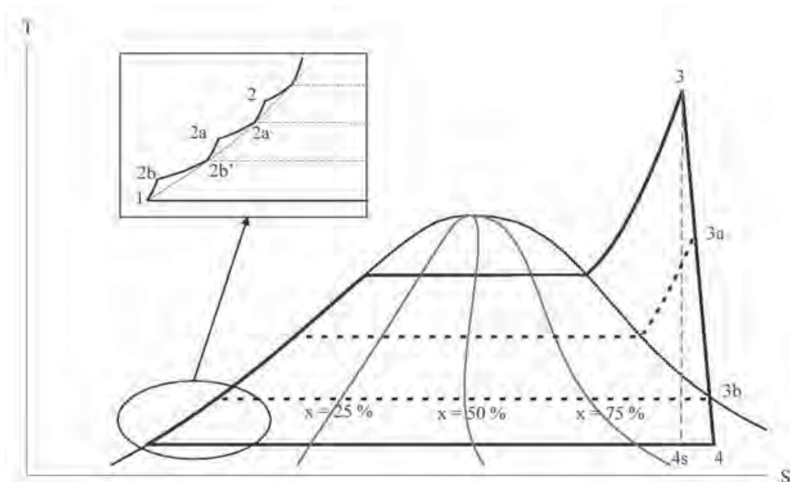


Figura 9.11. Diagrama T-s del ciclo de Rankine regenerativo con dos extracciones.

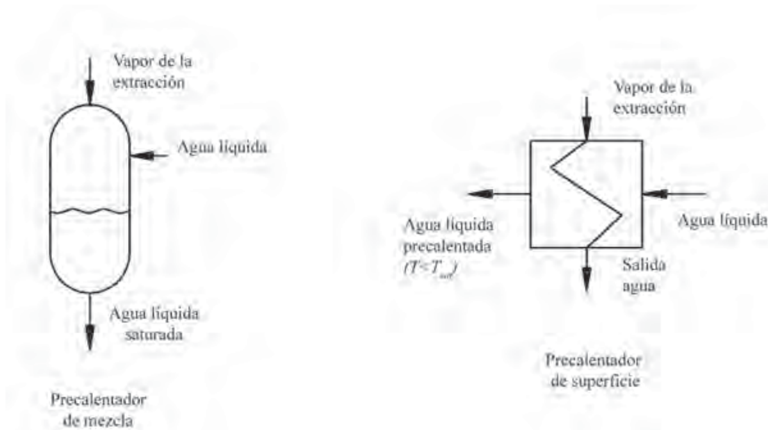


Figura 9.12. Tipos de precalentadores.

Los precalentadores pueden ser de mezcla o de superficie (figura 9.12). En el caso de que sean de mezcla, el agua se recoge de ellos en estado de líquido saturado. Los balances de energía se muestran, respectivamente, en la ecuación (9.16).

Mezcla : · · + · · = · · _

Superficie : · · + · · = · · + · · (9.16)

Uno de los precalentadores siempre debe incorporarse y se denomina *desgasificador*. Su misión es, además de precalentar el agua de alimentación a la caldera, eliminar los gases incondensables que se puedan haber introducido en el circuito, además de servir de depósito de agua del ciclo. Es un intercambiador de mezcla.

Un análisis del ciclo regenerativo puede hacerse considerando que se mantiene constante el gasto de vapor que se genera en la caldera con respecto al no regenerativo. En ese caso, las extracciones de vapor hacen que el gasto que circula por la parte final de la turbina se reduzca, por lo que la potencia proporcionada es ligeramente menor que en el ciclo simple. Sin embargo, el ahorro de combustible compensa con creces esta merma de potencia y el rendimiento aumenta de manera notable.

En efecto, la potencia que se deja de obtener en cada extracción bajo la premisa de mismo gasto de vapor producido en la caldera es:

$$_{,} = \dot{} \cdot \alpha \cdot (- _{4}) \qquad (9.17)$$

donde a_i representa la fracción de masa extraída (en tanto por uno) de la turbina en cada extracción.

Por otro lado, la energía calorífica que aprovecha para precalentar el agua y ahorrar combustible en tales circunstancias es:

$$\dot{}_{,} = \dot{} \cdot \alpha \cdot (- _{2,}) \qquad (9.18)$$

donde $h_i - h_{2,i}$ es el salto entálpico que sufre el gasto extraído al ceder calor al agua de alimentación. Como el agua en el punto $2,i$ se encuentra en estado líquido y en el punto 4 como vapor húmedo, $h_{1,i} << h_4$ y, por tanto, $\dot{}_{,} >> _{,}\,\dot{}$

Si en el análisis se mantiene la potencia generada por el ciclo, el gasto de vapor generado por la caldera ahora será ligeramente mayor en el regenerativo que en el no regenerativo, lo que implica que el ahorro de combustible sea ligeramente menor que en el análisis anterior, al requerir más calor para producir un gasto mayor.

Aunque la ventaja principal de los ciclos regenerativos es el aumento del rendimiento, su empleo acarrea otras ventajas adicionales: la extracción de vapor a baja presión (y baja densidad) permite reducir el tamaño de los cuerpos de baja

presión de la turbina, que son los más críticos en el diseño en cuanto a velocidad periférica y el tamaño de los álabes. Además, estos cuerpos son los de menor rendimiento debido a la aparición de humedad. Por lo tanto, el rendimiento isentrópico global de la turbina mejora, ya que la proporción de potencia que se genera con bajo rendimiento disminuye.

Para concluir se muestra la expresión que permite la potencia de la instalación, teniendo en cuenta la potencia que se deja de obtener con cada extracción:

$$= \dot{} \cdot \left(\left({}_{3} - {}_{4} \right) - \sum_{=1}^{n} \alpha \cdot \left(- {}_{4} \right) \right) \cdot \eta - \qquad (9.19)$$

El ciclo regenerativo se utiliza con vistas a elevar el rendimiento de la instalación, que se consigue gracias al ahorro de combustible como consecuencia del precalentamiento del agua. Adicionalmente, se obtienen otras ventajas que permiten mejorar el diseño y el rendimiento isentrópico de la turbina de vapor.

Ejemplo 9.2

Una central de vapor trabaja según un ciclo Rankine regenerativo —con dos extracciones a 4 y 0,5 bar— y con recalentamiento. La temperatura y la presión a la que se encuentra el vapor producido por la caldera son, respectivamente, 560 °C y 135 bar. El recalentamiento se realiza a 50 bar, elevando la temperatura del vapor en la caldera hasta 535 °C. Posteriormente, el vapor se expande hasta los 50 mbar de presión del condensador.

Se pide calcular las condiciones del agua y del vapor en cada punto del ciclo, el rendimiento del ciclo, el gasto másico de vapor en cada extracción y el beneficio del ciclo regenerativo, sabiendo que la potencia que proporciona la turbina de vapor es, obviando las pérdidas mecánicas, 500 MW.

Datos adicionales: calor específico del agua líquida: 4,18 kJ/(kg K). Los precalentadores son de mezcla, el rendimiento isentrópico de las turbinas 0,88 y el de las bombas 0,80.

Solución

El esquema mecánico de la instalación y el diagrama T-s del ciclo se representan respectivamente en las figuras 9.13 y 9.14.

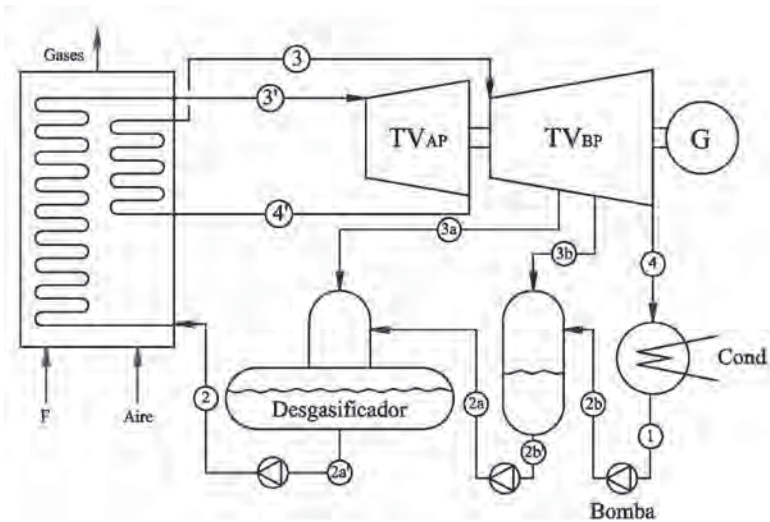


Figura 9.13. Esquema del ciclo de vapor del ejemplo 9.2.

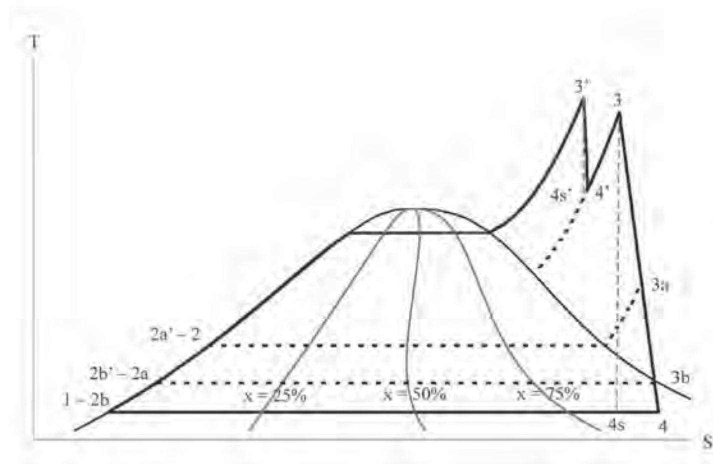


Figura 9.14. Diagrama h-s del ciclo de vapor del ejemplo 9.2.

Cálculo de los puntos del ciclo:

Punto 1:

El punto 1 es líquido saturado a la presión de condensación. Su temperatura se lee en el diagrama de Mollier entrando con la presión dada:

$$= \quad (50\ \text{mbar}) = 32{,}9\ ^{\circ}\text{C} \qquad\qquad = \quad {}_{n} = 50\ \text{mbar}$$

Por lo tanto:

$$h_1 = c_p \cdot t_1 + p_1/\rho = 4{,}18 \cdot 32{,}9 + 50 \cdot 10^2 / 10^6 = 137{,}5\ \text{kJ/kg}$$

Punto 2b:

La presión en el punto 2b es 0,5 bar. El cálculo de la entalpía en el punto 2b se realiza con ayuda del punto 2bs correspondiente a un bombeo isentrópico hasta la misma presión:

$$\Delta \quad = \frac{\Delta}{\rho} \Rightarrow \quad {}_{2} \quad = \quad {}_{1} + \frac{{}_{2} \quad - \quad {}_{1}}{\rho} = 137{,}5 \cdot 10^3 (\quad / \quad) + \frac{(0{,}5 - 0{,}05) \cdot 10^5 (\quad)}{1000(\quad / \quad ^3)}$$

$$_{2} \quad = 137{,}5 \quad /$$

Como h_{2bs} » h_1 se puede considerar que $h_{2b} = h_{2bs} = h_1$ sin necesidad de realizar más cálculos. De esa forma:

$$h_{2b} = 137{,}5\ \text{kJ/kg} \qquad t_{2b} = (h_{2b} - p_{2b}/\rho)/c_p = 32{,}9\ ^{\circ}\text{C}$$

Se vuelve a observar que el trabajo consumido por las bombas es prácticamente despreciable, más aún en este caso que el salto de presiones entre 1 y 2b es muy pequeño.

Punto 2b':

El punto 2b' es también líquido saturado. En este caso la presión es 0,5 bar, correspondiente a su respectiva extracción.

$$= \quad (0{,}5\ \text{bar}) = 81{,}3\ ^{\circ}\text{C} \qquad\qquad = \quad {}_{n} = 0{,}5\ \text{bar}$$

$$= \qquad + \qquad \rho = 4{,}18 \cdot 81{,}3 + 0{,}05 = 339{,}9\ \text{kJ/kg}$$

Punto 2a:

La presión en el punto 2a es 4 bar. La entalpía se calcula con la ayuda del punto 2as.

$$_{2} \quad = \quad {}_{2'} + \frac{{}_{2} \quad - \quad {}_{2'}}{\rho} = 339{,}9 \cdot 10^3 (\quad / \quad) + \frac{(4 - 0{,}5) \cdot 10^5 (\quad)}{1000(\quad / \quad ^3)}$$

$$_{2} \quad = 340{,}3 \quad /$$

Con el rendimiento de la bomba se puede calcular la entalpía del punto 2a, aunque ambos valores serán, de nuevo, muy similares:

$$_2 = \ _{2'} + \frac{(\ _2 - \ _{2'})}{\eta} = 340{,}4 \quad / \qquad = (\qquad \rho) \quad = 81{,}3\ ºC$$

Punto 2a':

El agua se encuentra en estado de líquido saturado a la presión de la correspondiente extracción:

$$= \quad (4\ bar) = 143{,}6\ ºC \qquad = \ _n = 4\ bar$$

$$= \qquad + \qquad \rho = 4{,}18 \cdot 143{,}6 + 0{,}4 = 600{,}6\ kJ/kg$$

Punto 2:

De forma análoga a los procesos de bombeo anteriores:

$$_2 = \ _{2'} + \frac{\ _2 - \ _{2'}}{\rho} = 613{,}7 \quad /$$

$$_2 = \ _{2'} + \frac{(\ _2 - \ _{2'})}{\eta} = 617{,}0 \quad / \qquad = (\qquad \rho) \quad = 144{,}4\ ºC$$

El salto entálpico en el proceso de bombeo es mayor en este caso al ser el incremento de presión igualmente mayor. En cualquier caso, será prácticamente despreciable cuando se compare con el obtenido en la turbina.

Punto 3':

La temperatura del punto 3' y la presión son datos del ejercicio. El estado del agua en este punto es de vapor sobrecalentado. Su entalpía y su entropía se obtienen del diagrama de Mollier:

$$t_{3'} = 560\ ºC \qquad p_{3'} = 135\ bar$$

$$\Rightarrow \quad h_{3'} = 3493\ kJ/kg \qquad s_{3'} = 6{,}62\ kJ/(kg\ K)$$

Punto 4':

En el primer cuerpo de la turbina el vapor se expande desde el punto 3' hasta el 4', cuya presión es la correspondiente al recalentamiento, es decir, 50 bar. Para el cálculo del punto 4' es necesario apoyarse en proceso de expansión isentrópica:

$$p_{4'} = 50\ bar \qquad s_{4s'} = s_{3'} = 6{,}62\ kJ/(kg\ K)$$

$$\Rightarrow \quad t_{4s'} = 392\ ºC \qquad h_{4s'} = 3176\ kJ/kg$$

Con el rendimiento isentrópico de la turbina se calcula la entalpía del punto 4, que permite leer en el diagrama de Mollier, junto con la presión, las demás propiedades:

$$_{4'} = {}_{3'} - \eta \quad \cdot ({}_{3'} - {}_{4'}) = 3493 - 0{,}88 \cdot (3493 - 3176) = 3214 \quad /$$

$$h_{4'} = 3214 \text{ kJ/kg} \qquad p_4' = 50 \text{ bar}$$

$$\Rightarrow \quad t_4' = 407 \text{ ºC} \qquad s_4' = 6{,}67 \text{ kJ/(kg K)}$$

Punto 3:

El vapor extraído se introduce de nuevo en la caldera donde se calienta hasta 535 ºC. Las propiedades del vapor sobrecalentado a dicha temperatura y 50 bar son:

$$t_3 = 535 \text{ ºC} \qquad p_3 = 50 \text{ bar}$$

$$\Rightarrow \quad h_3 = 3516 \text{ kJ/kg} \qquad s_3 = 7{,}08 \text{ kJ/(kg K)}$$

Punto 4:

Como en ocasiones anteriores, se debe calcular primero el punto 4s, que será vapor húmedo a la presión de condensación y con la misma entropía que en el punto 3:

$$p_4 = 50 \text{ mbar} \qquad s_{4s} = s_3 = 7{,}08 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$\Rightarrow \quad t_{4s} = 32{,}9 \text{ ºC } (t_{saturación}) \qquad h_{4s} = 2149 \text{ kJ/kg} \qquad x_{4s} = 0{,}83$$

Posteriormente, se halla la entalpía del punto 4 y, con ella, el resto de propiedades.

$$_{4} = {}_{3} - \eta \quad \cdot ({}_{3} - {}_{4}) = 3516 - 0{,}88 \cdot (3516 - 2149) = 2313 \quad /$$

$$h_4 = 2313 \text{ kJ/kg} \qquad p_4 = 50 \text{ mbar}$$

$$\Rightarrow \quad t_4 = 32{,}9 \text{ ºC } (t_{saturación}) \qquad s_4 = 7{,}59 \text{ kJ/(kg K)} \qquad x_{4s} = 0{,}90$$

Se observa que, comparado con el ejemplo anterior (un ciclo Rankine de ciclo simple), el título de vapor a la salida de la turbina, debido al recalentamiento, pasa desde 0,85 a 0,90 aún cuando la presión de trabajo se ha elevado desde 40 hasta 135 bar.

Puntos 3a y 3b:

El cálculo del punto 3a, donde se lleva a cabo la primera extracción del ciclo regenerativo, es análogo al del punto 4. Éste se debe apoyar en el punto 3as (correspondiente a la expansión isentrópica y no representado en la figura) y, a continuación, considerar el rendimiento isentrópico de la evolución hasta dicho punto. Como éste no se ha proporcionado, se tomará como aproximación el valor correspondiente a la expansión total, es decir, 0,88. Se obtienen los siguientes resultados:

$$t_{3a} = 236{,}8\ °C \qquad p_{3a} = 4\ \text{bar}$$
$$h_{3a} = 2938\ \text{kJ/kg} \qquad s_{3a} = 7{,}33\ \text{kJ/(kg K)}$$

El cálculo del punto 3b, correspondiente a la segunda extracción se lleva a cabo de la misma forma, pero teniendo en cuenta que, en este caso, tanto la evolución isentrópica como la real se introducen en la zona bifásica líquido-vapor:

$$t_{3b} = 81{,}3\ °C\ (t_{\text{saturación}}) \qquad p_{3b} = 0{,}5\ \text{bar}$$
$$h_{3b} = 2622\ \text{kJ/kg} \qquad s_{3b} = 7{,}53\ \text{kJ/(kg K)} \qquad x_{3b} = 0{,}99$$

Rendimiento del ciclo, gasto másico de vapor y beneficio del ciclo regenerativo:

Antes de proceder con los cálculos para hallar el rendimiento, los caudales y el beneficio se debe aplicar el balance de energía a los precalentadores para hallar la fracción másica de cada extracción:

$$\begin{cases} (1-\alpha \quad -\alpha \quad)\cdot \quad_{2} \quad +\alpha \quad \cdot \quad_{3} \quad = (1-\alpha \quad)\cdot \quad_{2'} \\ (1-\alpha \quad)\cdot \quad_{2} \quad +\alpha \quad \cdot \quad_{3} \quad = \quad_{2'} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(h_{2b'} - h_{2b}\right)\cdot \alpha_a + \left(h_{3b} - h_{2b}\right)\cdot \alpha_b = \left(h_{2b'} - h_{2b}\right) \\ \left(h_{2a'} - h_{2a}\right)\cdot \alpha_a = \left(h_{2a'} - h_{2a}\right) \end{cases}$$

$$\alpha_a = 0{,}100\ (10\%\ \text{del total}) \qquad \alpha_b = 0{,}073\ (7{,}3\%\ \text{del total})$$

El rendimiento del ciclo es el cociente entre la potencia neta suministrada por la planta y el calor aportado al agua en la caldera:

$$\eta \quad = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad - \quad}{\quad}$$

$$=(\ _{3'}-\ _{4'})+(\ _{3}-\ _{3}\ )+(\ _{3}\ -\ _{3}\ )\cdot(1-\alpha\ )+(\ _{3}\ -\ _{4})\cdot(1-\alpha\ -\alpha\ )=$$
$$=1397\ \ /$$

$$=(\ _{2}-\ _{2'})+(\ _{2}\ -\ _{2'})\cdot(1-\alpha\ )+(\ _{2}\ -\ _{1})\cdot(1-\alpha\ -\alpha\ )=16{,}9\ \ /$$

$$=(\ _{3'}-\ _{2})+(\ _{3}-\ _{4'})=3195\ \ /$$

$$\eta\ =\frac{1397-16{,}9}{3195}=0{,}432$$

El gasto másico de vapor que produce la caldera se calcula mediante la siguiente expresión:

$$=\dot{\ }\cdot\ \cdot\eta$$

Si no se consideran las pérdidas mecánicas:

$$\dot{\ }=\frac{\ }{-}=\frac{500000}{1397-16{,}9}=362\ \ /$$

Finalmente, el beneficio del ciclo regenerativo se define como el ahorro porcentual de combustible al hacer el ciclo regenerativo manteniendo la potencia producida:

$$=\frac{\dot{\ }_{n}\ .\ -\dot{\ }\ .}{\dot{\ }_{n}\ .}$$

Anteriormente se ha calculado el calor que se debe aportar por unidad de masa al ciclo regenerativo, por lo que de la ecuación anterior falta por conocer el calor que se debería aportar al ciclo no regenerativo para obtener la misma potencia. Para hallarlo, en primer lugar se debe calcular el gasto másico de vapor que se debería generar en dicho ciclo:

$$_{,n}\ =\dot{\ }_{,n}\ \cdot\ _{,n}\ \cdot\eta$$

$$\dot{\ }_{,n}\ =\frac{\ }{(\ _{3'}-\ _{4'})+(\ _{3}-\ _{4})}=\frac{500000}{1482\ \ /}=337{,}4\ \ /$$

donde se ha despreciado la potencia consumida por las bombas, se ha tenido en cuenta que, por definición, la potencia del ciclo no regenerativo es la misma que la del regenerativo y que el ciclo no regenerativo no tiene extracciones. Como consecuencia de esto último, el trabajo útil de la turbina es ligeramente mayor y el gasto de vapor que debe producir la caldera es menor.

Una vez obtenido dicho gasto ya se puede calcular el beneficio:

$$= \frac{\dot{}_{,n} \cdot \left(\left(_{3'} - _{2} \right) - \left(_{3} - _{4'} \right) \right) - \dot{}_{,} \cdot \left(\left(_{3'} - _{2} \right) - \left(_{3} - _{4'} \right) \right)}{\dot{}_{,n} \cdot \left(\left(_{3'} - _{2} \right) - \left(_{3} - _{4'} \right) \right)}$$

$$= \frac{1234 \quad - 1144}{1234} = 0{,}073 = 7{,}3\,\%$$

donde se observa que el agua del ciclo no regenerativo entra en la caldera a la temperatura del punto 2b, ya que, a diferencia del regenerativo, en este caso no ha sido precalentada con extracciones de vapor de la turbina.

4. TURBINAS DE VAPOR EN USOS INDUSTRIALES

Los ciclos estudiados hasta el momento son los que se utilizan en las plantas de producción de energía eléctrica basadas en turbinas de vapor. Sin embargo pueden existir instalaciones industriales que utilicen turbinas de vapor sin que la producción de energía eléctrica sea el objetivo único o prioritario.

Las aplicaciones industriales en las que se puedan introducir turbinas de vapor serán aquellas que requieran vapor a alta temperatura o agua caliente en su actividad. En esos casos, la utilización de un ciclo de vapor que proporcione dichos requerimientos en lugar de una caldera permite abastecer a la industria de parte o de todo su consumo de energía eléctrica, con las consecuentes ventajas económicas que esto pueda conllevar.

En las instalaciones industriales en las que se emplean turbinas de vapor se genera, por tanto, energía eléctrica y calor; se trata de instalaciones de cogeneración[9], a las que se ha hecho referencia en temas anteriores.

Por lo general, los requisitos de calor de las industrias (en forma de vapor o de agua caliente) son tales que el tamaño del ciclo de vapor que se debe instalar es menor que los que se usan en plantas de producción de energía eléctrica. En este caso, es más común encontrar ciclos de Rankine simples.

---

[9] Se denomina *trigeneración* si se obtiene, además, frío por medio de un sistema de refrigeración por absorción.

4.1. Cogeneración con plantas de ciclo de vapor

Los sistemas de cogeneración son aquellas instalaciones en las que se produce conjuntamente energía eléctrica y energía calorífica de forma que se consigue, a nivel global, un cierto ahorro de energía primaria (combustible). Para obtener un ahorro mayor es deseable que la energía calorífica se obtenga a partir de la energía residual (calor que se cede al ambiente) de los ciclos de potencia.

La energía residual en un ciclo de potencia basado en turbina de vapor se puede encontrar en los humos de la chimenea (producto de la combustión) y en el condensador (foco frío del ciclo de vapor). Sin embargo, estas fuentes de energía residual no se pueden emplear para cogenerar: como se ha dicho, la temperatura de los humos no se puede reducir todo lo deseado por las condensaciones ácidas, por lo que es inviable recuperar calor a partir de ellos. Por otro lado, la energía disponible en el condensador no es útil ya que se encuentra prácticamente a temperatura ambiental.

Por dichos motivos, la obtención de energía térmica a partir de instalaciones basadas en turbinas de vapor implica necesariamente la reducción de la potencia mecánica (o eléctrica) generada. Existen dos formas fundamentales de cogeneración a partir de los ciclos de vapor: las turbinas con toma intermedia y las turbinas de contrapresión.

4.1.1. Turbinas con toma intermedia

Esta forma de cogeneración consiste en realizar una o varias extracciones de vapor de la turbina para su uso en procesos industriales. La figura 9.15 muestra un ejemplo de un ciclo de vapor con toma intermedia.

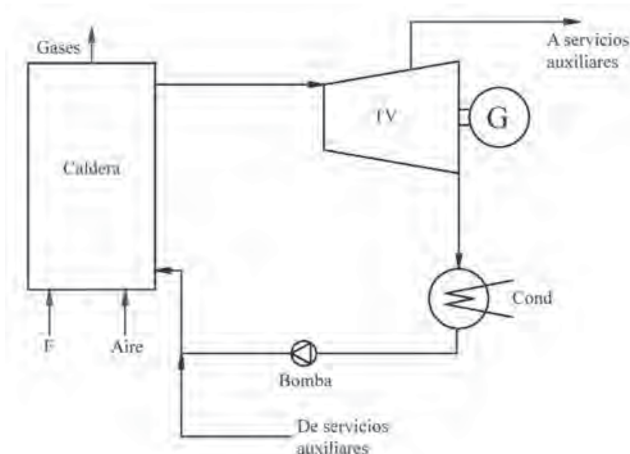


Figura 9.15. Turbina con toma intermedia.

El vapor que se extrae no produce potencia, por lo que la producción de energía eléctrica se reduce.

La presión a la que se deben realizar las extracciones depende de la temperatura necesaria en el proceso. El vapor requerido por el proceso en este tipo de instalaciones es considerablemente menor que el que circula por la turbina de vapor.

4.1.2. Turbinas de contrapresión

En este caso la presión de salida del vapor en la turbina es mayor que la que se tendría en el condensador y se aprovecha el calor sensible y el calor latente (que se disiparía en el condensador) en un proceso industrial.

Los condensadores de los ciclos de vapor, como ya se explicó en el epígrafe 9.2 y 9.3.3, trabajan a presiones menores que la atmosférica, de forma que la temperatura de saturación es ligeramente superior a la ambiental. Las turbinas de contrapresión descargan el vapor al proceso industrial (en lugar de el condensador) a una presión mayor que la atmosférica, de forma que la temperatura sea lo suficientemente alta como para que se pueda aprovechar su energía térmica. La figura 9.16 muestra un ejemplo de un ciclo con turbina en contrapresión.

La reducción de potencia, en este caso, es consecuencia de la disminución del salto entálpico en la turbina debido al aumento de la presión de descarga.

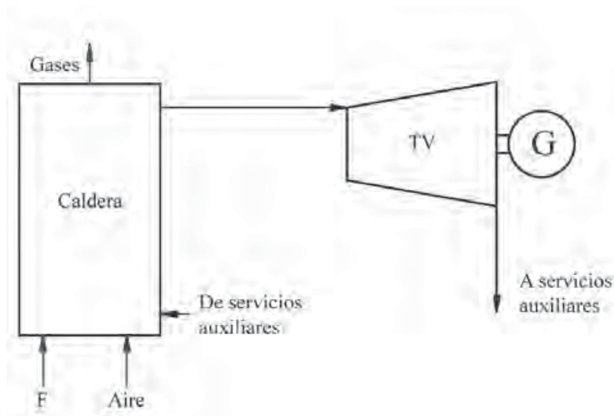


Figura 9.16. Turbina de contrapresión.

Este tipo de cogeneración se emplea cuando el caudal de vapor necesario es del mismo orden que el que circula por la turbina y la temperatura requerida no es excesivamente elevada.

5. DEFINICIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LAS CALDERAS

Se denomina caldera a cualquier dispositivo o instalación capaz de generar vapor o agua caliente a partir de alguna fuente de energía. En el ámbito de la ingeniería térmica, el estudio de las calderas se ciñe a aquellas en las que la fuente sea cualquier energía primaria que provenga de combustibles fósiles (o, a lo sumo, biocombustibles), o bien, energía residual de cualquier otro proceso o motor térmico, en cuyo caso se hablará de calderas de recuperación de calor.

Los generadores de vapor, por otro lado, son aquellos dispositivos o instalaciones capaces de generar vapor. Es decir, la definición coincide con la anterior pero su denominación queda restringida exclusivamente a la producción de vapor de agua.

El fluido que habitualmente se emplea en las calderas es el agua, que es al que se hará referencia a partir de ahora. Sin embargo existen algunas que emplean otros fluidos térmicos —en los casos en los que se desea usar un fluido líquido a

alta temperatura con una presión de trabajo no muy elevada— y calderas mixtas (de agua y fluido térmico conjuntamente). Estos fluidos suelen ser algún tipo aceite, pero también pueden ser alcoholes, compuestos orgánicos, salmueras, e incluso metales líquidos como el mercurio. También existen, aunque son poco frecuentes las calderas de gases (dióxido de carbono, helio o nitrógeno), que se emplean en aplicaciones muy particulares.

Los elementos que constituyen las calderas son muy diversos y dependen del tipo de que se trate. De forma muy general, se muestran a continuación los principales componentes que las integran aunque, como ya se ha mencionado, no siempre aparecen en todos los tipos de calderas:

- *Hogar:* Es el lugar donde se produce la combustión. Su diseño depende del tipo de caldera y del combustible empleado. Debe estar refrigerado debido a las altas temperaturas que alcanzan los gases resultantes de la combustión, siendo el propio agua que se desea calentar o evaporar el elemento refrigerante.
- *Calderín:* Es el depósito que contiene el agua saturada y separa las fases líquida y vapor.
- *Quemadores, inyectores o parrilla:* Son los elementos que introducen el combustible en el hogar. Los quemadores son aquellos que inyectan el combustible líquido o gaseoso, mientras que se denomina inyectores a aquellos que introducen el combustible sólido pulverizado y parrilla al elemento que introduce el combustible sólido (pero no en suspensión en el aire).
- *Chimenea:* Es el elemento que permite expulsar los gases de la combustión a la atmósfera con un tiro adecuado.
- *Cuerpo intercambiador:* Son los intercambiadores de calor que calientan y evaporan el agua aprovechando el calor de los gases.
- *Envolventes:* Son los cerramientos de la caldera, cuya misión es el aislamiento térmico de forma que se minimicen las pérdidas de calor al exterior.

Existen una gran variedad de tipos de calderas que pueden ser clasificadas de distinta forma según el criterio que se seleccione. Uno de los criterios más utilizados y que mayores diferencias marca a la hora de diseñar la caldera es la clasificación según su tipo constructivo. Sin embargo, existen otros criterios también importantes, como pueden ser el tipo de combustible empleado, el campo de

aplicación, el tipo de circulación o la presión de trabajo. Los diferentes tipos de calderas según los criterios mencionados se muestran en la figura 9.17.

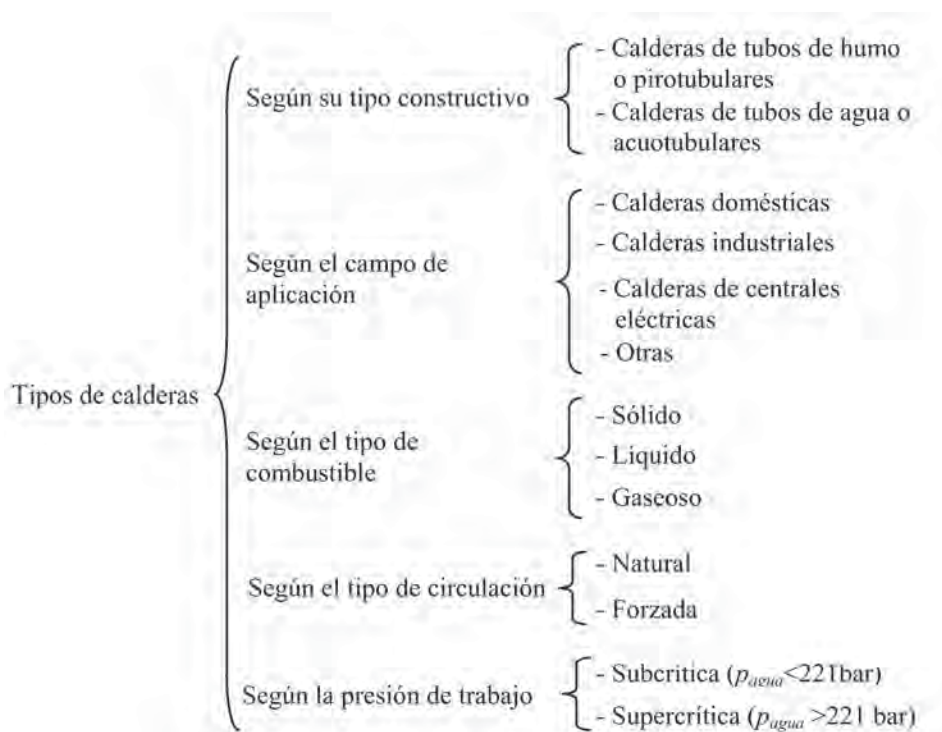


Figura 9.17 Clasificación de las calderas.

Además de las calderas marcadas en la clasificación de la figura, existe otro tipo de calderas llamadas *calderas de recuperación de calor*, que difieren de las tradicionales en la fuente de calor; mientras en las tradicionales el aporte de calor se produce por medio de una combustión (en el ámbito de la ingeniería térmica), en las calderas de recuperación de calor éste se obtiene mediante del calor residual de otras aplicaciones, por ejemplo, los gases de escape de un motor térmico.

5.1. Calderas de tubos de humo o pirotubulares

Una caldera de tubos de humo, como la que se ilustra en la figura 9.18, consiste en un cuerpo cilíndrico que contiene el agua y dentro del cual se encuentra

el hogar y una serie de bancos de tubos por los que circulan los gases de la combustión.

El agua alojada en el interior del cuerpo cilíndrico se encuentra en estado bifásico (líquido-vapor) a la temperatura de saturación correspondiente a su presión de trabajo y hace de refrigerante del hogar a la vez que recibe calor de éste. Por el hogar y por los tubos de humos circulan, por tiro natural, los gases producto de la combustión, que van cediendo calor al agua conforme circulan.

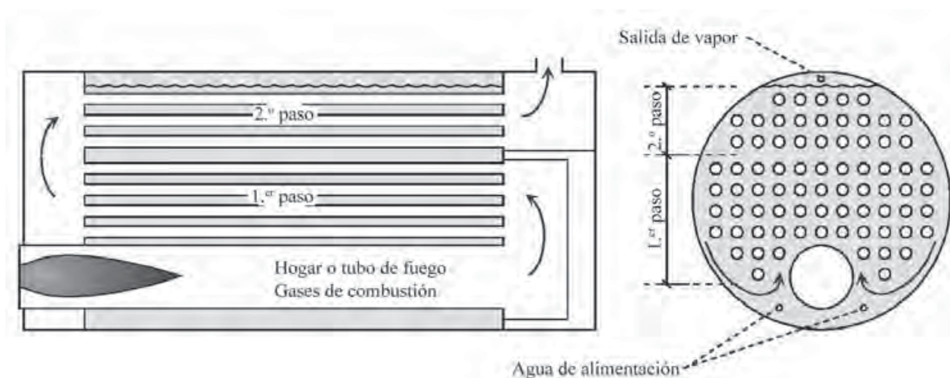


Figura 9.18. Esquema de una caldera pirotubular.

El mecanismo de transmisión de calor entre el agua y las paredes de los tubos o del hogar es convección natural. En el lado del gas hay que distinguir entre el hogar y los tubos. La transmisión de calor en el hogar se produce principalmente por radiación (de la llama a la pared) y minoritariamente por convección (contacto directo del humo con la pared), mientras que el mecanismo de transmisión de calor en los tubos es convección. Para lograr un mayor aprovechamiento de la energía liberada en la combustión las calderas suelen tener dos, tres e incluso cuatro pasos de tubos.

Este tipo de calderas fue la evolución directa de los primeros generadores de vapor, que consistían exclusivamente en un cuerpo esférico o cilíndrico expuesto a la radiación de la combustión, y surgió para aumentar el rendimiento del proceso. En la actualidad se siguen utilizando este tipo de calderas en algunos sectores como el farmacéutico, el textil o el químico. Debido a que no es habitual el sobrecalentamiento, este tipo de calderas no se usa en centrales térmicas de ciclo Rankine.

5.2. Calderas de tubos de agua o acuotubulares

En las calderas de tubos de agua (figura 9.19) el fluido que circula por el interior de las tuberías es el agua, en estado líquido o vapor, mientras que por el exterior circulan los gases producto de la combustión.

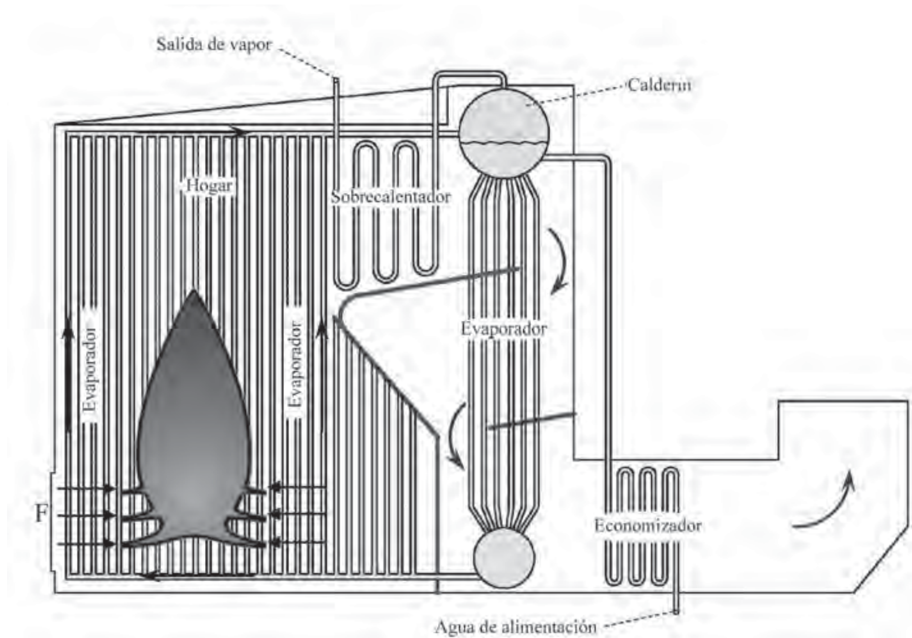


Figura 9.19. Esquema de una caldera de tubos de agua.

El cuerpo contenedor del agua saturada recibe nombre de calderín, que ya se definió anteriormente. Éste, a diferencia de las calderas pirotubulares, no está en contacto directo ni con el hogar ni, en ocasiones, con los gases de la combustión. Por tanto, queda prácticamente exento de transmisión de calor. Dependiendo de las calderas, el calderín puede estar desdoblado (como en la figura 9.19); una parte en la zona superior de la caldera y la otra parte en la inferior. En otras ocasiones, este tipo de calderas tiene diversos calderines a distintas presiones (niveles de presión), cuyo número depende del tipo de aplicación, de los requisitos de vapor que se demanden o simplemente del rendimiento exergético de la caldera que se quiera alcanzar.

Los tubos de agua en contacto con los gases de la combustión constituyen los cuerpos intercambiadores. Es habitual encontrar tres tipos diferentes de inter-

cambiadores: los economizadores, los evaporadores (varios dependiendo del número de niveles de presión), y los sobrecalentadores y recalentadores:

- *Economizadores:* Como ya se adelantó, son bancos de tubos aleteados dispuestos transversalmente al paso del gas. Se encuentran en la parte más fría de la caldera y la transmisión de calor se efectúa por convección, tanto en el interior como en el exterior de los tubos. Su misión es la de precalentar el agua de alimentación de la caldera hasta casi la temperatura de saturación. De esa forma se evita un excesivo choque térmico en la entrada de agua al calderín y se consigue un mayor enfriamiento de los gases de la combustión. Esto permite aprovechar de forma más eficiente el calor liberado en la combustión, con el consecuente aumento del gasto de vapor generado, ya que es posible disminuir de forma adicional la temperatura de los humos.
- *Evaporadores:* Recogen el agua líquida saturada de la parte inferior del calderín correspondiente. Generalmente se encuentran en el hogar, donde los tubos se disponen rodeando la llama cubriendo las paredes del hogar. El mecanismo de transmisión de calor es principalmente radiación, debido a la alta temperatura de la combustión (cercana a los 2000 ºC). En los evaporadores, el agua empieza a evaporarse y es conducida de nuevo al calderín, donde entra como una mezcla bifásica líquido-vapor. En algunas calderas (como la ilustrada en la figura 9.19) existen también evaporadores en la zona convectiva, exenta de radiación. En ese caso, se sitúan inmediatamente después de los economizadores, en una zona de temperatura más elevada que la de estos últimos.
- *Sobrecalentadores y recalentadores:* Tienen como función aumentar la temperatura del vapor hasta los valores deseados. Los sobrecalentadores recogen el vapor saturado del calderín e incrementan su temperatura en el caso que se desee vapor sobrecalentado. Los sobrecalentadores son, al igual que los economizadores, bancos de tubos generalmente aleteados dispuestos transversalmente al paso de los gases, pero por su interior circula vapor en lugar de agua líquida. Los recalentadores son similares a los sobrecalentadores y se utilizan cuando se desea volver a calentar vapor que previamente se ha usado en algún proceso. Ambos (sobrecalentadores y recalentadores) se sitúan en la zona convectiva de mayor temperatura.

Las calderas de tubos de agua pueden ser tanto de circulación natural como de circulación forzada. La circulación forzada tiene las ventajas de poder realizar

los diseños con tubos de un menor diámetro y de tener un mayor control en la regulación de carga y los transitorios. Por el contrario, requieren bombas que hagan circular el fluido, con el consumo energético y el mantenimiento que llevan asociado.

El rango de presiones con las que pueden operar es muy amplio, existiendo calderas que trabajan con niveles de presión desde menos de 3 bar (nivel de baja presión) hasta presiones supercríticas de 300 bar. La operación a presiones supercríticas introduce ciertas características especiales en el diseño de las calderas al no existir una frontera definida entre el estado líquido y el vapor. Por ese motivo no es necesario introducir un calderín (sí se dispone de una botella separadora, por razones de seguridad en transitorios y a cargas parciales, por si se llegara a operar en condiciones subcríticas) y el agua circula de forma continua por la caldera. Este tipo de calderas se denominan de *paso único*.

El campo de aplicación de las calderas acuotubulares es muy amplio, sobre todo en sectores donde se demanda una gran cantidad de vapor a alta presión y temperatura o con largos periodos de operación al año. Se emplean en diversos sectores industriales, como el químico, la refinería o el acero y en las centrales térmicas.

La principal ventaja de las calderas de tubos de agua sobre las de tubos de humo deriva de la seguridad de operación. Las calderas pirotubulares, al consistir en un recipiente cerrado en contacto directo con el hogar y los tubos de humo, pueden incrementar su presión de trabajo ante sobrecargas producidas, por ejemplo, por una pérdida de demanda de vapor; si el gasto de vapor demandado disminuye y el calor aportado por la combustión se mantiene constante, se genera más gasto de vapor, que se va almacenando en la caldera con el consecuente aumento de la presión. Dicho aumento puede ocasionar altas tensiones en el recipiente e incluso la rotura y la explosión del mismo. Este riesgo no existe en las calderas de tubos de agua ya que el calderín es un elemento adiabático que no juega ningún papel en el intercambio de calor entre el agua y el gas.

Otra ventaja de las calderas de tubos de agua frente a las de tubos de humo consiste en la mayor flexibilidad en el diseño que permite reducir las pérdidas exergéticas, ya que se puede forzar a que los gases a alta temperatura cedan

calor al agua a alta temperatura (en forma de vapor vivo[10]) y viceversa, por lo que se acercan las curvas de cesión y absorción de calor del gas y del agua respectivamente.

Finalmente, las calderas de tubos de agua permiten, gracias a la introducción sobrecalentadores, producir vapor sobrecalentado, lo que permite incrementar el rendimiento de los procesos en los que se requiere vapor, sobre todo en centrales térmicas, tal y como se explica en el apartado 9.3.

Como desventaja frente a las pirotubulares se encuentra el coste de la caldera, que es considerablemente mayor a igualdad de demanda de vapor y de presión de trabajo.

5.3. Procesos que tienen lugar en las calderas

El funcionamiento de una caldera, desde un punto de vista termotécnico, se basa simplemente en dos procesos: la combustión (excepto si se trata de una caldera de recuperación de calor) y la transferencia de calor desde el gas a alta temperatura hacia el agua o el vapor. En este apartado se describen muy brevemente los aspectos principales de ambos procesos.

5.3.1. Proceso de combustión

La combustión en calderas y generadores de vapor es el proceso donde se genera el estado térmico de los gases, que posteriormente se empleará en la producción del vapor (o en el calentamiento del agua). Tiene lugar en el hogar y se desarrolla prácticamente a presión constante. La presión suele ser ligeramente inferior a la atmosférica, sobre todo en las grandes calderas, de forma que en caso de daño o rotura de las envolventes del hogar la llama siempre permanezca en su interior. Esta ligera depresión con respecto al ambiente suele estar provocada simplemente por el tiro de la chimenea o inducido por alguna soplante.

El tipo de combustión lo marca el combustible empleado. Si éste es gaseoso o líquido se tratará de una combustión por difusión, en la que el combustible se va quemando conforme el chorro inyectado se encuentra con el aire (previa-

[10] O vapor sobrecalentado.

mente se vaporiza si es líquido). Si el combustible empleado es sólido, se podrá bien introducir en el hogar pulverizado y en suspensión con el aire o bien quemar en una parrilla. En ambos casos, el combustible se quemará una vez vaporizado y mezclado con el aire.

En cualquier caso, la combustión siempre se realiza con exceso de aire (en torno al 100% o al 200%) para asegurar que sea completa y para evitar que los gases producto de la combustión tengan una temperatura que dañe los intercambiadores. Sin embargo, este exceso debe ser solamente el necesario, ya que uno mayor aumentará el gasto másico de humos calientes que se pierden por la chimenea y, por tanto, la energía desperdiciada (como se deduce de la ecuación 9.8 o 9.24).

5.3.2. Mecanismos de transferencia de calor entre el gas y el agua

Una vez que ha ocurrido el proceso de combustión, los gases resultantes de ésta se encuentran a muy alta temperatura, por lo que pueden ceder energía al agua para producir vapor (o agua caliente). Como ya se ha mencionado a lo largo del apartado, los mecanismos de transmisión predominantes en las calderas son la radiación y la convección. El intercambio de calor se produce prácticamente a presión constante, aunque debido a la circulación y rozamiento de los fluidos con las paredes son inevitables ciertas pérdidas de carga, principalmente en el lado del agua.

La transmisión de calor por radiación ocurre en el hogar, que es donde los gases tienen la mayor temperatura. La llama, compuesta principalmente por el CO_2 y el vapor de agua resultantes de la combustión, irradia calor a las paredes del hogar, refrigeradas por el agua que se desea evaporar[11]. La ecuación de transmisión de calor es la siguiente:

$$\dot{} = \cdot \cdot {}_{\Delta} \cdot \Delta_{\log} \qquad (9.20)$$

El coeficiente global de transmisión de calor (*U*), en el caso de los cuerpos de la zona convectiva, depende de la geometría de las superficies de intercambio de calor y engloba los fenómenos de transmisión de calor por convección del gas a la tubería, la conducción térmica a través de la propia pared de la tubería y la

---

[11] Las paredes del hogar pueden ser bien directamente el cuerpo contenedor de agua en las calderas pirotubulares o bien los tubos del evaporador en las acuotubulares.

transmisión de calor por convección en el interior (en el lado del agua). El término $\Delta T_{\log}$ hace referencia a la temperatura logarítmico media del intercambiador[12] y $F_{\Delta TLM}$ es un factor corrector que se emplea debido a que los intercambiadores suelen ser de flujo cruzado.

Por otro lado, en la zona donde predomina la radiación de la llama, el coeficiente global de transmisión de calor engloba la radiación y la convección en el exterior de los tubos, la conducción en la propia tubería y la convección en el interior.

5.4. Diseño de calderas y generadores de vapor

Las calderas y los generadores de vapor son elementos poco estandarizados que se diseñan casi específicamente para cada aplicación, especialmente en las que se requiere de una elevada potencia calorífica como en el caso de las centrales térmicas. Por ello, el objetivo de este apartado será conocer cuáles son los fundamentos del diseño, cuáles son las especificaciones a partir de las cuales ha de realizarse y qué aspectos son los más importantes en él, ya que no existe una metodología específica y única en el diseño constructivo de las calderas. También se destacarán algunas de las características más relevantes que, si bien no son termodinámicas, sí son necesarias para un buen diseño en cada tipo de caldera.

5.4.1. Parámetros y fundamentos del diseño de las calderas

Los principales parámetros de las calderas son los siguientes:

— *Potencia térmica nominal* ($\dot{\ }_{n}$). Es la energía térmica por unidad de tiempo liberada por el combustible en las condiciones nominales de funcionamiento:

$$\dot{\ }_{n} = \dot{\ } \cdot \qquad (9.21)$$

— *Potencia térmica útil* ($\dot{\ }$). Es la potencia térmica transferida al agua o al fluido caloportador, que es menor que la nominal debido al calor re-

12 $\Delta_{\log} = \dfrac{(\ _{,n} - \ _{,}) - (\ _{,} - \ _{,n})}{\ln\left(\dfrac{\ _{,n} - \ _{,}}{\ _{,} - \ _{,n}}\right)}$, válida para cambiadores en equicorriente y en contracorriente.

sidual que contienen los humos a la salida de la caldera y a las posibles pérdidas de calor con el exterior:

$$= \cdot \Delta \qquad (9.22)$$

— *Rendimiento de la caldera* (η). Es el cociente entre la potencia térmica útil y la nominal:

$$\eta = \frac{\cdot}{\cdot \quad \cdot} \qquad (9.23)$$

– *Presión nominal* (p_{nom}). Es la presión de trabajo del agua de la caldera cuando opera en condiciones nominales.

— *Presión máxima de servicio* (p_{max}). Es la presión máxima de trabajo a la que puede ser sometida la caldera.

— *Temperatura nominal* (T_{nom}). Es la temperatura del vapor vivo (o del agua) a la salida de la caldera en su punto nominal de funcionamiento.

— *Superficie de calefacción (A).* Es la superficie total de intercambio de calor de los distintos cuerpos intercambiadores de la caldera.

De entre ellos, se denomina parámetros de diseño a aquellos parámetros que definen termodinámicamente la caldera en su punto nominal de funcionamiento o punto de diseño. Dependiendo de la caldera que se trate, éstos pueden ser muy numerosos, aunque los principales son la temperatura del vapor, la presión de trabajo y la potencia térmica útil. Las condiciones necesarias de presión y temperatura vienen impuestas por la aplicación a la que va destinada el agua (en fase vapor o líquida), bien sea un proceso industrial, servicio doméstico, sector terciario o bien una turbina de vapor para la producción de energía eléctrica.

Los parámetros de diseño permiten realizar los balances de energía de la caldera y de cada uno de sus intercambiadores, conocer sus ecuaciones de transmisión de calor y calcular el rendimiento.

Los balances de energía definen termodinámicamente a la caldera y permiten una primera selección de los distintos tipos que se pueden emplear, ya que no todos ellos serán útiles, por razones de tamaño, potencia e, incluso, presión o temperatura —como se ha indicado a lo largo del tema—. Igualmente, una vez realizados los balances de energía se pueden plantear las ecuaciones de transmisión de calor de cada intercambiador.

Las ecuaciones de transmisión de calor, por otra parte, caracterizan a los distintos intercambiadores, por lo que son la base para realizar el diseño geométrico de la caldera. En efecto, el diseño de la caldera debe consistir en hallar la geometría de los intercambiadores que, en las condiciones nominales de operación, proporcionen los coeficientes globales de transmisión de calor[13] *(U)* necesarios para conseguir las especificaciones deseadas, así como el tamaño y la superficie total de intercambio de calor *(A)* necesaria de cada uno de ellos.

Además de los aspectos termodinámicos anteriores, los diseños deben considerar y controlar una serie de variables como son la pérdida de carga tanto en el lado del gas como del vapor y la temperatura de los humos:

1) *Pérdidas de carga:* las pérdidas de carga en el lado del gas dependen de la velocidad con la que éste circule. Su valor no debe ser muy alto para no desfavorecer el tiro y así no necesitar introducir ventiladores que induzcan su circulación. Por otro lado, cuanto menores sean dichas pérdidas mayor deberá ser la sección de paso y, por tanto, el tamaño de la caldera, lo que puede llegar a ser un inconveniente según el tipo de aplicación. Las pérdidas en el lado del agua dependen también de la velocidad con la que circule y cuanto mayor sea más elevado será el consumo de potencia por parte de las bombas.
2) *Temperatura del gas de escape:* la restricción de la temperatura del gas de escape se debe a la composición de estos; el gas producto de la combustión tiene un cierto contenido en sustancias potencialmente ácidas (CO_2 y SO_2, dependiendo del contenido en azufre del combustible, que es el más perjudicial en este sentido). Estos compuestos se combinan con el vapor de agua inherente a la combustión para formar un vapor ácido que tiende a condensarse en los tubos del economizador y en las paredes de la chimenea si la temperatura es lo suficientemente baja. En la figura 9.20 se muestran los perfiles de temperaturas del humo y del agua que existirían, por ejemplo, en el economizador de una caldera (o, análogamente, en la chimenea). La temperatura del gas es prácticamente constante en toda la sección de paso pero, en las cercanías de los tubos, desciende hasta la temperatura a la que se encuentren éstos. El perfil de la temperatura del agua por el interior de los tubos es el análogo. De esa forma, si la temperatura de la pared es igual o menor a la temperatura de rocío del ácido en el lado del gas, el vapor ácido, se condensa y puede corroer la tubería (el vapor se condensa cuando en el aire del entorno de la pared fría se satura).

[13] El coeficiente global de transmisión de calor (*U*) de un intercambiador depende de las propiedades físicas de los fluidos, de las condiciones de funcionamiento, de su velocidad y del tipo y la geometría del intercambiador.

La temperatura mínima del gas podrá ser una u otra en función del combustible empleado, por su composición y los tipos de ácidos que puedan aparecer. Para evitar la condensación, deben limitarse tanto la temperatura del gas como la del agua de alimentación a la caldera. Otra solución que se lleva a cabo en algunas aplicaciones es la de reducir la conductividad de la pared, que aumenta el gradiente de temperatura en la propia pared y, por tanto, aumenta la temperatura del gas en contacto con ella.

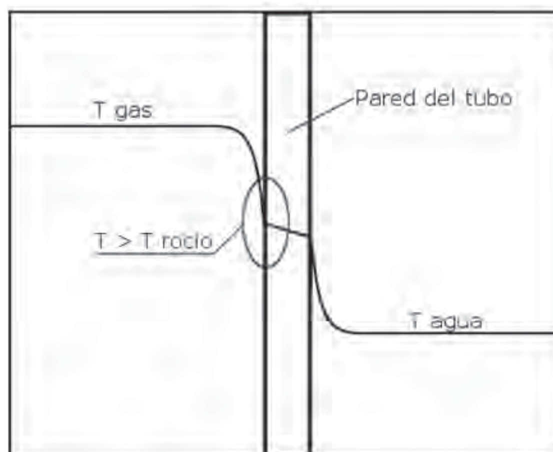


Figura 9.20. Distribución de temperaturas en las proximidades de la pared del tubo.

5.4.2. Balance de energía

El balance de energía global de la caldera, mostrado en la ecuación (9.24), es el instrumento que permite calcular la potencia calorífica que proporciona la caldera así como su rendimiento.

$$\dot{} \cdot \quad + \dot{} \cdot \quad = \dot{} + \dot{} \quad \cdot (1+ \quad) \cdot \quad , \qquad (9.24)$$

No obstante, se pueden aplicar los balances de energía a cada cuerpo intercambiador de calor, de forma que se puedan hallar las temperaturas intermedias, tanto del agua como de los gases, en cada uno de los puntos de la caldera.

En el caso de calderas de tubos de agua o calderas de recuperación de calor, el balance de energía de cada cuerpo convectivo será de la forma de la ecuación (9.25).

$$\dot{}_{n} = \dot{} \quad \cdot (1+ \quad) \cdot \Delta \quad = \dot{} \quad \cdot \Delta \qquad (9.25)$$

En el caso de los cuerpos de la zona de radiación, el balance es el de la ecuación (9.26).

$$\dot{}\ \cdot\ +\ \dot{}\ \cdot\ =\ \dot{}\ \cdot\Delta\ +\ \dot{}\ \cdot(1+\ )\cdot \qquad (9.26)$$

Donde $\dot{}\ \cdot\Delta$ es el calor cedido al agua por radiación y h_{gas} la entalpía del gas a la salida del evaporador. En el balance se ha omitido el intercambio de calor por convección en el lado del gas, ya que es minoritario.

Por último, las ecuaciones (9.27) y (9.28) permiten calcular el calor aportado en el hogar y en los tubos de humo de una caldera pirotubular.

$$\dot{}\ =\ \dot{}\ \cdot\ +\ \dot{}\ \cdot\ -\ \dot{}\ \cdot(1+\ )\cdot \qquad (9.27)$$

$$\dot{}\ =\ \dot{}\ \cdot(1+\ )\cdot(\ -\ ) \qquad (9.28)$$

Donde h_{gas} es la entalpía del gas a la salida del hogar.

5.4.3. Otras consideraciones y especificaciones de los diseños

A la hora de diseñar o seleccionar una caldera para una determinada aplicación no solamente se deben conocer los parámetros de diseño, sino también otra serie de especificaciones o características que pueden tener gran importancia. Las más importantes son las siguientes:

- Coste de la instalación.
- Máximas y mínimas condiciones de carga o potencia de la caldera.
- Modo de operación (varios arranques al día o largos periodos de funcionamiento ininterrumpido).
- Tipo de combustible empleado.
- Propiedades de las cenizas y los inquemados.
- Composición de los humos.
- Limitaciones del entorno.

El coste de la caldera, junto con el número de horas de utilización anual, determinan el coste de amortización, por lo que son también factores importantes en la toma de decisiones y en los estudios de viabilidad, e influyen en el diseño y el tamaño de la caldera. Del mismo modo, las condiciones máximas y mínimas de potencia requerida de la caldera deben ser conocidas.

Otra característica que influye en el diseño de las calderas es el tipo de combustible que se emplee. Las razones son varias: una de ellas es el sistema de alimentación del propio combustible, así como su sistema de transporte desde los depósitos hasta la caldera. Si el combustible es líquido o gaseoso, la caldera debe estar provista de varios quemadores que introduzcan el combustible en el hogar. Las características de la inyección dependerán de si el combustible es gaseoso o si es líquido, así como de las propiedades físicas de éste. Además, en caso de que sea líquido se requerirá de un sistema de bombeo que trasiegue y eleve la presión desde el depósito hasta los quemadores. En el caso de que el combustible sea sólido, la alimentación del combustible dependerá de si se quema en parrilla o en suspensión en aire, en cuyo caso requiere ser triturado, pulverizado y posteriormente ventilado hacia el hogar. Otra característica a tener en cuenta es la composición del mismo. La composición es importante, por un lado, en cuanto a producción de cenizas e inquemados se refiere, ya que se deberá dotar a la caldera de un lugar habilitado para su recogida y eliminación. Por otro lado, la composición es importante también en tanto en cuanto determina la composición de los gases de escape, ya que el carácter más o menos ácido de las condensaciones que puedan presentarse influirá en la temperatura de salida de los mismos.

Por último, las restricciones y limitaciones que imponga el entorno pueden condicionar el tamaño de la caldera y el tipo de combustible, tanto porque exista alguna normativa local que imposibilite el empleo de algún combustible o bien por restricciones o dificultades en el suministro o el almacenamiento del mismo.

Ejemplo 9.3

Una caldera de un nivel de presión de una planta de potencia que trabaja según un ciclo Rankine está constituida por un evaporador en la zona de radiación y un economizador y un sobrecalentador en la zona convectiva. Se conocen además los siguientes datos:

Presión nominal	50 bar
Temperatura del vapor	650 ºC
Temperatura de alimentación.	60 ºC
Gasto másico de vapor nominal.	300 kg/s
Temperatura de los gases de combustión a la entrada del sobrecalentador. . .	680 ºC
Temperatura ambiental	20 ºC

Temperatura de los humos que van a la chimenea	115 ºC
Approach point	5 ºC
Poder calorífico inferior del combustible	42000 kJ/kg.

Despreciar el gasto másico de combustible frente al de aire (˙ + ˙ ≈ ˙).

Se pide:

1. Representar esquemáticamente un esquema de la caldera con sus diferentes intercambiadores de calor, así como su diagrama calor-temperatura.
2. Calcular la temperatura del gas y del agua a la entrada y salida de cada intercambiador.
3. Calcular el gasto másico de combustible y la relación combustible aire.
4. La potencia útil, la potencia nominal y el rendimiento de la caldera.

Suponer que tanto los gases de la combustión como el aire se comportan como un gas ideal con c_p = 1,005 kJ/(kg K).

Solución

Esquema de la caldera y diagrama calor-temperatura:

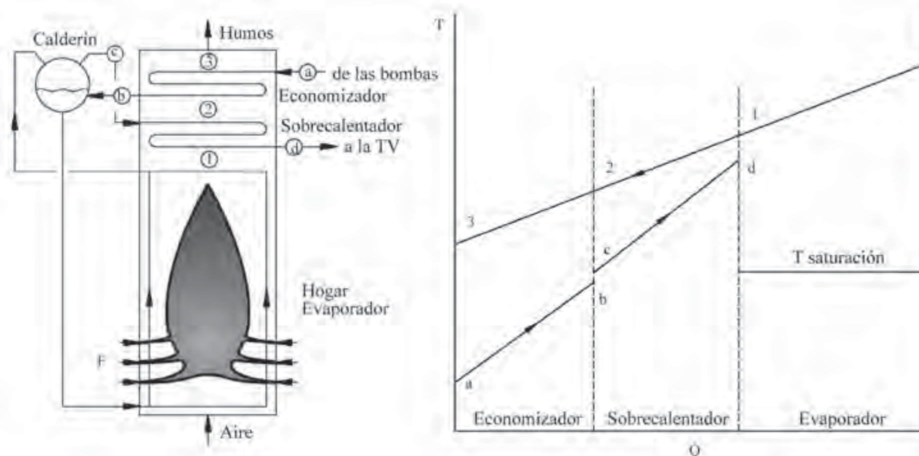


Figura 9.21. Esquema y diagrama Calor-Temperatura de la caldera.

Cálculo de las temperaturas del gas y del agua:

Punto a: La temperatura de alimentación a la caldera es un dato del problema: t_a = 60 ºC. Al estar el agua en estado líquido su entalpía se obtiene de la siguiente forma:

$$h_a = c_{p\ agua} \cdot t_a + p_a / \rho = 4{,}18 \cdot 60 + 5 = 255{,}8 \text{ kJ/kg}$$

Punto b: La temperatura en b viene marcada por el *approach point*, que es la diferencia de temperaturas entre la temperatura de saturación en el calderín y la del agua a la salida del economizador:

$$t_c - t_b = AP \Rightarrow t_b = 263{,}9 - 5 = 258{,}9\ ºC \qquad h_b = 1087{,}2 \text{ kJ/kg}$$

donde t_c se ha obtenido del diagrama de Mollier.

Punto c: el punto c se corresponde con el estado de vapor saturado a 50 bar:

$$t_c = 263{,}9\ ºC;\ h_c = 2794{,}2 \text{ kJ/kg}$$

Punto d: el agua en el punto d se encuentra en estado de vapor sobrecalentado. La temperatura y la presión son datos del problema. La entalpía se calcula con la ayuda del diagrama de Mollier:

$$t_d = 650\ ºC;\ h_d = 3783{,}3 \text{ kJ/kg};\ p_d = \mathit{50\ bar}$$

Punto 1: La temperatura de los gases de la combustión en el punto 1 es un dato del problema. La entalpía se puede calcular suponiendo que los gases se comportan como un gas ideal con c_p constante:

$$t_1 = 680\ ºC;\ h_1 = 1{,}005 \cdot 680 = 683{,}4 \text{ kJ/kg}$$

Punto 2: Aplicando el balance de energía al sobrecalentador y al economizador se tiene:

$$\begin{cases} :(\dot{}\ +\ \dot{}\ )\cdot(\ _1 -\ _2) =\ \dot{}\ \cdot(\ -\ ) \\ :(\dot{}\ +\ \dot{}\ )\cdot(\ _2 -\ _3) =\ \dot{}\ \cdot(\ -\ ) \end{cases}$$

Despreciando el gasto de combustible frente al de aire, tal y como indica el enunciado:

$$\left\{\begin{array}{l} \cdot \quad (_1 - {}_2) = \cdot \quad (\quad - \quad) \\ \cdot \quad (_2 - {}_3) = \cdot \quad (\quad - \quad) \end{array}\right. \Rightarrow \cdot \quad (_1 - {}_3) = \cdot \quad (\quad - \quad + \quad - \quad)$$

En la expresión anterior se conocen todos los datos excepto $\dot{m}_a$. Despejando se obtiene: $\dot{m}_a$= 961,8 kg/s. Introduciendo este valor en el balance del economizador o del sobrecalentador se obtiene: t_2 = 373,1 ºC, h_2 = 374,9 kJ/kg.

Punto 3: La temperatura del punto 3 es también un dato del problema: $_3 = 115^o \quad , \quad _3 = 115{,}6 \quad / \quad .$

Cálculo del gasto másico de combustible y del dosado:

El balance de energía en el evaporador (zona de transmisión de calor por radiación) se escribe de la siguiente forma:

$$\cdot \quad \cdot \quad + \cdot \quad \cdot \quad = \cdot \quad + \left(\cdot \quad + \cdot \quad \right) \cdot \quad _1$$

siendo $\cdot \quad = \cdot \quad \cdot (\quad - \quad)$, por el balance de energía en el calderín.

Despreciando $\cdot$ frente a $\cdot$ la expresión queda:

$$\cdot \quad \cdot \quad + \cdot \quad \cdot \quad = \cdot \quad \cdot (\quad - \quad) + \cdot \quad \cdot \quad _1$$

Finalmente, despejando el gasto másico de combustible se obtiene $\cdot \quad = 27{,}4 \quad / \quad .$

La relación combustible aire es:

$$= \frac{\cdot}{\cdot} = 0{,}0285 \cong \frac{1}{35{,}1}$$

Potencia útil, la potencia nominal y el rendimiento de la caldera:

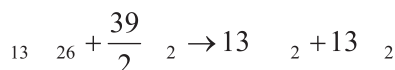
$$\cdot \quad = \cdot \quad \cdot (\quad - \quad) = 1{,}06$$

$$\cdot_n \quad = \cdot \quad \cdot \quad = 1{,}15$$

$$\eta \quad = \frac{\cdot}{\cdot \quad \cdot} = 92{,}0\,\%$$

Por último, a título de ejemplo, se procede a calcular las emisiones anuales de CO_2 que se producirían si se empleara la caldera una media de 7000 horas al año, suponiendo que la composición química media del fuelóleo empleado es $C_{13}H_{26}$ y que la combustión es completa (se produce con exceso de aire):

Ajustando la reacción de combustión (estequiométrica) se obtiene:



Conociendo los pesos moleculares de los elementos que intervienen en la reacción (el peso molecular del C es 12, el del O es 16 y el del H es 1) se puede hallar la cantidad de CO_2 emitida por unidad de fuelóleo consumido:

$$\frac{\ _2}{\ _{13}\ _{26}} = \frac{13\cdot(12+2\cdot 16)}{13\cdot 12+26\cdot 1} = 3{,}14 \quad _2 / \quad _{13}\ _{26}$$

Por tanto, la cantidad de CO_2 emitido en un año, suponiendo que la caldera trabaja 7000 horas al año es:

$$_2 = \cdot \quad _2 \cdot \quad _n \quad _n \quad _n =$$

$$= \cdot \ (\frac{_{13}\ _{26}}{\quad}) \cdot 3{,}14\, (\frac{_2}{_{13}\ _{26}}) \cdot 3600\, (-) \cdot 7000\, (—) \cdot 10^{-9}\, (—) = 2{,}17 \quad /$$

Es decir, la caldera vierte 2,17 millones de toneladas de CO_2 al año.

6. PLANTAS DE CICLO COMBINADO DE TURBINAS DE GAS Y DE VAPOR

6.1. Definición y clasificación de los ciclos combinados

Los ciclos combinados son la última aplicación que se va a estudiar en la que se utilizan turbinas de vapor. Este tipo de ciclos se emplea para la producción de energía eléctrica y son las instalaciones con las que se alcanzan los mejores rendimientos, llegando incluso a superar el 60%.

Se denomina ciclo combinado a la integración de dos o más ciclos termodinámicos de producción de potencia de modo que interactúen para obtener una mejora del rendimiento. El antecedente más antiguo se remonta a principios del siglo XX y, desde entonces, se han realizado numerosas propuestas para establecer dicha integración. En la figura 9.22 se muestra una posible clasificación de

los ciclos combinados en función de los ciclos de potencia que los puedan constituir. En ella se resalta el lugar en el que quedarían incluidos los ciclos combinados de turbinas de gas y de vapor —Brayton y Rankine respectivamente— que son, con diferencia, los más comunes.

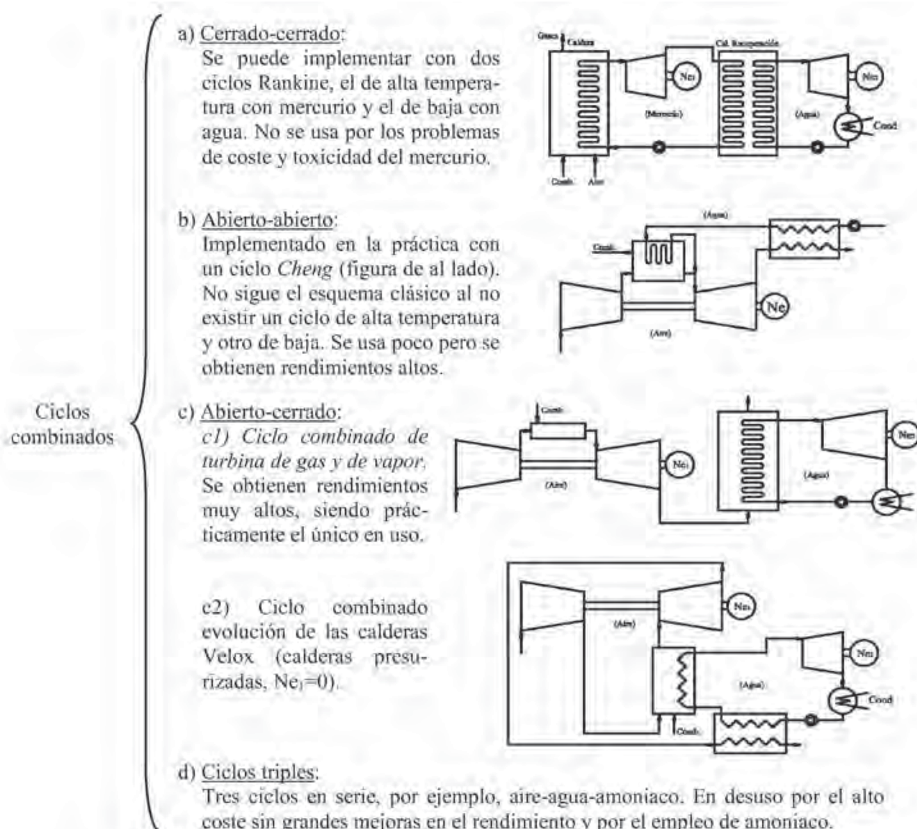


Figura 9.22. Clasificación de los ciclos combinados según los ciclos que los constituyen.

Básicamente, la integración de los dos ciclos consiste en un intercambio de calor de forma que el ciclo de mayor temperatura ceda el calor no convertido en trabajo al de menor temperatura, es decir, se aprovecha parte del calor residual que se cedería al ambiente para producir trabajo en el segundo ciclo.

Un análisis simple desde el Primer Principio de la Termodinámica explica mediante balances de energía por qué aumenta el rendimiento al combinar los

ciclos. La ecuación que expresa el rendimiento del ciclo de alta temperatura es, generalmente, de la siguiente forma:

$$\eta \quad = \frac{\quad}{\cdot} \qquad (9.29)$$

Si el calor residual es aprovechado para producir más potencia, el rendimiento de la planta de ciclo combinado, particularizando para los ciclos combinados de turbinas de gas y de vapor, queda:

$$\eta \quad = \frac{\quad}{\cdot} = \frac{\quad + \quad}{\cdot} = \frac{\quad + \quad}{\cdot \quad \cdot} \qquad (9.30)$$

Este rendimiento es mayor que el obtenido para el ciclo de alta temperatura (TG), ya que se aprovecha la energía residual del gas de escape de la turbina de gas para generar potencia en el ciclo de vapor. Como este último no consume energía primaria, el rendimiento del ciclo combinado aumenta conforme la potencia obtenida en el ciclo de baja temperatura (TV) crece.

El rendimiento del ciclo combinado, como se muestra a continuación, es siempre mayor que el de los ciclos que lo componen por separado[14]:

$$\eta \quad = \frac{\quad + \quad}{\cdot} = \frac{\quad + \eta \quad \cdot \quad \cdot}{\cdot} =$$
$$= \frac{\quad + \eta \quad \cdot \quad \cdot}{\cdot} = \frac{\quad + \eta \quad \cdot (1 - \eta \quad) \cdot \quad \cdot}{\cdot} \qquad (9.31)$$

donde $\cdot$ es el calor residual del ciclo de alta temperatura que cumple, por balance de energía, $\quad = \quad + \quad$ y se supone que es aprovechado completamente para obtener potencia en el ciclo de baja temperatura ($\quad = \quad$)[15]. La ecuación (9.22) queda, por tanto:

$$\eta \quad = \eta \quad + \eta \quad - \eta \quad \cdot \eta \quad = \begin{cases} \eta \quad + \eta \quad \cdot (1 - \eta \quad) \\ \eta \quad + \eta \quad \cdot (1 - \eta \quad) \end{cases} \qquad (9.32)$$

---

[14] El desarrollo es válido si el ciclo de baja temperatura recibe exclusivamente calor residual del de alta, es decir, no existe, por ejemplo, postcombustión.

[15] Esta simplificación se introduce para facilitar el desarrollo de la ecuación. En la realidad, no todo el calor residual se introduce en el ciclo de baja temperatura, ya que, como se verá, el humo que sale de la caldera de recuperación calor contiene cierta energía que se pierde. En ese caso, en las expresiones (9.31) y (9.32) se debería sustituir η_{bajaT} por $\eta_{CRC} \cdot \eta_{bajaT}$, definiendo η_{CRC} como el cociente entre el calor cedido al ciclo de baja temperatura y el calor residual del de alta.

Donde se observa que el rendimiento del ciclo combinado es mayor que el rendimiento del ciclo de alta temperatura y que el de baja.

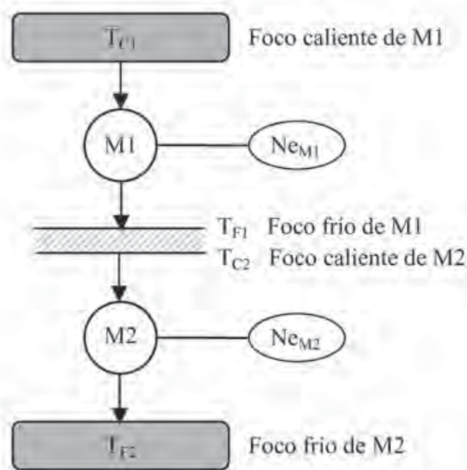


Figura 9.23. Ciclo combinado de máquinas cíclicas de Carnot.

Igualmente, con un análisis simplificado desde el Segundo Principio se establece el límite del valor del rendimiento que se podría alcanzar (considerando ciclos de Carnot) y permite extraer conclusiones acerca de cómo se puede mejorar la interacción entre ambos ciclos.

Utilizando la ecuación (9.32) aplicada a ciclos de Carnot funcionando entre las temperaturas extremas de los ciclos reales se obtiene el rendimiento máximo (inalcanzable) que podría alcanzar la planta de ciclo combinado:

$$\eta_{.} = \left(1-\frac{{}_{1}}{{}_{1}}\right)+\left(1-\frac{{}_{2}}{{}_{2}}\right)-\left(1-\frac{{}_{1}}{{}_{1}}\right)\cdot\left(1-\frac{{}_{2}}{{}_{2}}\right)=1-\frac{{}_{1}}{{}_{1}}\cdot\frac{{}_{2}}{{}_{2}} \quad (9.33)$$

Con la tecnología actual, el ciclo de Brayton alcanza temperaturas de más de 1500 K en el foco caliente y cede calor al foco frío a 700-900 K. El ciclo de Rankine puede alcanzar temperaturas de más de 800 K en el foco caliente y casi temperaturas ambientales en el frío. La combinación de dos ciclos de Carnot entre dichas temperaturas conduciría a rendimientos en torno al 75%. El empleo de ciclos reales, distintos al de Carnot y presentando además pérdidas, reduce

notablemente dicho valor, pero se pueden conseguir, como se ha dicho, rendimientos del 60% debido a los grandes avances en esta tecnología.

Por otro lado, de la ecuación (9.33) se desprende que el hecho de que el ciclo de alta temperatura ceda calor al de baja, siendo las temperaturas de cesión y de absorción distintas, implica una disminución del rendimiento máximo alcanzable. Esta diferencia de temperaturas, como se verá, adquiere un papel fundamental en el diseño de la caldera de recuperación de calor.

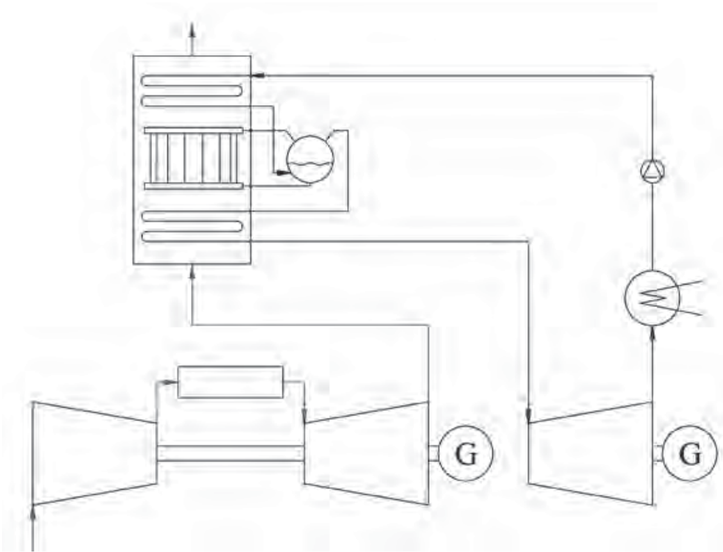


Figura 9.24. Esquema simplificado de un ciclo combinado de gas y de vapor.

6.2. Esquema general de una planta de ciclo combinado de turbina de gas y de vapor

Un ciclo combinado de turbinas de gas y vapor está constituido, muy simplificadamente, por una turbina de gas (ciclo Brayton), una caldera de recuperación de calor (CRC) y un ciclo de vapor (ciclo Rankine). El esquema simplificado es el que se representa en la figura 9.24, aunque existen numerosas modificaciones.

La turbina de gas es el ciclo de alta temperatura y al que se le va a aportar todo el combustible como fuente de calor (salvo cuando haya postcombustión). En su integración dentro del ciclo combinado, se encarga de la producción de la

mayor parte de la potencia y de ceder a la caldera los gases de combustión a una temperatura lo suficientemente elevada como para producir vapor. La caldera de recuperación es el principal nexo entre ambos ciclos. Los gases de escape de la turbina de gas transfieren el calor al agua en una serie de intercambiadores para producir el vapor en las condiciones deseadas. Finalmente, el ciclo de vapor aprovecha el calor recuperado en la caldera para la producción de potencia.

En los primeros diseños de ciclos combinados de turbinas de gas y vapor (sobre la década de 1970), la potencia que generaba la turbina de vapor suponía alrededor de un tercio del total, mientras que el resto lo aportaba el ciclo de gas. De esa forma se conseguían rendimientos ligeramente superiores al 40%. Con la evolución de las tecnologías se ha conseguido incrementar el rendimiento de las turbinas de gas y se ha mejorado la integración de ambos ciclos, elevándose la aportación del de vapor a casi al 40% del total (recuperándose mucho más calor), aumentándose así el rendimiento de la planta.

El rendimiento de un ciclo combinado es tanto más elevado conforme la potencia producida por el ciclo de baja temperatura es mayor. Dicho de otro modo, lo que interesa es aprovechar al máximo el calor residual del ciclo de alta para producir más trabajo en el de baja, porque cuando se consigue más potencia en el ciclo de vapor se alcanza un mayor rendimiento del ciclo combinado.

De los componentes que integran las centrales de ciclo combinado, las turbinas de gas y los ciclos de vapor ya han sido estudiados. Sin embargo, las características que deben tener éstos en su empleo en las plantas de ciclo combinado difieren de las que tenían cuando se diseñaban para su uso aislado. Dicho de otro modo, la optimización de un ciclo combinado no consiste en la optimización de cada uno de sus componentes por separado sino que debe tener en cuenta la interacción entre ambos como parte del proceso. A continuación se describen dichas diferencias y las principales características de las calderas de recuperación de calor.

6.3. Características de las turbinas de gas

La turbina de gas es uno de los componentes más importantes del ciclo combinado y de su diseño dependen muy fuertemente las prestaciones de la planta. Como ya se ha dicho, es el elemento al que se le va a aportar el combustible. Sus principales funciones son producir potencia y ceder calor al ciclo de vapor a través de la caldera.

En la caldera de recuperación se introducen los gases de escape de la turbina de gas. Para que el ciclo de vapor realice una buena conversión del calor en potencia es necesario que dichos gases de escape tengan una temperatura alta. Esta característica impone una diferenciación entre las turbinas de gas para su uso aislado y las turbinas de gas para uso en ciclos combinados. En las primeras es deseable que la temperatura de escape sea lo más baja posible para mejorar el rendimiento. Sin embargo, para lograr una buena integración en un ciclo combinado, merece la pena llegar a un compromiso entre el rendimiento de la turbina de gas y la temperatura de escape de forma que se maximice el rendimiento global (figura 9.25).

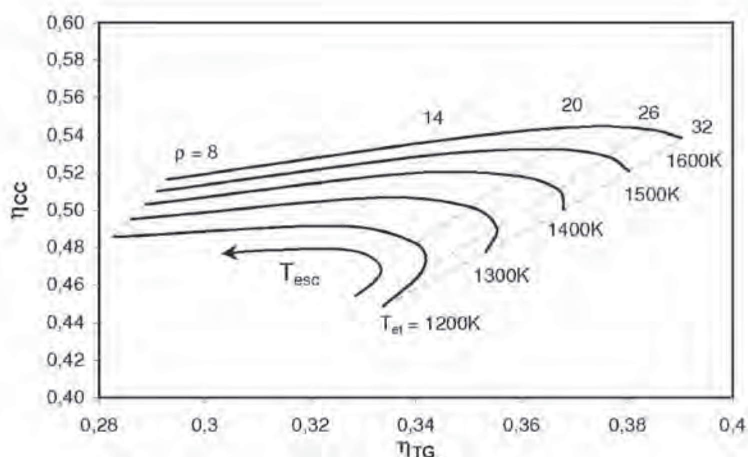


Figura 9.25. Comparación del rendimiento de la turbina de gas y del ciclo combinado.

En dicha figura se observa que, en efecto, el diseño de máximo rendimiento de la turbina de gas no coincide con el de máximo rendimiento del ciclo combinado, obteniéndose este último si la turbina de gas se diseña para obtener una mayor temperatura de escape.

La gran mayoría de las turbinas de gas disponibles en el mercado son turbinas de gas de ciclo simple y, por tal motivo, son las más ampliamente utilizadas en el diseño de ciclos combinados. Uno de los factores que afectan al rendimiento de estos motores es la relación de compresión. Como se dijo en el tema 8, la relación de compresión con la que se diseñan es menor que la que proporcionaría el máximo rendimiento, con vistas a diseñar un motor de mayor potencia específica y de no aumentar excesivamente su coste. Sin embargo, cuando la aplicación a las que

se destina la turbina es la generación de energía eléctrica en centrales de alta potencia, ambos factores pierden importancia en favor del rendimiento. Por ese motivo, las grandes turbinas de gas tienen una relación de compresión mayor (aunque no se llegue a la de máximo rendimiento) pero, como contrapartida, una menor temperatura de escape, lo que merma el rendimiento si se usan en plantas de ciclo combinado, tal y como se indicó en la figura 9.25.

Este inconveniente puede ser evitado si se usan turbinas de gas de combustión secuencial (ciclo compuesto con expansión escalonada y aporte intermedio de calor, figura 9.26). Estas turbinas han ganado aceptación debido a que mantienen (e incluso pueden aumentar) el rendimiento de la propia turbina y mejoran el del ciclo combinado; al realizarse la segunda combustión a presión más baja, la expansión en el último cuerpo es menor y por tanto la temperatura de escape es más alta que con el esquema simple.

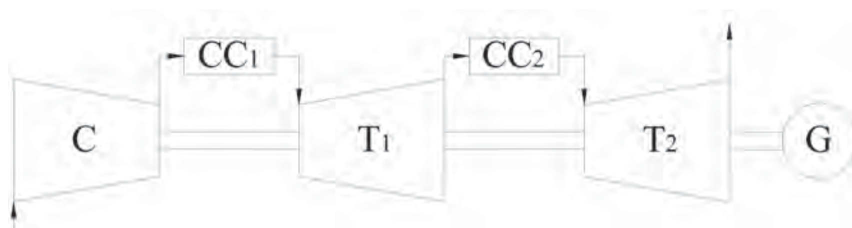


Figura 9.26. Turbina de gas de combustión secuencial.

Como también se indicó en el tema 8, el otro factor importante que influye sobre el rendimiento de las turbinas de gas es la temperatura de entrada a la turbina, que debe ser lo mayor posible para aumentar el rendimiento. Como se indicó, actualmente se alcanzan temperaturas de hasta 1700 K gracias a la refrigeración los álabes de los primeros escalonamientos de la turbina. En una instalación de turbina de gas exclusivamente, esta refrigeración implica unas pérdidas de calor que amortiguan la ganancia de rendimiento obtenida al elevar la temperatura. En los ciclos combinados, sin embargo, el calor evacuado en la refrigeración de la turbina de gas puede ser introducido en el ciclo de vapor, bien porque el fluido que refrigere los álabes sea el agua o vapor del ciclo de vapor o bien mediante intercambiadores de calor aire-agua.

Con ello, además de poder refrigerar los álabes y, de ese modo, alcanzar altas temperaturas en la turbina de gas, se consigue no desperdiciar el calor de la refrigeración. Este calor es un aporte adicional al de la caldera, por lo que se obtienen

mayores caudales de vapor y por tanto mayor potencia en la turbina de vapor, que es, en definitiva, lo que hace aumentar el rendimiento del ciclo combinado.

Por otro lado, una modificación utilizada ocasionalmente en plantas de potencia de turbinas de gas era el ciclo regenerativo. Esta solución mejora el rendimiento de la turbina pero reduce la temperatura de los gases a la entrada a la caldera de recuperación y aumenta el coste de la instalación, por lo que, en la mayoría de los casos, su utilización no es conveniente en las plantas de ciclo combinado.

6.4. Caldera de recuperación de calor

Es el elemento que sirve de nexo entre el ciclo de gas y el de vapor. En ella se introducen los gases de escape de la turbina de gas para que cedan calor al agua del ciclo de vapor. La caldera de recuperación es un conjunto de intercambiadores de calor gas-aire de tipo convectivo, compuesto por bancos de tubos por los que circula el agua transversalmente al paso del gas. En la figura 9.27 se muestra una configuración muy sencilla y su correspondiente diagrama calor-temperatura.

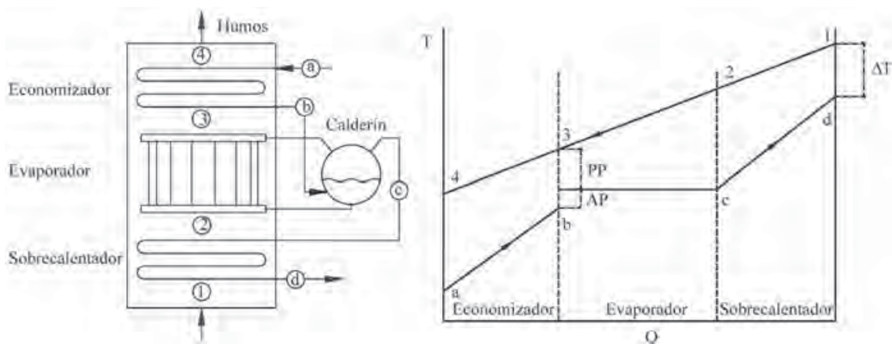


Figura 9.27. Esquema y diagrama Calor-Temperatura de una caldera de recuperación de calor de un nivel de presión.

Los principales compontentes de las calderas de recuperación de calor son los cuerpos intercambiadores (economizadores, evaporadores, sobrecalentadotes y recalentadores) y el calderín, que es un depósito que separa las fases líquida y vapor.

El *economizador* recibe el agua de alimentación y eleva su temperatura hasta un valor cercano al de saturación. La diferencia de temperaturas entre el valor de saturación y la de entrada al calderín se conoce como «approach point» (AP) y debe

ser tal que se asegure que no se produzca evaporación en el economizador cuando se opere a cargas parciales. El approach point afecta también al rendimiento del ciclo; cuanto menor sea, mayor será el rendimiento al reducirse las pérdidas exergéticas. Además, el choque térmico en el calderín será también menor.

La temperatura de alimentación del agua al economizador debe ser lo suficientemente alta para que no se produzcan condensaciones ácidas en los tubos del economizador. El problema de las condensaciones ácidas, como se ha dicho anteriormente, viene provocado tanto por la temperatura de los humos como por la de la pared que se encuentra en contacto con el gas, en este caso los tubos del economizador. En el caso de las calderas de recuperación de calor, el calor intercambiado —la recuperación de calor propiamente dicha— debe ser el mayor posible para incrementar la potencia producida por el ciclo de vapor. Consecuentemente, por balance de energía, la temperatura de los humos será baja y se debe limitar su valor mínimo (90-100 °C si se utiliza gas natural o 140 °C si se utiliza fuelóleo). Por otro lado, la temperatura de los tubos del economizador viene impuesta por la del agua que fluye en su interior. Como la temperatura de condensación es demasiado baja para este propósito, el aguase debe precalentar (unos 60 °C con gas natural o 130 °C con fuelóleo), bien por medio de recirculaciones (figura 9.28) o bien empleando algún precalentador (desgasificador).

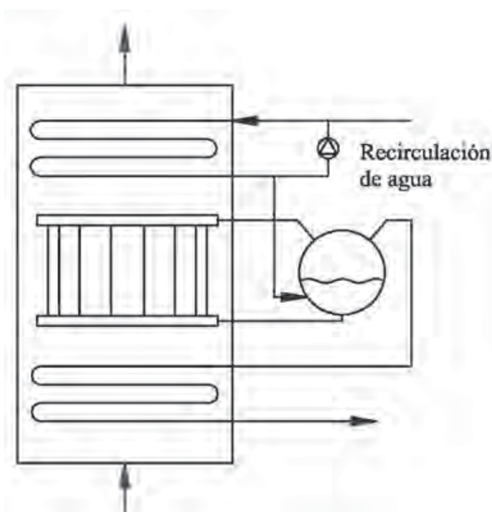


Figura 9.28. Recirculación para precalentar el agua de alimentación a la caldera.

En el *evaporador* es donde se produce el cambio de fase: se recoge líquido saturado del calderín y se le aporta calor para producir vapor. La diferencia mínima entre la temperatura del gas y la de saturación se denomina «pinch point» (PP en la figura 9.27) y es un parámetro fundamental para el diseño de la caldera. Cuanto más pequeño sea mayor será la producción de vapor. Sin embargo la superficie de intercambio de calor de la caldera y el coste aumentan cuando el pinch point se reduce. Es necesario, por tanto, llegar a una solución de compromiso que proporcione una producción satisfactoria de vapor sin elevar excesivamente el coste de la caldera.

Finalmente, el *sobrecalentador* recoge el vapor saturado del calderín y eleva su temperatura hasta las condiciones deseadas. La diferencia entre la temperatura de entrada del gas en la caldera y la temperatura de salida del vapor se denomina «diferencia terminal de temperaturas».

La caldera de recuperación, a diferencia de la turbina de gas y de la de vapor, se diseña específicamente para cada ciclo, y no existe una estandarización de los componentes. De ese modo, se tiene mayor libertad en el diseño para seleccionar los parámetros (pinch point, approach point, diferencia terminal y presión del calderín). Estos parámetros deben ser cuidadosamente escogidos, puesto que las prestaciones del ciclo de vapor y el coste de la caldera dependen de ellos. En la tabla 9.2 se indican los valores aproximados de cada uno de ellos.

La figura 9.24 mostraba la configuración de una caldera muy sencilla de un nivel de presión y sus parámetros de diseño. En una caldera de ese tipo la producción de vapor no es alta debido a que la curva de la evolución de la temperatura del agua durante su calentamiento no se ajusta a la correspondiente al enfriamiento del gas y, consecuentemente, las irreversibilidades en la transmisión de calor son altas (no es objeto del presente curso la profundización en estos conceptos). Para evitar esa pérdida de rendimiento se introducen múltiples niveles de presión. Con ello se consigue que las curvas de las temperaturas se «acerquen» o se «adapten» más fácilmente, reduciéndose las aumentando la cantidad de calor recuperado. En la figura 9.29 se muestra el esquema y el diagrama calor-temperatura de una caldera de 2 niveles de presión y de una de 3 niveles de presión.

Conforme el número de niveles de presión aumenta ambas curvas se van adaptando mejor, aumentando el rendimiento del ciclo combinado, pero también la complejidad y el coste de la planta, ya que se introducen más intercam-

biadores de calor y más calderines. Actualmente se instalan calderas de 2 niveles de presión y de 3 niveles de presión con recalentamiento. El número de niveles se debe estudiar cuidadosamente, siendo más viable incrementarlo si la temperatura de escape de la turbina y la potencia del ciclo es elevada.

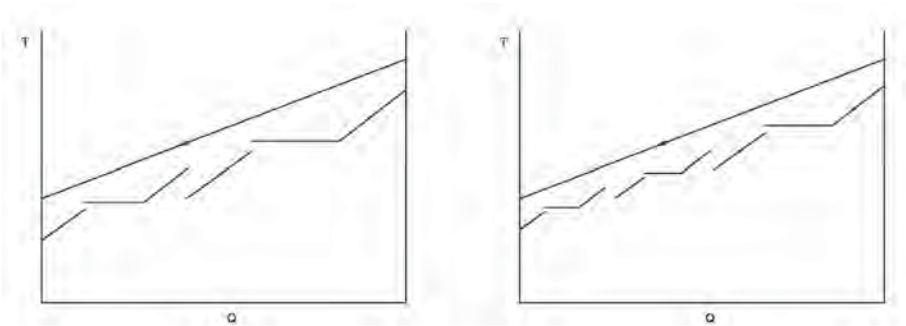


Figura 9.29. Diagramas Calor-temperatura de ciclos de 2 y 3 niveles de presión.

Tabla 9.2. Valores típicos de los parámetros de diseño de una CRC de ciclo combinado

Parámetro		Caldera de dos niveles de presión (ciclo de 200-300 MW)	Caldera de tres niveles de presión (ciclo de 400-500 MW)
Presión	nivel de alta	60 – 90 bar	130 -160 bar
	nivel intermedio	-	20-50 bar
	nivel de baja	< 10 bar	< 5 bar
Pinch points		3 – 15 K	
Approach Points		~ 10 K	
Temperatura del vapor		La mayor posible (máx. 560 ºC)	

Otro tipo de calderas de recuperación de calor que se puede emplear (aunque actualmente sólo existe a nivel experimental) son las calderas de recuperación de paso único. Estas calderas están principalmente diseñadas para funcionar con presiones de vapor supercríticas, aunque pueden ser utilizadas con fluidos en condiciones subcríticas pero con presiones muy altas (más de 160 bar). La figura 9.30 muestra la evolución de la temperatura en la que el nivel de alta trabaja en condiciones supercríticas.

Como se observa en dicho diagrama, al no existir temperatura de saturación (en el nivel de mayor presión), las curvas del gas y del vapor pueden adaptarse mejor, mejorándose aún más la producción de vapor.



Figura 9.30. Diagrama Calor-temperatura de un ciclo de tres niveles de presión con el de alta a presión supercrítica.

Por último, también existe la posibilidad de realizar una postcombustión antes de introducir los gases de escape en la caldera. La poscombustión es posible debido a que la combustión en la turbina de gas se realiza con exceso de oxígeno (dosados pobres). Los ciclos que la incorporan tienen por lo general un rendimiento menor, aunque en algunos casos puede ser útil si se desea obtener más potencia (en el ciclo de vapor se puede obtener incluso mayor potencia que en el de gas) o mejorar el rendimiento a cargas parciales, ya que en este modo de funcionamiento la temperatura de escape de la turbina de gas se puede reducir muy notablemente.

El rendimiento que alcanza un ciclo con postcombustión viene determinado, partiendo del mismo diseño sin post-combustión, por la siguiente ecuación:

$$\eta_{-} = \frac{-}{\cdot \quad -} = \frac{+\Delta}{\cdot \quad +\Delta \quad \cdot} \qquad (9.34)$$

donde el subíndice *post-comb* hace referencia al ciclo combinado con postcombustión, ΔN_e es el incremento de potencia obtenido en el ciclo con postcom-

bustión en relación al original y $\Delta^{\cdot}$ es el calor aportado en la postcombustión.

Desarrollando la ecuación (9.34) se obtiene:

$$\eta_{_} = \frac{\cdot\left(1+\frac{\Delta}{}\right)}{\dot{}\cdot\left(1+\frac{\Delta^{\cdot}}{\cdot}\right)} = \eta \cdot \frac{\left(1+\frac{\Delta}{}\right)}{\left(1+\frac{\Delta^{\cdot}}{\cdot}\right)} \qquad (9.35)$$

El rendimiento del ciclo con postcombustión será mayor que el de partida cuando se cumpla:

$$\frac{\Delta}{} > \frac{\Delta^{\cdot}}{\cdot} \Leftrightarrow \frac{\Delta}{\Delta^{\cdot}} > \eta \qquad (9.36)$$

Es decir, cuando la relación entre el aumento de potencia y el calor aportado en la postcombustión sea mayor que el rendimiento del ciclo primitivo. Esto ocurre sólo en ciclos muy particulares y con muy mal rendimiento de partida.

6.5. Características del ciclo de vapor

El ciclo de vapor es el ciclo de baja temperatura. Su objetivo es el producir la mayor cantidad posible de potencia a partir del calor que se recupera en la caldera (por lo que sus prestaciones están muy a expensas del diseño de ésta); para una turbina de gas fija, cuanto mayor sea la potencia producida por el ciclo de vapor, mayor será el rendimiento del ciclo combinado.

El uso de un ciclo con recalentamiento tiene las mismas ventajas e inconvenientes que en las plantas de vapor tradicionales, por lo que suele ser empleado en los ciclos de alta potencia (mayor de 250 MW). En el caso del ciclo combinado también puede mejorar el rendimiento de la caldera ya que se reducen de nuevo las pérdidas exergéticas al aproximarse las temperaturas del gas y del vapor.

En las centrales de vapor tradicionales el ciclo suele ser regenerativo. Esta solución en las centrales tradicionales permite el ahorro de combustible o el

aumento de la producción de vapor y el consiguiente aumento de rendimiento. Sin embargo, en los ciclos combinados, el consumo de combustible lo marca la turbina de gas y la producción de vapor el pinch point, por lo que el aumento de la temperatura de alimentación conduce a una reducción de la recuperación de calor y, sobre todo, a una reducción de la potencia de la turbina de vapor debido a las extracciones. De ese modo el rendimiento disminuye y su uso no presenta ningún beneficio.

A pesar de ello, sí es habitual encontrar en algunos diseños una extracción de vapor en la turbina dirigida hacia un precalentador de mezcla. Las funciones del precalentador son hacer de desgasificador (necesario en cualquier planta) y controlar la temperatura de entrada del agua a la caldera, no para convertir el ciclo en uno regenerativo sino para asegurar una temperatura mínima que no cause condensaciones ácidas en el economizador.

Ejemplo 9.4

Una planta de producción de energía eléctrica de ciclo combinado consta de una turbina de gas de ciclo simple, de una caldera de recuperación de calor de un nivel de presión (figura 9.27) y de un ciclo de vapor simple. Se conocen, además, los siguientes datos:

Turbina de gas:

Gasto másico de aire	500 kg/s
Relación de compresión	20:1
Temperatura a la salida del compresor	747,3 K
Temperatura a la salida de la cámara de combustión	1350 ºC
Rendimiento isentrópico de la turbina	89 %
Rendimiento de la cámara de combustión	97 %
Pérdida de carga en la admisión	20 mbar
Pérdida de carga en la cámara de combustión	1 bar
Pérdida de carga en el escape y la caldera de recuperación . .	40 mbar
Condiciones ambientales	15 ºC y 1 bar

Caldera de recuperación y ciclo de vapor:

Gas:	t (ºC)	Agua:	t (ºC)	h (kJ/kg)
Punto 1	-	Punto a	33	-
Punto 2	-	Punto b	259	-
Punto 3	274	Punto c	264	-
Punto 4	-	Punto d	560	3574

Entalpía del vapor a la salida de la turbina: . . . . 2353 kJ/kg
Presión de evaporación . . . . 50 bar
Presión de condensación . . . . 50 mbar

Se pide:

1) Calcular la presión y la temperatura en cada uno de los puntos de la turbina de gas.

2) Calcular el dosado de la turbina de gas, el trabajo útil y el rendimiento termodinámico de la turbina de gas.

3) Calcular el gasto de vapor que produce la caldera, la temperatura de salida de los gases a la atmósfera, el pinch point o punto de contecto y el approach point o punto de acercamiento.

4) Hallar la potencia y el rendimiento de la instalación completa sabiendo que la potencia de pérdidas mecánicas, de accionamiento de auxiliares y de accionamiento de las bombas del ciclo de vapor suponen 7 MW.

Otros datos:

Poder calorífico del combustible . . . . 48000 kJ/kg
Calor específico del aire . . . . 1 kJ/(kg·K)
Calor específico de los gases producto de la combustión 1,1 kJ/(kg·K)
$(\gamma-1)/\gamma$ de los gases producto de la combustión 0,285
Calor específico del agua líquida . . . . 4,18 kJ/(kg·K)
Origen de entalpías de todos los fluidos . . . . 0 ºC

Solución:

1. Se recomienda representar los diagramas T-s de los ciclos.

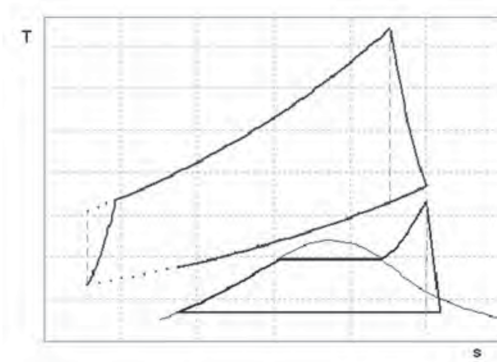


Figura 9.31. Diagramas T-s de la turbina de gas y de la de vapor.

01. Aire a la entrada al compresor:

$$T_{01} = 288 \text{ K} \qquad p_{01} = p_{atm} - \Delta p = 0{,}98 \text{ bar}$$

02. Aire a la salida del compresor y entrada a la cámara de combustión:

$$T_{02} = 747{,}3 \text{ K} \qquad p_{02} = p_{01}\cdot rc = 19{,}6 \text{ bar}$$

03. Gases a la salida de la cámara de combustión y entrada a la turbina:

$$T_{03} = 1623 \text{ K} \qquad p_{03} = p_{02} - \Delta p = 18{,}6 \text{ bar}$$

04. Gases a la salida de la turbina:

$$p_{04} = p_{atm} + \Delta p = 1{,}04 \text{ bar}$$

$$_{04} = {}_{03} \cdot \left(\frac{_{04}}{_{03}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 713{,}4$$

$$_{04} = {}_{03} - \eta \cdot \left({}_{03} - {}_{04} \right) = 813{,}5$$

2. Dosado de la turbina de gas, el trabajo útil y el rendimiento termodinámico de la turbina de gas.

Aplicando el balance de energía a la cámara de combustión:

$$\cdot \quad \cdot\eta \quad = (1+ \quad)\cdot \quad _{03} - \quad _{02} \Rightarrow \quad = \frac{\cdot \ _{03}[^{o} \quad] - \quad \cdot \ _{02}[^{o} \quad]}{\cdot\eta \quad - \quad \cdot \ _{03}[^{o} \quad]} = 0{,}02242$$

$$= (1+ \quad)\cdot \quad (\ _{03} - \ _{04}) - \quad (\ _{02} - \ _{01}) = 451{,}1 \quad /$$

$$\eta \quad = \frac{}{} = \frac{}{\cdot \quad \cdot\eta} = 43{,}21\%$$

3. Gasto de vapor, temperatura de salida de los gases a la atmósfera, pinch point y approach point.

$$\cdot \quad \cdot(1+ \quad)\cdot(\ _{1} - \ _{3}) = \cdot \quad \cdot(\quad - \quad)$$

Con $h_b = 4{,}18 \cdot t_b + p_b/r = 1087{,}6$ kJ/kg

$$\cdot \quad = 60{,}24 \quad /$$

$$\cdot \quad \cdot(1+ \quad)\cdot(\ _{1} - \ _{4}) = \cdot \quad \cdot(\quad - \quad)$$

Con $h_a = 4{,}18 \cdot t_a + p_a/r = 137{,}9$ kJ/kg

$$_{4} = 172{,}1^{o}$$

$$= \ _{3} - \quad = 10^{o} \quad = 10$$

$$= \quad - \quad = \quad - \quad = 5^{o} \quad = 5$$

4. Potencia y el rendimiento de la instalación.

$$_{n} \quad = \cdot \quad \cdot \quad + \cdot \quad \cdot(\quad - \quad _{,} \quad) - \quad = 292{,}1$$

$$\eta_{n} \quad = \frac{_{n}}{\cdot \quad \cdot} = \frac{_{n}}{\cdot \quad \cdot \quad \cdot} = 54{,}3\%$$

Ejemplo 9.5

Una planta de producción de energía eléctrica de ciclo combinado consta de una turbina de gas de ciclo simple, de una caldera de recuperación de calor de un nivel de presión y de un ciclo de vapor simple. Se conocen, además, los siguientes datos:

— *Turbina de gas:*

Gasto másico de aire . . . . 350 kg/s

Relación de compresión 20:1

Rendimiento isentrópico del compresor	84 %
Temperatura a la salida de la cámara de combustión ..	1350 ºC
Rendimiento isentrópico de la turbina	89 %
Rendimiento de la cámara de combustión	97 %
Condiciones ambientales	15 ºC y 1 bar
Se desprecian las pérdidas de carga	

— *Caldera de recuperación de calor y ciclo de vapor:*

Presión de trabajo	45 bar
Presión de condensación	60 mbar
Temperatura del vapor	560 ºC
Pinch Point	10 ºC
Approach Point	5 ºC
Rendimiento isentrópico de la turbina	85 %
Rendimiento iesntrópico de la bomba	75 %

— *Otros datos:*

Poder calorífico del combustible	48000 kJ/kg
Calor específico del aire	1 kJ/(kg·K)
Calor específico de los gases producto de la combustión	1,1 kJ/(kg·K)
γ del aire	1,4
γ de los gases de combustión	1,35
Calor específico del agua líquida	4,18 kJ/(kg·K)

Se pide calcular la presión y la temperatura en cada uno de los puntos de la turbina de gas; la presión y la entalpía en cada punto del ciclo de vapor; y el rendimiento de la turbina de gas, del ciclo de vapor y del ciclo combinado.

Solución:

Resolución de los puntos de la turbina de gas:

01. Aire a la entrada al compresor:

$$t_{01} = 15\ ºC = 288{,}15\ K \qquad p_{01} = 1\ bar$$

02. Aire a la salida del compresor y entrada a la cámara de combustión:

$$_{02} = {}_{01} \cdot \quad = 20$$

$$_{02} = {}_{01} \cdot \left(\frac{_{02}}{_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 678{,}17 \quad = 405{,}02^{\,o} \quad ; \; _{02} = {}_{01} + \frac{_{02} - {}_{01}}{\eta} = 479{,}31^{\,o}$$

$$;$$

03. Gases a la salida de la cámara de combustión y entrada a la turbina:

$$t_{03} = 1350 \text{ ºC} = 1623{,}15 \text{ K} \qquad p_{03} = p_{02} = 20 \text{ bar}$$

04. Gases a la salida de la turbina:

$$_{04} \approx {}_{01} = 1 \qquad \text{; (la atmosférica más cierta pérdida de carga)}$$

$$_{04} = {}_{03} \cdot \left(\frac{_{04}}{_{03}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 746{,}54 \quad = 473{,}39^{\,o} \quad ; \; _{04} = {}_{03} - \eta \quad \cdot ({}_{03} - {}_{04}) = 569{,}82^{\,o}$$

Resolución de los puntos del ciclo de vapor:

1. Salida del condensador y entrada a la bomba:

Apoyándose en el diagrama de Mollier o en las tablas del agua para calcular la temperatura de saturación.

$$t_1 = t_{sat}(60 \text{ mbar}) = 36{,}2 \text{ ºC} \qquad p_1 = p_{cond} = 60 \text{ mbar}$$

$$h_1 = c_p \cdot t_1 + p_1/\rho = 4{,}18 \cdot 36{,}2 + 60 \cdot 10^2 / 10^6 = 151{,}3 \text{ kJ/kg}$$

a) Salida de la bomba y entrada al economizador:

$$p_a = 45 \text{ bar}$$

$$= {}_1 + \frac{- {}_1}{\rho} = 155{,}8 \quad / \quad ; \qquad = {}_1 + \frac{- {}_1}{\eta} = 157{,}3 \quad /$$

b) Salida del economizador y entrada al calderín:

El agua se encuentra todavía en estado líquido. La diferencia de temperatura con respecto a la temperatura de saturación es el *approach point*.

$$p_b = 45 \text{ bar}$$

$$t_b = t_{sat}(45 \text{ bar}) - \text{AP} = 257{,}4 - 5 = 252{,}4 \text{ ºC}$$

$$h_b = c_p \cdot t_b + p_b/\rho = 4{,}18 \cdot 252{,}4 + 45 \cdot 10^5 / 10^6 = 1059{,}5 \text{ kJ/kg}$$

c) Salida del calderín y entrada al sobrecalentador:

La salida del calderín es vapor saturado. Apoyándose en el Mollier o las tablas del agua:

$$p_c = 45 \text{ bar}$$

$$h_c = h_{vap,sat}(45 \text{ bar}) = 2798 \text{ kJ/kg}$$

d) Salida del sobrecalentador y entrada a la turbina:

El agua se encuentra como vapor sobrecalentado. Es necesario apoyarse en el Mollier o en las tablas del agua:

$$t_d = 560 \text{ ºC},\ p_d = 45 \text{ bar}$$

$$h_d = h_{vap}(560 \text{ ºC y } 45 \text{ bar}) = 3578{,}5 \text{ kJ/kg}$$

2. Salida de la turbina y entrada al condensador:

El agua se encuentra como vapor húmedo, ya que la expansión en la turbina siempre se adentra en la zona de saturación. Es necesario apoyarse en el Mollier:

$$p_4 = 60 \text{ mbar} \quad s_{2s} = s_d = 7{,}20 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$t_{2s} = 36{,}2 \text{ ºC } (t_{saturación}) \qquad h_{2s} = 2218{,}9 \text{ kJ/kg} \qquad x_{2s} = 85{,}6\ \%$$

$$_2 = \ - \eta \ \cdot (\ - \ _2) = 3578{,}5 - 0{,}85 \cdot (3578{,}5 - 2218{,}9) = 2422{,}8 \ /$$

Rendimientos:

Ciclo de gas:

Dosado en la cámara de combustión:

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \eta \ _{-} \ = (\cdot + \cdot) \cdot \ _{03} - \ _{02}$$

$$= \frac{\cdot}{\cdot} = \frac{_{03} - \ _{02}}{\cdot \eta \ _{-} \ - \ _{03}} = \frac{\cdot \ _{03} - \ \cdot \ _{02}}{\cdot \eta \ _{-} \ - \ \cdot \ _{03}} = \frac{1}{44{,}8} = 0{,}0223$$

$$\eta \ = \frac{(1 + \ ) \cdot \ \cdot (\ _{03} - \ _{04}) - \ \cdot (\ _{02} - \ _{01})}{\cdot} = 38{,}5\,\%$$

$$= \cdot \ \cdot ((1 + \ ) \cdot \ \cdot (\ _{03} - \ _{04}) - \ \cdot (\ _{02} - \ _{01})) = 144{,}6$$

Ciclo de vapor:

$$\eta \quad = \frac{\dot{} \quad \cdot(\quad - \ _2) - \dot{} \quad \dot{} \quad \cdot(\quad - \ _1)}{\dot{} \quad \cdot(\quad - \quad)} = \frac{(\quad - \ _2) - \quad \cdot(\quad - \ _1)}{(\quad - \quad)} = 33{,}0\,\%$$

$$= (\quad - \ _2) - \quad \cdot(\quad - \ _1) = 1130{,}6 \quad /$$

Ciclo combinado:

Es necesario calcular el gasto másico de agua producido por la caldera. Para ello, se hace un balance de energía conjunto al sobrecalentador y el evaporador de la caldera de recuperación de calor. Empleando la nomenclatura de los puntos de la figura 9.27:

$$\left(\dot{} \quad + \dot{} \quad\right) \cdot \quad \cdot(\ _1 - \ _3) = \dot{} \quad \cdot(\quad - \quad)$$

La temperatura del punto 3 del gas a su paso por la caldera queda definida por el *pinch point*:

$$t_3 = t_{sat}(45\ \text{bar}) + \text{PP} = 257{,}4 + 10 = 267{,}4\ \text{ºC}$$

$$\dot{} \quad = \frac{(350 + 350/44{,}8) \cdot 1{,}1 \cdot (569{,}82 - 267{,}4)}{(3578{,}5 - 1059{,}5)} = 47{,}25 \quad /$$

$$\eta \quad = \frac{ \quad + \quad }{\dot{} \quad \dot{}} = \frac{ \quad + \dot{} \quad \dot{}}{\dot{} \quad \dot{}} = \frac{198{,}0}{375{,}0} = 52{,}7\,\%$$

Ejemplo 9.6

De una turbina de gas se conocen los siguientes datos de catálogo:

Potencia	120 MW
Rendimiento	36 %
Gasto másico de escape	350 kg/s
Temperatura de escape	625 ºC

A dicha turbina de gas se le acopla el ciclo combinado de 2 niveles de presión de la figura 9.32, en el que las presiones de alta y baja son, respectivamente, 90 y 8 bar y las temperaturas del vapor vivo 560 y 410 °C. Si se sabe que el gasto másico de vapor de baja presión que produce la caldera de recuperación de calor es el 15 % del total y que la temperatura del humo al salir de la caldera es

de 105 ºC, se pide calcular la potencia del ciclo combinado y el rendimiento de la instalación.

Datos adicionales: presión de condensación: 50 mbar; calor específico del humo: 1 kJ/(kg K); calor específico del agua líquida: 4,18 kJ/(kg K); rendimiento isentrópico de las turbinas 0,89; rendimiento mecánico de la turbina de vapor: 98%.

Despreciar la potencia consumida por las bombas.

Solución:

Por lo general, un problema de ciclos combinados consiste en la resolución de una turbina de gas y de un ciclo de vapor tal y como se han realizado hasta el momento en los ejemplos. En este caso, sin embargo, los datos proporcionados de la turbina de gas son los suficientes para desarrollar el problema sin necesidad de realizar cálculos con ella, con lo que el problema se reduce a la resolución del ciclo de vapor exclusivamente.

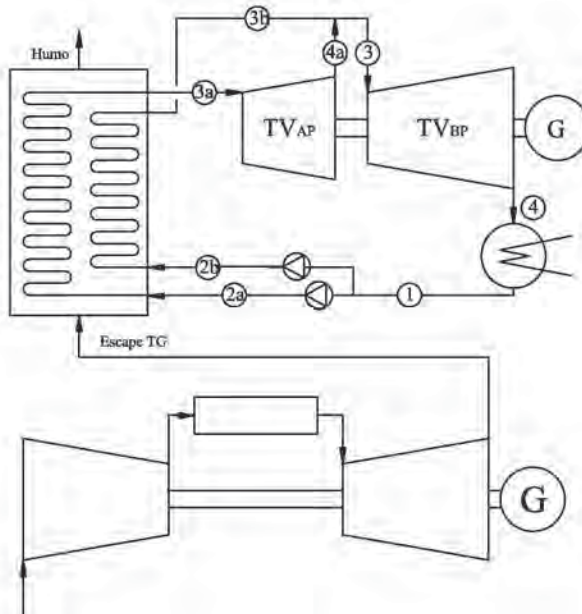


Figura 9.32. Esquema del ciclo combinado.

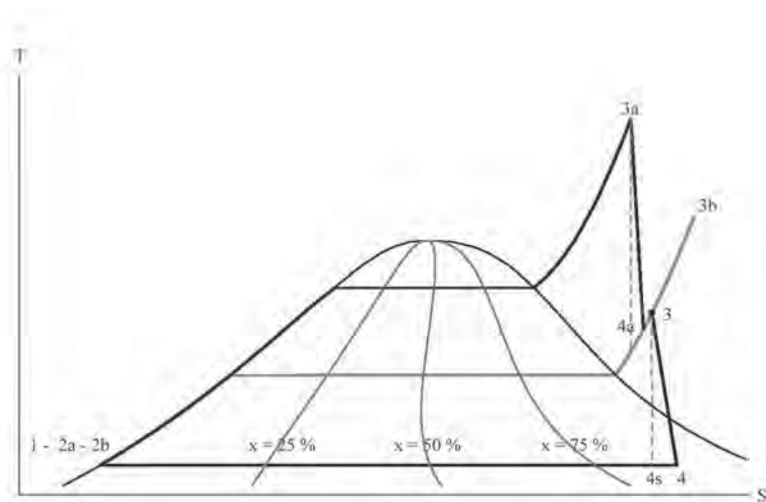


Figura 9.33. Diagrama T-s del ciclo de vapor del ciclo combinado.

El ciclo de vapor acoplado a la turbina de gas es un ciclo de dos niveles de presión en el que, como se observa en las figuras 9.32 y 9.33, el agua se introduce en la caldera a dos presiones distintas. El vapor sobrecalentado del nivel de alta presión se expande parcialmente (TV_{AP}) hasta que alcanza la presión correspondiente al nivel de baja. Una vez expandido se mezcla con el vapor sobrecalentado del nivel de baja y se expande hasta la presión de condensación en el cuerpo de baja presión de la turbina (TV_{BP}). El diagrama T-s del ciclo se muestra en la figura 9.33.

Punto 1:

El punto 1 es líquido saturado a la presión de condensación. Su temperatura se obtiene del diagrama de Mollier:

$$t_1 = t_{sat}(50 \text{ mbar}) = 32,9 \text{ ºC} \qquad p_1 = p_{cond} = 50 \text{ mbar}$$

$$h_1 = c_p \cdot t_1 + p_1/\rho = 4,18 \cdot 32,9 + 0,005 = 137,5 \text{ kJ/kg}$$

Puntos 2a y 2b:

La entalpía de ambos puntos se puede considerar igual a la del punto 1, ya que el incremento debido al proceso de bombero se puede despreciar frente a la posterior expansión del vapor.

Puntos 3a y 3b:

Se obtienen del diagrama de Mollier, ya que se conocen sus respectivas presiones y temperaturas:

t_{3a} = 560 ºC p_{3a} = 90 bar h_{3a} = 3536 kJ/kg s_{3a} = 6,85 kJ/(kg K)

t_{3b} = 410 ºC p_{3b} = 8 bar h_{3b} = 3289 kJ/kg s_{3b} = 7,60 kJ/(kg K)

Punto 4a:

Se calcula con el punto auxiliar 4as, correspondiente a la expansiçon isentrópica desde el punto 3a:

$$p_{4a} = 8 \text{ bar} \qquad s_{4as} = s_{3a} = 6{,}85 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$\Rightarrow \quad t_{4as} = 206 \text{ ºC} \qquad h_{4as} = 2853 \text{ kJ/kg}$$

La entalpía del punto 4 se halla según la siguiente expresión:

$$_4 = \ _3 - \eta \ \cdot(\ _3 - \ _4 \ ) = 3536 - 0{,}89 \cdot (3536 - 2853) = 2928 \quad /$$

$$h_{4a} = 2928 \text{ kJ/kg} \qquad p_{4a} = 8 \text{ bar}$$

$$\Rightarrow \quad t_{4a} = 240 \text{ ºC} \qquad s_{4a} = 7{,}00 \text{ kJ/(kg K)}$$

Punto 3:

El punto 3 se obtiene como la mezcla entre el vapor expandido del nivel de alta y el vapor sobrecalentado del nivel de baja:

$$\dot{} \cdot \ _3 = \dot{} \ \cdot \ _4 + \dot{} \ \cdot \ _3$$

$$_3 = \frac{\dot{}}{\dot{}} \cdot \ _4 + \frac{\dot{}}{\dot{}} \cdot \ _3$$

$$h_3 = 0{,}85 \cdot 2928 + 0{,}15 \cdot 3289 = 2982 \text{ kJ/kg}$$

Conocidas su entalpía y su presión, se obtiene del diagrama de mollier el resto de propiedades:

$$h_3 = 2982 \text{ kJ/kg} \qquad p_3 = 8 \text{ bar}$$

$$t_3 = 265 \text{ ºC} \qquad s_3 = 7{,}10 \text{ kJ/(kg K)}$$

Punto 4:

El punto 4 se calcula de la misma forma que el 4a, con la ayuda de la expansión isentrópica 3-4s. Las propiedades de los puntos 4s y 4 son:

$$p_4 = 50 \text{ mbar} \qquad s_{4s} = s_3 = 7{,}10 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$\Rightarrow \quad t_{4s} = 32{,}9 \text{ ºC } (t_{saturación}) \qquad h_{4s} = 2166 \text{ kJ/kg} \qquad x_{4s} = 0{,}84$$

$$h_4 = 2255 \text{ kJ/kg} \qquad p_4 = 50 \text{ mbar}$$

$$\Rightarrow \quad t_4 = 32{,}9 \text{ ºC } (t_{saturación}) \qquad s_{4s} = 7{,}40 \text{ kJ/(kg K)} \qquad x_{4s} = 0{,}87$$

Cálculo de la potencia del ciclo combinado y del rendimiento de la instalación:

De los datos del problema se conoce la temperatura de los gases de escape de la turbina de gas, la temperatura del humo a la salida de la caldera y el gasto másico de gases. Con ellos se puede realizar el balance de energía de la caldera de recuperación de calor, suponiendo que no hay pérdidas de calor hacia el exterior:

$$\dot{} = \dot{} \cdot (\quad - \quad) = \dot{} \cdot (_3 - _2) + \dot{} \cdot (_3 - _2)$$

$$\dot{} \quad \dot{} \quad \cdot (\quad - \quad) = \dot{} \cdot (_3 - _2) + \dot{} \cdot (_3 - _2)$$

Sabiendo que $\dot{m}_{ap}$ es el 85% del total ($\dot{m}$) y $\dot{m}_{bp}$ el 15%, de la ecuación anterior se pueden calcular ambos gastos:

$$\dot{} \quad \dot{} \quad \cdot (\quad - \quad) = 0{,}85 \cdot \dot{} \cdot (_3 - _2) + 0{,}15 \cdot \dot{} \cdot (_3 - _2)$$

$$\dot{} = \frac{\dot{} \quad \dot{} \quad \cdot (\quad - \quad)}{0{,}85 \cdot (_3 - _2) + 0{,}15 \cdot \dot{} \cdot (_3 - _2)} =$$

$$= \frac{350 \cdot 1 \cdot (625 - 105)}{0{,}85 \cdot (3536 - 137{,}5) + 0{,}15 \cdot (3289 - 137{,}5)} = 54{,}14 \quad /$$

$$\dot{} \quad = 46{,}02 \quad /$$

$$\dot{} \quad = 8{,}12 \quad /$$

Una vez conocidos los gastos másicos de los niveles de alta y baja presión se puede calcular la potencia del ciclo de vapor y, por consiguiente, la del ciclo combinado.

$$= \quad + \quad = \quad + \eta \quad \cdot \left[\dot{} \quad \cdot (_3 - _4) + (\dot{} \quad + \dot{} \quad) \cdot (_3 - _4) \right]$$

$$= 120000 + 0{,}98 \cdot [46{,}02 \cdot (3536 - 2928) + 54{,}14 \cdot (2982 - 2255)] =$$

$$= 120.000 \quad + 67.340 \quad = 187{,}340$$

Se observa que la potencia del ciclo de vapor, obtenida a partir de la energía residual de la turbina de gas, es aproximadamente 67 MW (casi el 36% de la total), lo que mejorará notablemente el rendimiento de la instalación con respecto al de la turbina de gas aislada.

El rendimiento se obtiene de la siguiente forma:

$$\eta \quad = \frac{+}{\cdot \quad \cdot}$$

donde $\dot{m}_f \cdot \ HC$ es la potencia calorífica aportada por el combustible en la turbina de gas y, a su vez, la energía invertida para obtener la potencia tanto del ciclo de gas como la del vapor. Su valor se puede calcular ya que se conoce el rendimiento de la turbina de gas. La expresión final queda:

$$\eta \quad = \frac{+}{/\eta} = \frac{187{,}34}{120 \qquad /\,0{,}36} = 0{,}562$$

Ejemplo 9.7

De una caldera de recuperación de calor instalada en un ciclo combinado se conocen los siguientes datos de diseño:

Número de niveles de presión	1
Presión del calderín	40 bar
Temperatura del vapor	650 ºC
Temperatura de alimentación del agua a la caldera	60 ºC
Pinch point (PP).	10 ºC
Approach point (AP)	5 ºC
Temperatura de los gases de escape de la turbina de gas . . .	795 ºC
Gasto másico de gas	350 kg/s

Se pide:

1. Representar esquemáticamente un esquema de la caldera con sus diferentes intercambiadores de calor y su diagrama calor-temperatura.
2. Gasto de vapor producido por la caldera.
3. Temperatura de los gases a la salida de la caldera.
4. Estimar la superficie de intercambio de calor del economizador la caldera si se sabe que, aproximadamente, los coeficientes globales de transmisión de calor

en cada uno de los cuerpos intercambiadores son, respectivamente, $= 70 \quad /(\quad ^{2} \quad), \qquad = \qquad = 5 \quad /(\quad ^{2} \quad).$

5. Suponiendo que el ciclo de vapor del ciclo combinado se hace regenerativo, elevando la temperatura de alimentación de agua a la caldera hasta 85ºC, se pide calcular el nuevo gasto de vapor producido y la variación de calor intercambiado en la caldera.
   A tenor de los resultados ¿interesa hacer dicha modificación desde un punto de vista termodinámico?

Suponer que los gases de escape de la turbina de gas se comportan como un gas ideal con c_p = 1,005 kJ/(kg K).

Solución

Esquema de la caldera y diagrama calor-temperatura:

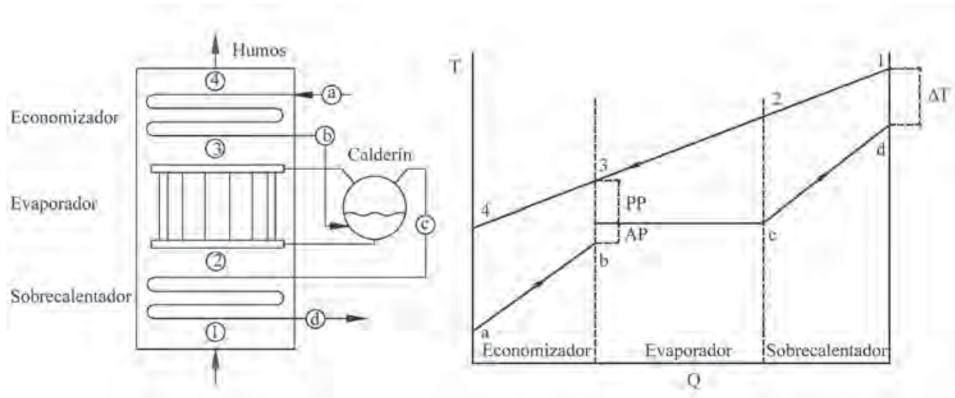


Figura 9.34. Esquema y diagrama calor-temperatura de la caldera de recuperación de calor.

Cálculo del gasto de vapor:

Las temperaturas y entalpías en el lado del agua son:

Punto a	t_a = 60 ºC	h_a = 4,18·60 + 4 = 254,8 kJ/kg
Punto b	$t_b = t_c - AP$ = 245,4 ºC	h_b = 4,18·245,4+4=1029,6 kJ/kg
Punto c	t_c = 250,4 ºC (vapor saturado a 40 bar)	h_c = 2800,9 kJ/kg (vapor saturado a 40 bar)
Punto d	t_d = 650 ºC	h_d = 3790,2 kJ/kg (vapor sobrecalentado a 650ºC y 40 bar)

Por otro lado, se conocen las siguientes temperaturas en el lado del gas:

t_1 = 795 ºC
$t_3 = t_c + PP$ = 260,4 ºC

Aplicando los balances de energía al sobrecalentador y al conjunto evaporador-calderín:

$$\left\{\begin{array}{l} :\ \dot{}\ \cdot\left(_1 - {}_2\right) = \dot{}\ \cdot\left(\ -\ \right) \\ :\ \dot{}\ \cdot\left(_2 - {}_3\right) = \dot{}\ \cdot\left(\ -\ \right) \end{array}\right. \Rightarrow \dot{}\ \cdot\ \cdot\left(_1 - {}_3\right) = \dot{}\ \cdot\left(\ -\ \right)$$

Donde se ha introducido que, para los gases, $h = c_p \cdot t$. De la ecuación anterior se conocen todas las variables excepto $\dot{m}_v$. Despejando se obtiene:

$$\dot{} = 68{,}1\ \ /\ \cdot$$

Cálculo de la temperatura de los gases a la salida de la caldera:

Para hallar la temperatura de salida de los gases se aplica el balance de energía al economizador:

$$\dot{}\ \cdot\left(_3 - {}_4\right) = \dot{}\ \cdot\left(\ -\ \right) \Rightarrow \dot{}\ \cdot\ \cdot\left(_3 - {}_4\right) = \dot{}\ \cdot\left(\ -\ \right)$$

donde sólo queda por conocer t_4. Despejando se obtiene:

$$_4 = {}_3 - \frac{\dot{}\ \cdot\left(\ -\ \right)}{\dot{}\ \cdot} = 110{,}4^{o}$$

Por otro lado, si se pretendiera hallar t_2 se podría obtener del balance de energía, bien del sobrecalentador o bien del evaporador, obteniéndose $_2 = 603{,}5^{o}$.

Estimación de la superficie de intercambio de calor:

Para estimar la superficie de intercambio de calor de cada cuerpo intercambiador se deben emplear las ecuaciones de transmisión de calor:

$$= \ \cdot\left(\ -\ \right) = \ \cdot\ \cdot\ {}_1 \cdot \frac{\left(_1 - \ \right) - \left(_2 - \ \right)}{\ln\left(\frac{_1 -}{_2 -}\right)}$$

$$= \cdot(\ -\ ) = \cdot \cdot_{2} \cdot \frac{(_{2} - \ ) - (_{3} - \ )}{\ln\left(\frac{_{2} -}{_{3} -}\right)}$$

$$= \cdot(\ -\ ) = \cdot \cdot_{3} \cdot \frac{(_{3} - \ ) - (_{4} - \ )}{\ln\left(\frac{_{3} -}{_{4} -}\right)}$$

A partir de las ecuaciones anteriores, despreciando la influencia del factor de forma $F_{\Delta TLM}$[16], y al ser conocidos los coeficientes de transmisión de calor y las temperaturas, se puede estimar la superficie de cada intercambiador, resultando:

$$A_{sob} \approx 4100 \text{ m}^2;\ A_{eva} \approx 223000 \text{ m}^2;\ A_{eco} \approx 46500 \text{ m}^2$$

Obsérvese que en la ecuación del evaporador, en la diferencia de temperaturas logarítmica, se introduce t_c tanto para la entrada como para la salida del agua en el intercambiador. Esto es así, ya que en el evaporador entra agua en estado de líquido saturado y sale una mezcla bifásica en estado de saturación, por lo que ambas temperaturas son idénticas y toman el valor de la temperatura de saturación[17].

Cálculo del gasto de vapor y del calor cedido en la caldera si se convierte el ciclo en regenerativo:

Según el enunciado, la nueva temperatura de alimentación es de 85 ºC. Manteniendo el resto de parámetros constante y repitiendo los cálculos, el nuevo gasto másico resulta, de nuevo, $\dot{m}_v = 68{,}1$ kg/s. Esto es así porque el gasto másico queda determinado por los balances de energía del sobrecalentador y del evaporador, no interviniendo el economizador.

La potencia calorífica aportada por la caldera es:

$$\dot{} = \dot{} \cdot(\ -\ )$$

[16] En las calderas de recuperación $F_{\Delta TLM}$ se puede considerar cercano a 1, ya que el factor de capacidad (= ———) es pequeño.

[17] En este caso, además, el factor $F_{\Delta TLM}$ es 1.

En el caso original, se obtiene $\dot{} = 241$, mientras que en caso del ciclo regenerativo resulta $\dot{} = 234$. Es decir, el calor recuperado disminuye en la caldera de recuperación (se ha introducido un precalentador regenerativo), ya que el salto de temperaturas en el economizador es menor mientras que en el sobrecalentador y en el evaporador permanece constante.

Tema 10

Conceptos básicos generales sobre turbomáquinas térmicas

Marta Muñoz Domínguez
Universidad Nacional de Educación a Distancia

1. Ecuación fundamental de las turbomáquinas.
2. Análisis del intercambio energético que tiene lugar en las turbomáquinas.
3. Estructura de las turbomáquinas térmicas.
4. Clasificación de las turbomáquinas térmicas.
5. Aplicación de las ecuaciones y conceptos anteriores a turbinas y compresores. Tipos de escalonamientos.
   - 5.1. Turbomáquinas térmicas axiales.
     - 5.1.1 Turbinas axiales de reacción.
     - 5.1.2. Turbinas axiales de acción.
     - 5.1.3. Turbocompresores axiales.
   - 5.2. Turbomáquinas radiales.
     - 5.2.1. Turbinas centrípetas.
     - 5.2.2. Turbocompresores centrífugos.
6. Criterios que se utilizan para definir el rendimiento de las turbomáquinas térmicas.
7 Origen de las pérdidas en las turbomáquinas.
8. Potencia interna y Potencia efectiva.
9. Campos de aplicación de las turbinas axiales y de las turbinas centrípetas.
10. Comparación entre compresores axiales, centrífugos y volumétricos.

TEMA 10
CONCEPTOS BÁSICOS GENERALES SOBRE TURBOMÁQUINAS TÉRMICAS

OBJETIVOS FUNDAMENTALES DEL CAPÍTULO

— Profundizar sobre la transformación de energía que tiene lugar en una turbomáquina térmica, motora o generadora. Entender en qué teorema se fundamenta la denominada Ecuación Fundamental de las Turbomáquinas y conocer su expresión.
— Familiarizarse con las distintas componentes de las velocidades de entrada y salida del escalonamiento (velocidades absolutas y relativas, componentes axial, radial y tangencial).
— Conocer cuál es la estructura básica de las turbomáquinas y a qué se denomina escalonamiento.
— Entender por qué en una máquina térmica motora es posible extraer energía térmica del fluido que la atraviesa y transformarla en energía mecánica que pueda ser utilizada en diversas aplicaciones.
— Entender por qué en una máquina térmica generadora es posible aumentar la energía térmica de un fluido, consiguiendo aumentar su nivel de presión y de temperatura, a base de consumir energía mecánica del exterior, que se introduce a través del eje como par de accionamiento.
— Entender el concepto del parámetro denominado *grado de reacción*, que permite realizar una clasificación de las turbomáquinas.
— Saber clasificar las turbomáquinas atendiendo a tres criterios fundamentales:
- Según cedan o absorban energía mecánica del exterior (motoras o generadoras).
- Según su grado de reacción (de acción y de reacción).
- Según sea la dirección dominante de la velocidad del fluido a su paso por la máquina (axiales o radiales).

— Entender y saber representar en un diagrama h-s, la evolución termodinámica que experimenta el fluido en un escalonamiento, sabiendo diferenciar entre los distintos tipos, según los anteriores criterios.
— Establecer los dos criterios que se utilizan para definir el rendimiento de las turbomáquinas y conocer en qué casos interesa utilizar uno u otro criterio.

1. ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS TURBOMÁQUINAS

En el primer capítulo se puso de manifiesto que en las turbomáquinas térmicas evoluciona de manera continua un fluido compresible, que al atravesar la máquina intercambia trabajo con el exterior a través de su eje, desarrollado un par motor (máquina motora) o bien absorbiendo energía que se le comunica desde el exterior mediante un par de accionamiento (máquina generadora). Ello implica que en su estructura interna la turbomáquina incluye un elemento de paredes móviles que permite efectivamente que se produzca este intercambio de energía mecánica con el exterior. Al atravesar la máquina el fluido ejerce una fuerza sobre las paredes de los conductos por los que circula. Por la ley de acción y reacción dicha fuerza es igual y de sentido contrario a la que ejercen las paredes sobre el fluido obligándole a variar su cantidad de movimiento. Es precisamente en el elemento de paredes móviles donde la fuerza resultante, debido al desplazamiento de su punto de aplicación, dará lugar al par motor; en los conductos fijos de la máquina la fuerza ejercida por el fluido sobre las paredes no producirá trabajo, sino que quedará contrarrestada en los apoyos.

En la figura 10.1 se presentan dos ejemplos del elemento móvil al que se hace referencia en el párrafo anterior, girando a velocidad angular constante ω alrededor de su eje. El fluido evoluciona en toda la periferia de dicho elemento (en adelante corona de álabes móvil, rotor o rodete) circulando por los conductos limitados por dos álabes consecutivos, la carcasa exterior (no representada) y el eje, tambor o disco, según las características constructivas. Hay que destacar el papel decisivo de la forma de los álabes o perfiles en el funcionamiento de la turbomáquina, dado que dicha forma condiciona a su vez la forma de los conductos. Cada corona está formada por álabes iguales que dan lugar a conductos de paso idénticos, por lo que es suficiente analizar la evolución del fluido en un conducto interálabes genérico.

En la figura 10.1 se han representado las velocidades del fluido a la entrada y a la salida de uno de los conductos de la corona, tanto en el caso (a) como en el (b). Se va a tratar el flujo como unidimensional ya que se considerará una velocidad representativa del flujo a la entrada y otra a la salida.

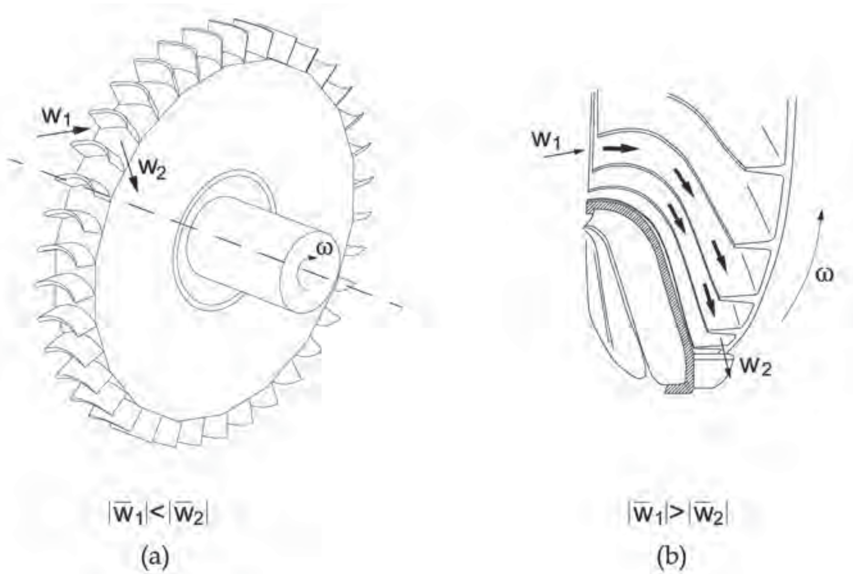


Figura 10.1. (a) Órgano móvil o rotor de un escalonamiento de turbina axial y (b) órgano móvil o rodete de un escalonamiento de compresor centrífugo.

Dado que el rotor es un órgano móvil, se podrá definir la velocidad del fluido respecto de unos ejes que se mueven solidarios con el rotor, a la que se denominará en adelante velocidad relativa $(\vec{w})$, así como la velocidad respecto de unos ejes fijos respecto de los cuales el rotor se mueve con velocidad angular constante, que será la velocidad absoluta $(\vec{c})$. Ambas velocidades están ligadas por una ecuación vectorial, teniendo en cuenta la velocidad lineal de arrastre del punto del rotor donde se analiza el diagrama de velocidades; dicha velocidad de arrastre $(\vec{u})$ será tangencial a la circunferencia trazada por el radio de giro del punto considerado:

$$\vec{c}_1 = \vec{w}_1 + \vec{u}_1 \quad \text{y} \quad \vec{c}_2 = \vec{w}_2 + \vec{u}_2$$

En la figura 10.2 se han representado las velocidades absolutas y relativas de entrada y salida del fluido a un conducto genérico (volumen de control) asociado al rotor en una turbomáquina, que gira con una velocidad angular constante alrededor del eje z. En la figura 10.2 el rotor se ha situado en vertical para facilitar la representación espacial de los triángulos de velocidades. En dicha figura también se han representado los vectores unitarios característicos de las coordenadas cilíndricas $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

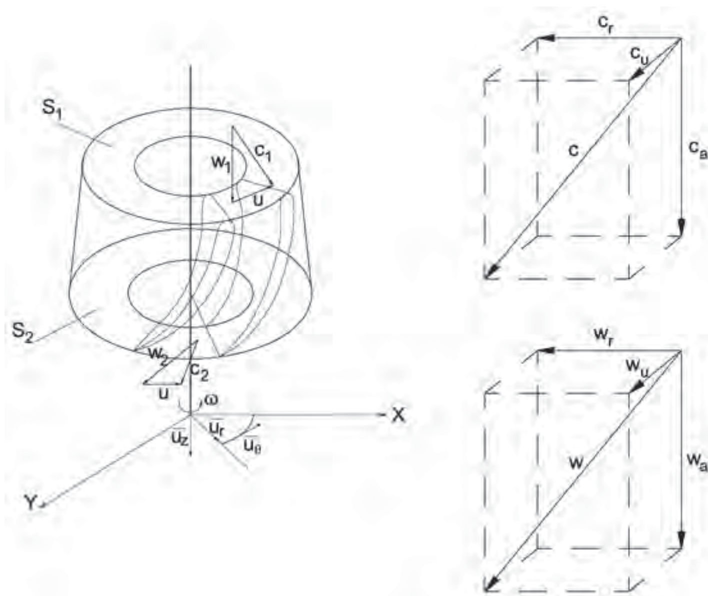


Figura 10.2. Conducto genérico interálabes perteneciente a una corona móvil de turbina axial. Representación de las componentes de la velocidad en coordenadas cilíndricas.

Las velocidades, tanto absolutas como relativas, se pueden descomponer en tres componentes rectangulares que, en coordenadas cilíndricas, están reflejadas en la tabla 10.1 y en la figura 10.2.

Es importante destacar que los álabes integrados en las turbomáquinas tienen una cierta curvatura, de forma que los conductos interálabes serán curvos y, en general, la sección perpendicular a la línea de corriente irá variando su área. Por lo tanto, una masa *m* de fluido, al evolucionar por dicho conducto curvo, variará su cantidad de movimiento porque se modificará, como mínimo, la dirección de su velocidad, aunque, en general, también variará el módulo de la misma como consecuencia de la variación del área de la sección de paso, como se verá posteriormente. Por la Segunda Ley de Newton se sabe que una masa no varía su cantidad de movimiento si no hay una fuerza que le obligue a ello, y en este caso dicha fuerza la ejercen precisamente las paredes del conducto y, en concreto, fundamentalmente los álabes. Al ser un sistema con movimiento giratorio respecto de un eje fijo es más conveniente aplicar el teorema del Momento Cinético a la masa encerrada en el volumen de control:

Tabla 10.1. Componentes de las velocidades absoluta y relativa en cilíndricas

Componentes de la velocidad absoluta	**Componentes de la velocidad relativa**
$\vec{c}_u$: componente tangencial	$\vec{w}_u$: componente tangencial
$\vec{c}_r$: componente radial	$\vec{w}_r$: componente radial
$\vec{c}_a$: componente axial	$\vec{w}_a$: componente axial

«La variación respecto del tiempo del momento cinético del sistema es igual al momento resultante de las fuerzas que actúan sobre el mismo (par resultante)».

No hay que perder de vista que el intercambio de trabajo del fluido con el exterior se realiza a través del eje de la máquina. Por tanto, dado que evidentemente se trata de calcular el momento de la fuerza respecto del eje de rotación z, la única componente de la fuerza que hay que tener en cuenta será la componente tangencial, única que produce par respecto de dicho eje, ya que la componente axial de la fuerza es paralela al eje de rotación y la componente radial es perpendicular al mismo y no produce par en el eje de rotación. Asimismo, la componente tangencial de la fuerza producirá cambios en la componente tangencial de la velocidad, de forma que:

$$M_z = \frac{d}{dt}\left(r \cdot mc_\theta\right) = \dot{m} \cdot \left(r_2 \cdot c_{u2} - r_1 \cdot c_{u1}\right) \qquad (10.1)$$

donde $\dot{m}$ es el gasto másico que circula en el conjunto de los conductos interálabes de la corona de álabes.

Hay que destacar que las únicas fuerzas que producen par sobre el eje z son las que ejercen los distintos álabes sobre el fluido, ya que la resultante de la fuerza debida a la presión que actúa en las secciones de entrada y salida, para el conjunto de la corona de álabes, se halla sobre el eje de rotación, por ser una superficie de revolución. Las otras superficies que limitan el conducto interálabes ejercen fuerzas que cortan el eje de rotación, cuyo par respecto al eje z es, por tanto, nulo. Por otra parte, las fuerzas másicas que actúan sobre el fluido se pueden considerar despreciables.

En el caso de una máquina generadora, la expresión (10.1) permite obtener el par de accionamiento o par aplicado desde el exterior, el cuál se comunica al fluido a través de las paredes del conducto, fundamentalmente los álabes, para modificar la energía cinética del fluido, que posteriormente será transformada en energía térmica debido a la compresibilidad de éste, en el caso de una turbomáquina térmica.

En el caso de una máquina motora, por el *principio de acción y reacción*, la fuerza ejercida por los álabes sobre el fluido será igual en módulo y de sentido contrario a la ejercida por el fluido sobre los álabes, de forma que el par motor será:

$$M_{mz} = -M_z = \dot{m} \cdot \left(r_1 c_{u1} - r_2 c_{u2} \right) \tag{10.2}$$

En el caso de una turbina la potencia desarrollada será:

$$N_u = \omega \cdot M_{mz} = \dot{m} \cdot \left(u_1 \cdot c_{u1} - u_2 \cdot c_{u2} \right) \tag{10.3}$$

ya que la velocidad tangencial es igual a la velocidad angular multiplicada por el radio de giro $u = \omega \cdot r$:

La ecuación anterior recibe el nombre de *Ecuación Fundamental de las Turbomáquinas o Ecuación de Euler* y es válida para turbomáquinas térmicas e hidraúlicas, procesos reversibles e irreversibles, procesos adiabáticos y no adiabáticos, dado que no se ha utilizado en su desarrollo ninguna hipótesis que restrinja su validez.

Turbomáquina motora (turbina)

De acuerdo con lo anteriormente indicado, el par motor es el que se deriva de la acción del fluido sobre las paredes del conducto móvil, y es transmitido por éstas al eje de la máquina. En este caso el trabajo específico o trabajo desarrollado por unidad de masa será:

$$W_u = \frac{N_u}{\dot{m}} = u_1 \cdot c_{u1} - u_2 \cdot c_{u2} \tag{10.4}$$

Turbomáquina generadora (turbocompresor)

En este caso el fluido absorbe trabajo específico comunicado a través de un par de accionamiento. Para evitar el empleo de pares y potencias de signo negativo, el trabajo específico que absorbe el fluido en este caso se expresa como:

$$W_u = u_2 \cdot c_{u2} - u_1 \cdot c_{u1} \tag{10.5}$$

La *ecuación de Euler* permite, por tanto, obtener el trabajo específico o la potencia conocidos los triángulos de velocidades de entrada y salida del rotor.

La direcciones de las velocidades del fluido a la entrada y a la salida del rotor, tanto absolutas y como relativas, se definirán mediante ángulos referidos a la dirección perpendicular a la sección de paso o meridiana[1]. Se denominan α_1 y α_2 a los ángulos que forman las velocidades absolutas de entrada y salida, respectivamente, con la dirección de referencia y β_1, β_2 los que forman las velocidades relativas con dicha dirección

$$W_u = u_1 \cdot c_1 \cdot sen\alpha_1 - u_2 \cdot c_2 \cdot sen\alpha_2 \tag{10.6}$$

Teniendo en cuenta el teorema del coseno, se deducen las siguientes relaciones entre los módulos de las velocidades de los triángulos de entrada y de salida:

$$w_1^{\,2} = c_1^{\,2} + u_1^{\,2} - 2u_1.c_1 \cdot cos\left(90^o - \alpha_1\right) = c_1^{\,2} + u_1^{\,2} - 2u_1.c_{u1} \tag{10.7}$$

$$w_2^{\,2} = c_2^{\,2} + u_2^{\,2} - 2u_2.c_2 \cdot cos\left(90^o - \alpha_2\right) = c_2^{\,2} + u_2^{\,2} - 2u_2.c_{u2} \tag{10.8}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (10.4) del trabajo específico, resulta una segunda expresión para la *ecuación de Euler*:

$$W_u = \frac{c_1^{\,2} - c_2^{\,2}}{2} + \frac{u_1^{\,2} - u_2^{\,2}}{2} + \frac{w_2^{\,2} - w_1^{\,2}}{2} \tag{10.9}$$

[1] En las máquinas axiales es la dirección axial tanto a la entrada como a la salida, en un compresor centrífugo, por ejemplo, es la dirección axial a la entrada y radial a la salida.

2. ANÁLISIS DEL INTERCAMBIO ENERGÉTICO QUE TIENE LUGAR EN LAS TURBOMÁQUINAS

El trabajo específico de una turbomáquina también puede obtenerse a través del *Primer Principio de la Termodinámica* aplicado a sistemas abiertos *adiabáticos* (anexo). En el caso de una turbomáquina motora, la figura 10.3:

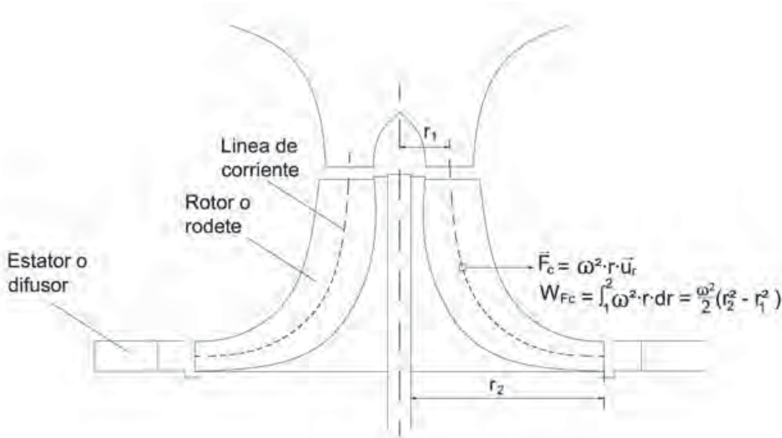


Figura 10.3. Conducto en el que la masa está sometida a la fuerza centrífuga. Expresión de dicha fuerza.

$$W_u = h_{01} - h_{02} = \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2}\right) - \left(h_2 + \frac{c_2^2}{2}\right) = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + (h_1 - h_2) \quad (10.10)$$

La ecuación anterior pone de manifiesto que el trabajo específico tiene su origen en la disminución de la energía cinética del fluido que atraviesa el rotor —término $(c_1^2-c_2^2)/2$ que se podría denominar *carga dinámica*— y en la disminución de entalpía del fluido en el rotor —término (h_1-h_2), que se puede denominar *carga estática*—.

Por otra parte, se puede analizar a qué se debe la disminución de entalpía del fluido en el rotor para identificar de dónde procede el trabajo específico debido a la carga estática. Igualando las dos expresiones del trabajo específico: (10.9) y (10.10), se obtiene:

$$h_1 - h_2 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \quad (10.11)$$

La disminución de entalpía, como se deduce de la ecuación (10.11), proviene en primer lugar de la expansión del fluido en el rotor [término $(w_2^2-w_1^2)/2$], y del *trabajo de la fuerza centrífuga* [término $(u_1^2-u_2^2)/2$].

Cabe resaltar que la ecuación (10.11) también puede obtenerse de la ecuación de conservación de la energía basada en el Primer Principio de la Termodinámica aplicada al sistema abierto (rotor) respecto de unos ejes de referencia móviles, solidarios al rotor. En este caso la ecuación del anexo (A. 41) resulta:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} + W_{no\ inercial} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} \tag{10.12}$$

donde $W_{no\ inercial}$ es precisamente el trabajo de las fuerzas de inercia que actúan sobre el fluido en el conducto, respecto al sistema de referencia móvil. Puede justificarse que dicho trabajo corresponde exclusivamente al trabajo de la fuerza centrífuga, que está representada en la figura 10.3.

La ecuación (10.12) puede expresarse como[2]:

$$h_{01R} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = h_{02R} \tag{10.13}$$

donde se pone de manifiesto que la *entalpía de parada*[3] para un observador situado en el rotor y que, por tanto, se mueve solidario a éste (referencia no inercial) no se mantiene debido al término $(u_2^2-u_1^2)/2$, que como se ha indicado es el trabajo específico de la fuerza centrífuga sobre el fluido.

Es importante, llegado a este punto, definir un parámetro al que se denomina *grado de reacción* que da idea de la manera en que se realiza el intercambio energético en el rotor. Dicho parámetro relaciona la *variación de energía térmica del fluido en el rotor* como consecuencia de la diferencia de entalpía específica en el mismo $(h_1 - h_2)$, con la *energía total intercambiada con exterior a través del eje de la máquina por unidad de masa* $(h_{01} - h_{02} = W_u)$. Es decir, relaciona la carga estática en el rotor con la carga total, estática más dinámica.

---

[2] El subíndice R quiere poner de manifiesto que la velocidad que se considera en la definición de la entalpía de parada es en ese caso la relativa al conducto.

[3] La entalpía de parada se denomina también entalpía de remanso o entalpía total.

La expresión de este parámetro para máquinas motoras y generadoras (adiabáticas) será:

$$R = \frac{h_1 - h_2}{h_{01} - h_{02}} \quad \text{(turbina)} \tag{10.14}$$

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_{02} - h_{01}} \quad \text{(turbocompresor)} \tag{10.15}$$

Como se verá más adelante, el grado de reacción es un parámetro muy utilizado en la caracterización del flujo en las turbomáquinas, ya que, como se ha indicado anteriormente, este parámetro proporciona información sobre la manera en que se realiza el intercambio energético en el rotor. Por ejemplo, en una turbomáquina con *R=0* la carga estática es nula y la energía transferida en el rotor procede exclusivamente de la variación de la energía cinética absoluta del fluido a su paso por el mismo ($c_1^2/2$-$c_2^2/2$ o carga dinámica). Para grados de reacción *R>0*, el rotor estará sometido a una cierta carga estática $(h_1 - h_2)$, además de a la carga dinámica. Se tendrá ocasión de profundizar sobre el sentido y utilidad de este parámetro epígrafes posteriores.

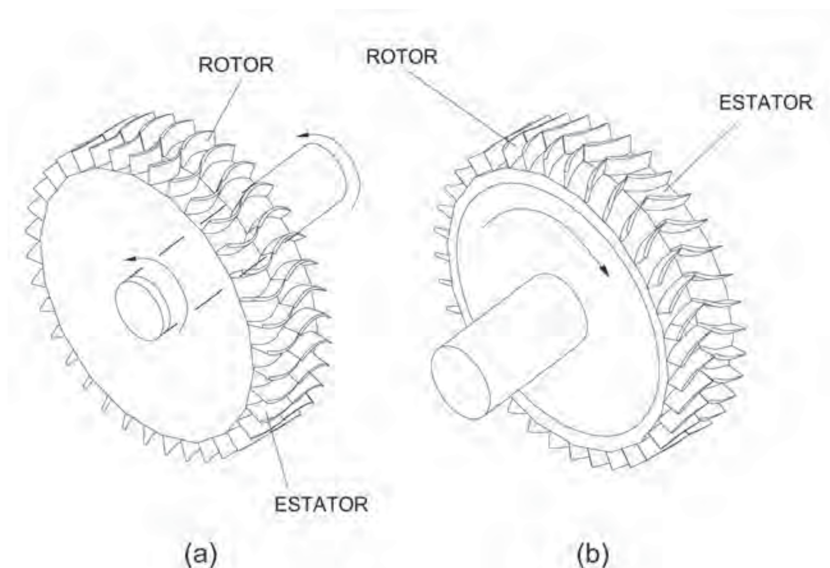


Figura 10.4. a) turbina elemental axial y b) turbocompresor elemental axial.

3. ESTRUCTURA DE LAS TURBOMÁQUINAS TÉRMICAS

Una turbomáquina está siempre constituida, como mínimo, por dos coronas de álabes: una fija, llamada *estator*, y otra móvil, llamada *rotor*, a la que se ha hecho referencia anteriormente por ser en dicho elemento donde se produce, precisamente por su movilidad, el intercambio de energía con el exterior. Una corona de estator y una de rotor conforman una *turbomáquina elemental o escalonamiento*.

Cuando los saltos de presiones son más elevados, las turbomáquinas están formadas por varios escalonamientos en serie, que es lo más frecuente en la mayor parte de las aplicaciones. Es fundamental analizar y tener claro el proceso termodinámico que experimenta el fluido en un escalonamiento, ya que éste se repite *n* veces en la máquina.

Es importante resaltar que en la turbina se coloca en primer lugar la corona de estator, mientras que en compresores la colocación es la inversa; a continuación se expone la razón de esta estructura.

En una turbina la velocidad de entrada al rotor c_1 procede de la expansión previa del fluido en conductos fijos, formados, en general, por álabes consecutivos, que constituyen el estator de la máquina. En *mecánica de fluidos* se estudiaba que un fluido compresible transforma parte de su energía térmica en energía cinética (relativa al conducto) evolucionando por un conducto convergente (revisar anexo)[4]. Precisamente para incrementar la energía mecánica (incremento del momento cinético) a costa de la energía térmica, se sitúa una corona fija de estator antes de la corona de rotor en el escalonamiento de una turbina, ya que, en definitiva, lo que se logra es transformar la componente tangencial del momento cinético en par motor, debido a la fuerza que el fluido ejerce sobre las paredes móviles del rotor. Por tanto, como en la máquina se pretende aprovechar la energía térmica del fluido, tiene que haber una conversión previa de energía térmica en energía cinética. No obstante, esta conversión se puede efectuar íntegramente en el rotor, de forma simultánea a la transformación del momento cinético en par motor[5], pero se ha comprobado que si se coloca un estator previo, el rendimiento de la máquina se incrementa.

---

[4] Se considera en la asignatura que el flujo en las turbomáquinas además de adiabático es subsónico, que es el caso habitual.

[5] Grado de reacción R=1.

En turbocompresores, el rotor precede al estator en la estructura del escalonamiento. En el rotor se incrementa la entalpía (h_2-h_1) y la energía cinética $(c_2^2-c_1^2)/2$ a expensas del trabajo específico aportado desde el exterior. Dado que en compresores lo que se persigue es incrementar la energía térmica del fluido (en concreto su nivel de presión) la energía cinética de salida del rotor, que no interesa, se aprovechará en una corona de estator para seguir aumentando la energía térmica del fluido. En el estator de un escalonamiento de compresor el fluido experimentará una desaceleración (difusión en conductos divergentes) con el consiguiente aumento de se entalpía[6], lo que explica que interese poner el estator en segundo lugar en este caso.

El *grado de reacción,* definido anteriormente, es un parámetro que también indica cómo se reparte el salto de presiones entre el rotor y el estator. Aunque algunos autores lo definen precisamente como cociente de variación de presiones, dada la relación directa que existe entre la variación de presiones y la variación de entalpía en fluidos compresibles, lo más habitual es definirlo como en el apartado anterior, a partir de variaciones de entalpía.

Por tanto, en las turbomáquinas con R=0,5 se repartirá la expansión —o bien la compresión— aproximadamente a partes iguales entre estator y rotor, mientras que en aquellas con R=0, toda la expansión, o bien la compresión, tendrá lugar en el estator.

4. CLASIFICACIÓN DE LAS TURBOMÁQUINAS TÉRMICAS

Las turbomáquinas se pueden clasificar atendiendo a tres criterios fundamentales:

— Según cedan energía mecánica al exterior (motoras) o absorban energía mecánica del exterior (generadoras).
— Según su grado de reacción (de acción y de reacción).
— Según sea la dirección dominante de la velocidad del fluido a su paso por la máquina (axiales o radiales).

En el capítulo 6, y en diversas ocasiones en el presente capítulo, se ha hecho referencia al primer criterio de clasificación, por lo que no es necesario insistir sobre el tema.

---

[6] Los aumentos de entalpía se corresponden, en líneas generales, con aumentos de la presión.

El segundo criterio divide las turbomáquinas en máquinas de acción y de reacción, dependiendo del valor del *grado de reacción*:

— Las máquinas de acción son aquellas con grado de reacción cero o muy próximo a cero. En ellas no existe carga estática en el rotor, es decir, se mantiene constante o prácticamente constante la entalpía y la presión en el rotor, de forma que el trabajo específico intercambiado con el exterior en esta corona móvil de álabes se debe a la variación de energía cinética del fluido a su paso por la misma.
— Las máquinas de reacción son aquellas con R distinto de cero en las que existe carga dinámica y carga estática, de forma que el trabajo específico intercambiado en esta corona móvil procede también de la variación de energía térmica que experimenta el fluido en la misma. En las máquinas de reacción, por tanto, la expansión, o bien la compresión, se reparte entre ambas coronas de álabes.

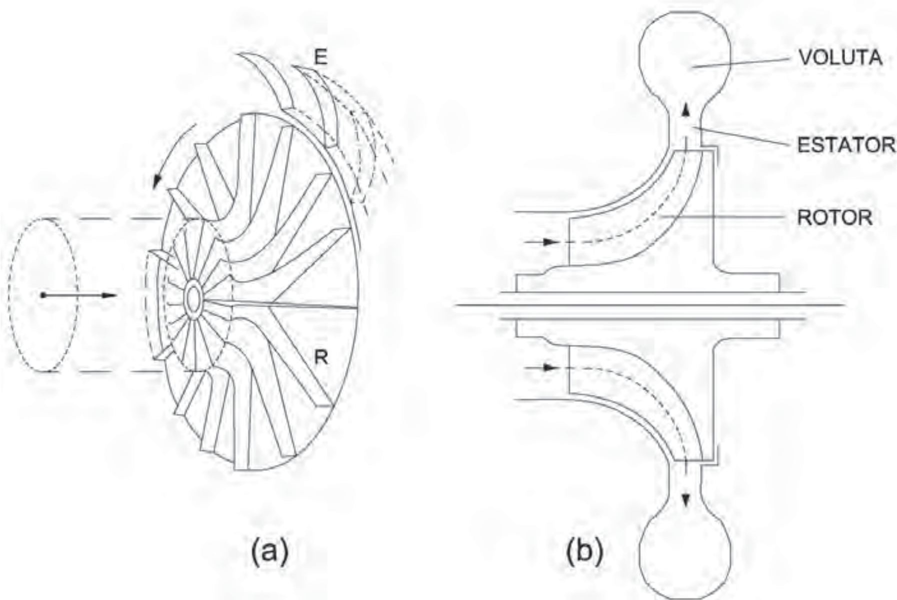


Figura 10.5. Turbocompresor centrífugo.

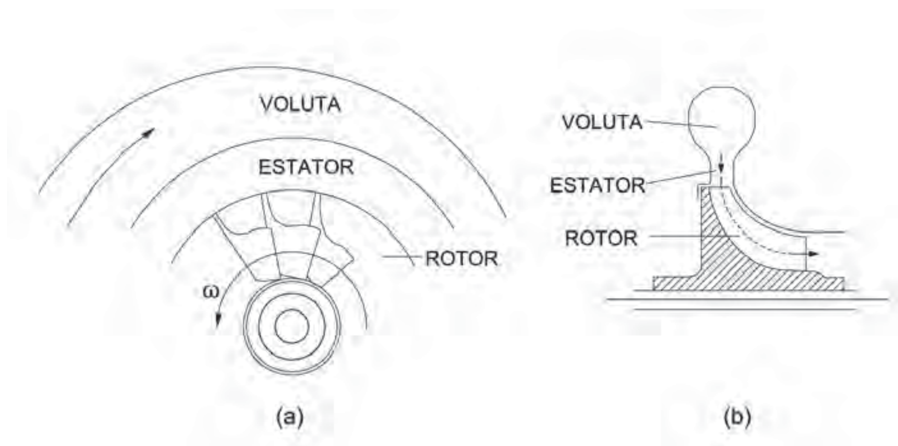


Figura 10.6. Turbina centrípeta.

Vamos a distinguir entre los distintos tipos de turbomáquinas en relación al último criterio mencionado, según el cual las turbomáquinas térmicas pertenecen, mayoritariamente, a uno de los tipos siguientes:

1) *Axiales*, en las que la componente radial de la velocidad es nula o, comparativamente con las demás, muy pequeña ($c_r \approx 0$). En este caso, a nivel de escalonamiento se puede considerar que el fluido evoluciona en una superficie de revolución cilíndrica coaxial con el eje de la máquina (figura 10.4).
2) *Axio-radiales*, de entrada axial ($c_r \approx 0$) y salida radial ($c_a \approx 0$). Estructura usual de los *turbocompresores centrífugos* (figura 10.5).
3) *Radio-axiales*, de entrada radial ($c_a \approx 0$) y salida axial ($c_r \approx 0$). Estructura usual de la *turbinas centrípetas* (figura 10.6).

En los dos últimos grupos, el flujo en zonas intermedias es de transición y, por tanto, *diagonal,* tal como se representa en las figuras 10.5 y 10.6.

La figura 10.7 muestra, a modo de ejemplo, la estructura de una turbina de vapor axial con varios escalonamientos. Puede observarse como la altura del álabe se va incrementando a lo largo de la máquina con el fin de aumentar la sección de paso, para adecuarse al aumento del volumen específico que experimenta el fluido como consecuencia de la expansión. Este hecho no está en contradicción con que las secciones de paso perpendiculares a las líneas de corriente disminuyan de forma que los conductos sean convergentes tanto en el estator como en el rotor en una turbina formada por escalonamientos de reacción, como la de la figura 10.7.

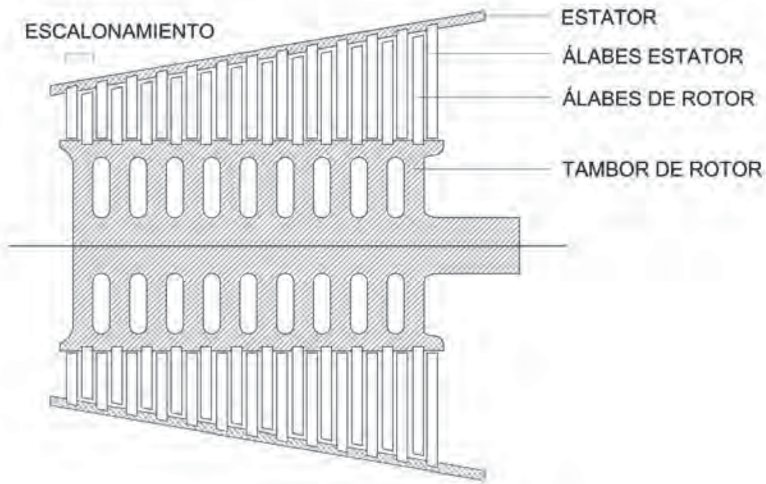


Figura 10.7. Turbina de vapor axial de varios escalonamientos.

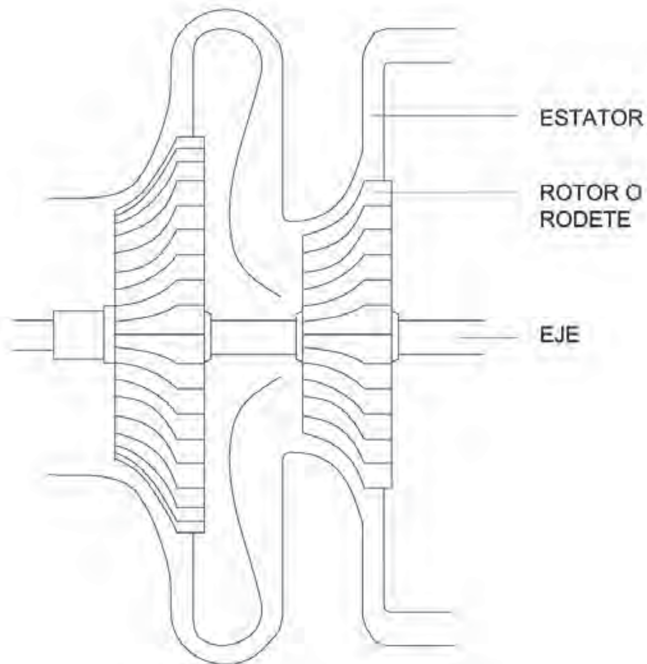


Figura 10.8. Compresor centrífugo de dos escalonamientos.

5. APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES Y CONCEPTOS ANTERIORES A TURBINAS Y COMPRESORES. TIPOS DE ESCALONAMIENTOS

5.1. Turbomáquinas térmicas axiales

Es habitual, en una primera aproximación, analizar el comportamiento de este tipo de escalonamientos a la altura media de los álabes (radio medio) figura 10.11. De esta forma es posible realizar un análisis bidimensional convirtiendo las coronas de álabes en cascadas planas en el plano tangencial-axial. Por otra parte, se puede considerar que la altura de los álabes no varía sustancialmente en el rotor, de forma que se puede suponer que el radio medio se mantiene constante. Con la hipótesis anterior las velocidades periféricas a la entrada y a la salida del rotor coinciden en un escalonamiento de una turbomáquina axial $(u_1 = u_2)$.

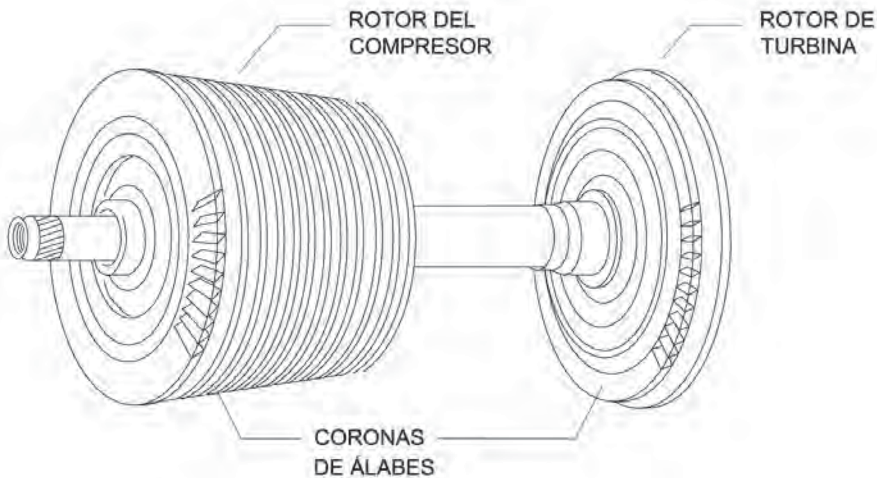


Figura 10.9. Rotor de una *turbina de gas* formado por máquinas axiales.

Los triángulos de velocidades de entrada y salida asociados al rotor estarán en el mismo plano y se pueden superponer en un único diagrama.

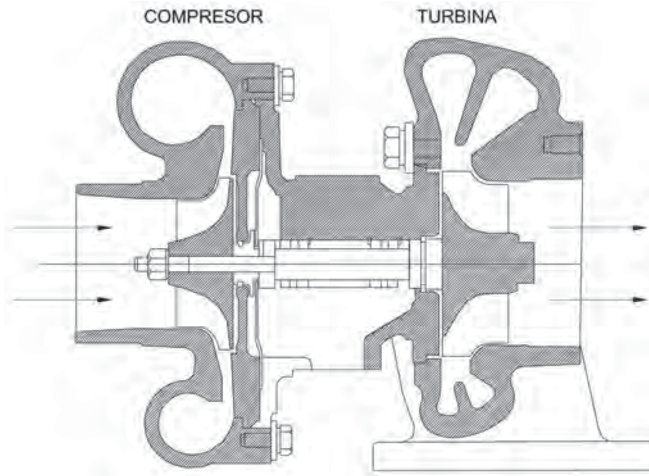


Figura 10.10. Grupo de sobrealimentación formado por máquinas radiales.

Como consecuencia de la coincidencia de las velocidades periféricas, el trabajo de la fuerza centrífuga es nulo en el rotor, de forma que se mantiene la entalpía de parada relativa (ecuación (10.13)).

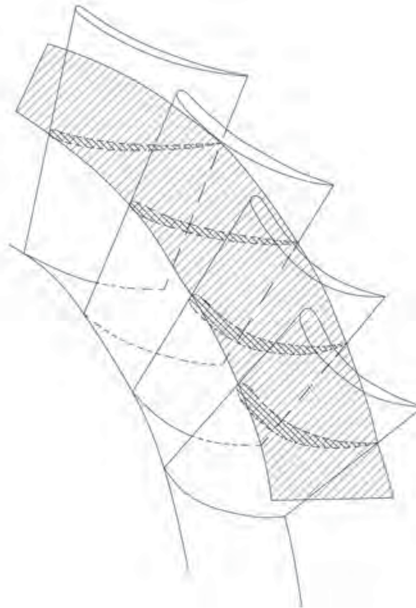


Figura 10.11. Superficie de revolución a la altura media de los álabes. Cascada plana resultante.

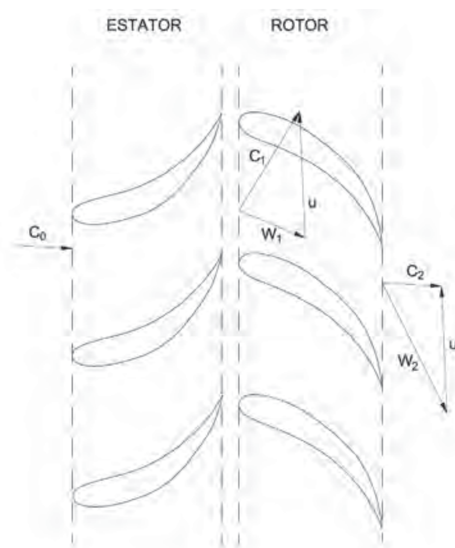


Figura 10.12. Cascadas de álabes de estator y de rotor en el caso de una turbina axial. Triángulos de velocidades asociados.

5.1.1. Turbinas axiales de reacción

En la figura 10.13 se presenta en un diagrama h-s la evolución del fluido en una turbina axial de reacción, así como un diagrama de velocidades genérico. Cabe destacar lo siguiente (comprobar cómo se refleja cada comentario en el diagrama h-s y en el diagrama de velocidades, en el que se ha supuesto $c_{a1} = c_{a2}$):

— En el estator el fluido se expande debido a que los conductos interálabes son convergentes y el flujo es subsónico, tal como se justifica en el anexo. Por tanto, dichos conductos se comportan como toberas.

— En el estator se mantiene la entalpía de parada, ya que se trata de un elemento fijo, no existiendo la posibilidad de intercambio de trabajo con el exterior, unido a que el proceso puede considerarse adiabático. Es aplicable, por tanto, la ecuación (A.50), que en este caso resultaría:

$$h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} \tag{10.16}$$

— El estator tiene, por tanto, la misión de transformar una parte importante de la energía térmica del fluido en energía mecánica (cinética). En el diagrama h-s se observa que $c_0 < c_1$. El diagrama de velocidades corresponde a la entrada y salida del rotor, por lo que la velocidad c_0 de entrada al estator no está representada. No obstante, en turbomáquinas de múltiples escalonamientos es bastante habitual diseñar las secciones de paso para que velocidad de salida del rotor sea prácticamente igual a la de entrada al estator del escalonamiento siguiente, por lo cuál $c_2 \cong c_0$

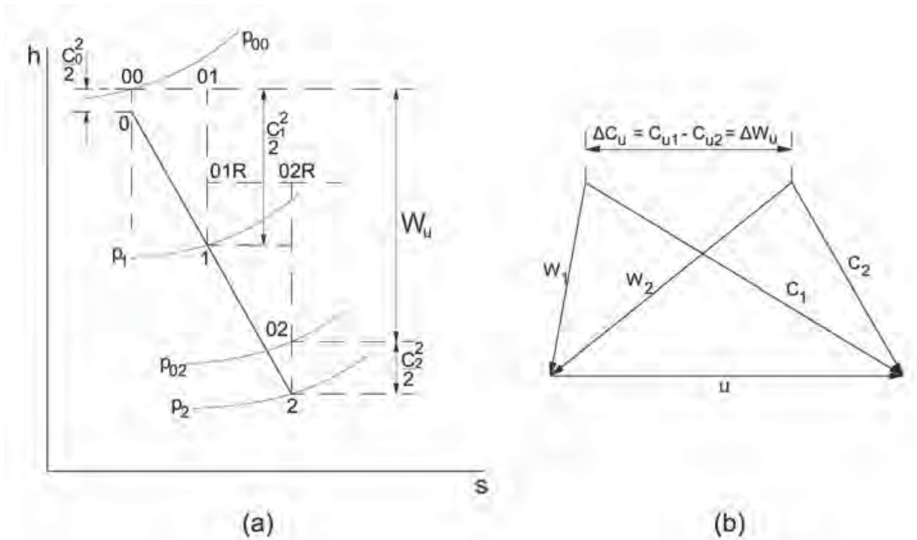


Figura 10.13. (a) Diagrama h-s de un escalonamiento de turbina axial de reacción incluyendo energías cinéticas, valores de parada, de parada relativa y trabajo específico; (b) diagrama de velocidades correspondiente asociado al rotor.

— Por tratarse de una máquina axial, como se ha comentado al inicio del epígrafe, la velocidad periférica de entrada es igual a la de salida. El trabajo de la fuerza centrífuga será nulo, de manera que la ecuación (10.12) se reduce a:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} \quad \left(h_{01R} = h_{02R}\right) \tag{10.17}$$

— En el rotor de una turbomáquina axial se mantiene la entalpía de parada relativa, como se comprueba en la ecuación (10.17) (ver figura 10.13). Respecto de un sistema de referencia móvil solidario al rotor (no inercial), los conductos interálabes se comportan como toberas y en ellos el fluido se expande y se acelera *($w_1 < w_2$)*.

— En el rotor la velocidad absoluta disminuye en módulo ($c_2 < c_1$) y cambia de dirección (figura 10.13b). En concreto, puede observarse que existe una variación en la componente tangencial de la velocidad absoluta y, por tanto, una variación del momento cinético del fluido que por reacción provoca el par motor en el eje de la máquina.

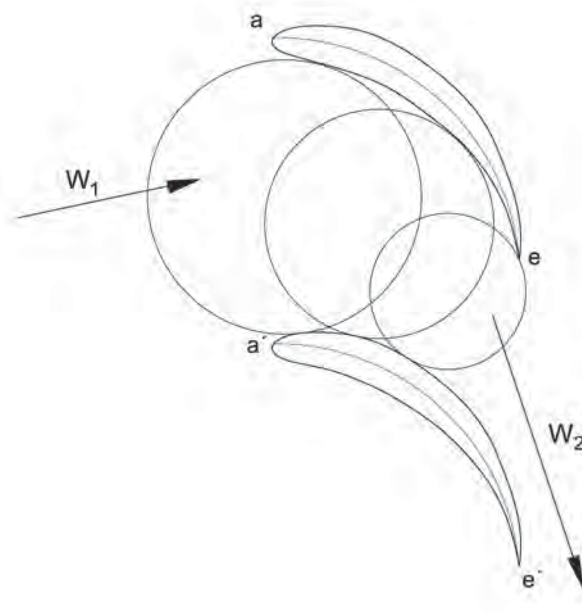


Figura 10.14. Conducto interálabes de rotor de una turbina axial de reacción.

— La *ecuación de Euler* en este caso tiene la siguiente expresión:

$$W_u = u \cdot (c_{u1} - c_{u2}) \quad (10.18)$$

En el diagrama de velocidades se observa que el trabajo específico se obtiene, en definitiva, multiplicando la base inferior del diagrama (u) por la base superior del mismo (Δc_u).

— El grado de reacción del escalonamiento representado en la figura 10.13 será mayor que cero, ya que la expansión se reparte entre el estator y el rotor. Los conductos interálabes de estator y rotor serán convergentes (figura 10.14), aunque, no obstante, cabe resaltar que, lógicamente, la distancia entre álabes se mantiene entre la entrada y la salida $(\overline{aa'} = \overline{ee'})$.

El *criterio de signos* para los ángulos de los diagramas de velocidades de las turbomáquinas axiales será el siguiente:

«β_2 *y* α_1 se consideran siempre positivos, mientras que b_1 y a_2 serán positivos si se hallan en el mismo cuadrante respectivamente que los anteriores y negativos en caso contrario».

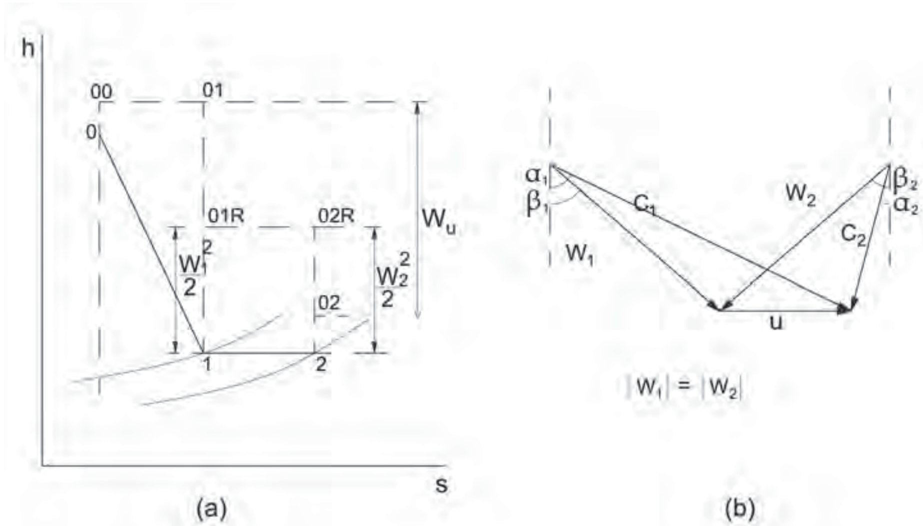


Figura 10.15. Diagrama h-s de un escalonamiento de acción de entalpía constante en el rotor $W_u = h_{01} - h_{02}$

5.1.2. Turbinas axiales de acción

En las figuras 10.15 y 10.16 se presentan los diagramas h-s y los triángulos de velocidades correspondientes a dos casos de escalonamientos de turbinas axiales que se consideran de acción. Dado que se trata de escalonamientos de turbinas axiales, la mayor parte de las consideraciones incluidas en el apartado anterior (turbinas axiales de reacción) son asimismo aplicables. No obstante, a continuación se destacan las particularidades de este tipo de escalonamientos en relación con la evolución del fluido en el rotor.

En primer lugar hay que destacar que en los escalonamientos de acción prácticamente toda la expansión tiene lugar en el estator, a la salida del cual el fluido tiene una elevada energía cinética y lo que realmente interesa, una elevada componente tangencial que podrá aprovecharse posteriormente en el rotor.

Sobre el caso particular del escalonamiento cuya información se presenta en la figura 10.15 puede destacarse lo siguiente:

— Se trata de un escalonamiento de turbina axial *de acción de entalpía constante en el rotor* ($h_2=h_1$), de forma que su grado de reacción es R=0.

— Dado que el proceso es irreversible en el rotor, se produce una pequeña expansión en el mismo, como consecuencia de la cual el fluido tendrá tendencia a acelerarse ligeramente. No obstante, la existencia de fricción produce una pérdida de energía mecánica de forma que un efecto compensa el otro y la velocidad relativa se mantiene constante en módulo en el rotor en este caso, lo que se justifica en el razonamiento del punto siguiente.

— Por ser una máquina axial se conserva la entalpía de parada relativa, de forma que teniendo en cuenta la ecuación (10.17), en este caso, por mantenerse la entalpía constante en el rotor, la velocidad relativa mantiene su módulo entre la entrada y la salida $(|\vec{w}_1| = |\vec{w}_2|)$; sin embargo, no se mantiene la dirección, sino que se modifica de forma importante como se comprueba en el diagrama de velocidades $(\beta_1 = -\beta_2)$.

— Los conductos interálabes en el estator deberán ser claramente convergentes, mientras que en el rotor los álabes por su curvatura y colocación deberán formar conductos curvos ligeramente convergentes[7].

Sobre el caso particular del escalonamiento cuya información se presenta en la figura 10.16 puede destacarse lo siguiente:

— Se trata de un escalonamiento de turbina axial de *acción de presión constante en el rotor* ($p_2 = p_1$).

— Dado que el proceso es irreversible en el rotor, se produce una cierta pérdida de energía mecánica $(|\vec{w}_2| < |\vec{w}_1|)$[8] que al degradarse a energía térmica, aumenta la entalpía del fluido, de forma que: $h_2 > h_1$.

— Como consecuencia de lo anterior el grado de reacción de este escalonamiento es ligeramente negativo (R<0).

---

[7] En el estator también se modifica la dirección del fluido mediante un conducto no sólo convergente sino además de eje curvo.

[8] Se va a omitir de ahora en adelante el símbolo del módulo de la velocidad.

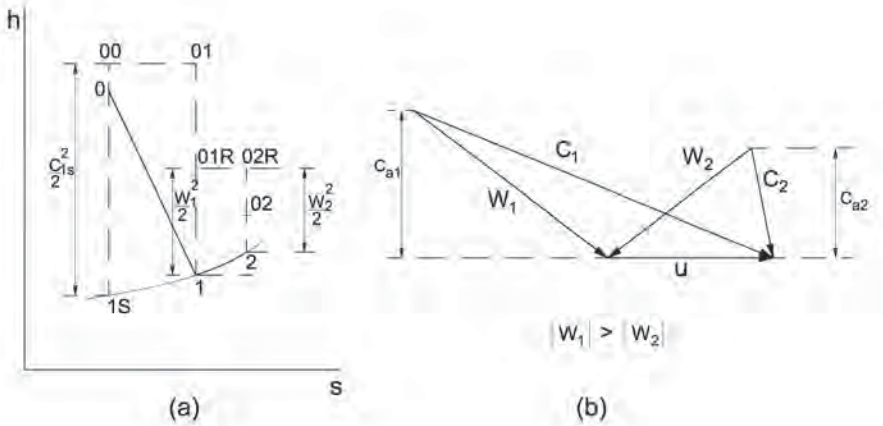


Figura 10.16. Diagrama h-s de un escalonamiento de acción de presión constante en el rotor y diagrama de velocidades correspondiente.

— Las direcciones de la velocidad absoluta y de la velocidad relativa se deflectan de forma importante en el rotor debido a la forma de los conductos interálabes. Debido a ello, al igual que en el caso de los escalonamientos con entalpía constante en el rotor, los ángulos β_1 y β_2 tienen signos opuestos por estar en distinto cuadrante.

— Los conductos interálabes en el estator serán convergentes. No obstante, en el rotor los álabes formarán conductos curvos en los que la sección perpendicular a la línea de corriente tendrá un área aproximadamente constante, eligiendo adecuadamente la curvatura y la colocación de los perfiles.

5.1.3. Turbocompresores axiales

En la 10.17 se presenta en un diagrama h-s la evolución del fluido en un turbocompresor axial, así como un diagrama de velocidades genérico. También se representan, de forma aproximada, los álabes de la corona de rotor correspondiente. Cabe destacar lo siguiente:

— Por tratarse de una máquina axial en el rotor se mantiene la entalpía de parada relativa, siendo aplicable también en este caso la ecuación (10.17)

entre la entrada y la salida del rotor[9]. Respecto de un sistema de referencia móvil solidario al rotor, los conductos interálabes se comportan como difusores (conductos divergentes) y en ellos el fluido se comprime y se decelera ($w_1 > w_2$).

— En el rotor la velocidad absoluta aumenta en módulo ($c_1 > c_2$) y cambia de dirección (figura 10.17b). En concreto, puede observarse que existe una variación en la componente tangencial de la velocidad absoluta, y por tanto una variación del momento cinético del fluido como consecuencia del par de accionamiento que se aplica desde el exterior al eje de la máquina.

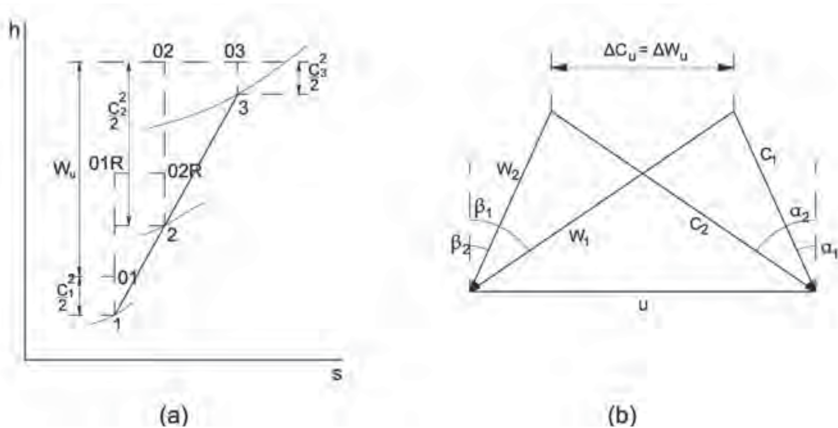


Figura 10.17. Diagrama h-s de un escalonamiento de compresor axial y diagrama de velocidades asociado al rotor.

— La *ecuación de Euler* en este caso tiene la siguiente expresión:

$$W_u = u \cdot (c_{u2} - c_{u1}) \tag{10.19}$$

— En el estator el fluido se comprime y decelera debido a que los conductos interálabes son divergentes y el flujo es subsónico, tal como se justifica en el anexo. Por tanto, dichos conductos se comportan como difusores.

— En el estator se mantiene la entalpía de parada, ya que se trata de un elemento fijo, no existiendo la posibilidad de intercambio de trabajo con el exterior,

[9] Se utiliza el subíndice 1 para hacer referencia a la entrada del rotor y el subíndice 2 para referirse a la salida del rotor, de forma que coincida con lo empleado en el caso de la turbina. Por tanto, en los compresores, el subíndice 3 corresponde a la salida del estator.

unido al hecho de que el proceso puede considerarse adiabático. Es aplicable, por tanto, la ecuación (A.50), que en este caso resultaría:

$$h_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_3 + \frac{c_3^2}{2} \qquad (10.20)$$

— El estator tiene, por tanto, la misión de transformar una parte importante de la energía cinética que tiene el fluido a la salida del rotor en energía térmica En el diagrama h-s se observa que: $c_3 < c_2$ y como consecuencia: $h_3 > h_2$.

— El grado de reacción del escalonamiento representado en la figura 10.17 será mayor que cero ya que la expansión se reparte entre el estator y el rotor. Como ya se ha mencionado, los conductos interálabes de estator y de rotor serán divergentes (figura 10.18).

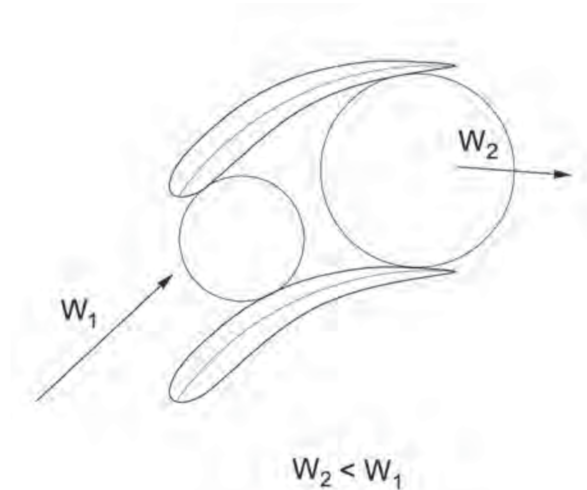


Figura 10.18. Conducto interálabes divergente característico de cascadas de compresor axial.

Ejemplo 10.1

En este ejemplo se va a destacar qué información se extrae del análisis del diagrama de velocidades asociado al rotor correspondiente a una máquina axial. Para ello se analizarán los diagramas presentados en la figura 10.19. Por otra parte, teniendo en cuenta los datos reflejados en la tabla 10.2 se va a calcular el par motor, la fuerza que ejerce el fluido sobre el álabe en la corona de rotor y el régimen de giro correspondientes al caso (a).

Tabla 10.2. Datos correspondientes al caso (a) del ejemplo 10.1

c_1 (m/s)	c_2 (m/s)	α_1	$\alpha 2$	u(m/s)	$\dot{m}$(kg/s)
516,26	333,94	73,07°	63,25°	513	34
Nº de álabes por corona en rotor		H(m)	D_m(m)	p_1 (bar)	p_2 (bar)
120		0,058	0,7	4,62	4,19

Solución:

Caso (a):

— Se trata de un escalonamiento de turbina axial ($u_2 = u_1$), ya que se comprueba que el fluido se acelera en el rotor ($w_2>w_1$) expandiéndose. Sin embargo, la velocidad absoluta disminuye en dicho elemento ($c_2<c_1$), dado que parte de la energía cinética del fluido se cede al exterior en forma de par motor.

— El diagrama corresponde a una máquina de reacción, ya que hay expansión en el rotor ($w_2>w_1$) y en el estator ($c_1>c_0 \equiv c_2$)[10]. Sin embargo, el grado de reacción no es R=0,5 ya que los triángulos no son simétricos.

— Se ha diseñado la máquina con el criterio de mantener $c_{a1} = c_{a2}$, eligiendo adecuadamente la altura del álabe a la salida para mantener el gasto.

— En base al criterio de signos adoptado, los ángulos son todos positivos en este caso.

Teniendo en cuenta la ecuación (10.1), y modificando el signo por tratarse de una máquina motora, el par motor desarrollado por el escalonamiento será:

$$M_z = \dot{m} \cdot r_m \cdot (c_{u1} - c_{u1}) = \dot{m} \cdot r_m \cdot (c_{u1} - c_{u1}) = \dot{m} \cdot \frac{D_m}{2} \cdot (c_1 \cdot sen\alpha_1 - c_2 \cdot sen\alpha_2)$$

$$M_z = 34\left(\frac{kg}{s}\right) \cdot 0{,}35(m) \cdot 196{,}094\left(\frac{m}{s}\right) = 2.333{,}52\ \ N \cdot m$$

Dicho par motor se debe a la fuerza que ejerce el fluido en la dirección tangencial sobre los álabes de la corona de rotor produciendo su giro. Por tanto, la componente tangencial de la fuerza sobre *un álabe* (F_T) será:

$$M_z = F_T \cdot r_m \cdot n_a \rightarrow F_T = \frac{2.333{,}52(N \cdot m)}{0{,}35(m) \cdot 120} = 55{,}56\,N$$

---

[10] Se considera que la velocidad de salida del rotor es idéntica a la de entrada al estator.

La fuerza sobre el álabe tendrá también una componente en el sentido axial (F_A) que, aplicando el teorema de conservación de la cantidad de movimiento en dicha dirección (10.21), se comprueba que es proporcional a la variación de la presión entre la entrada y la salida de la corona[11]:

$$\sum F_{Axial} = p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2 + n_a \cdot (-F_A) = \dot{m} \cdot (c_{a2} - c_{a1}) \qquad (10.21)$$

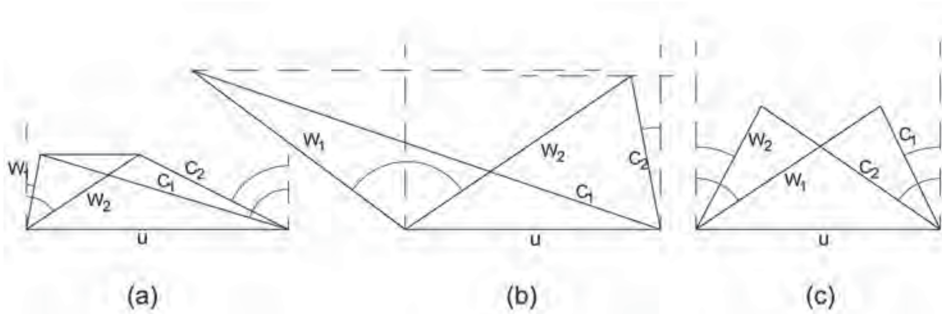


Figura 10.19. Diagramas de velocidades correspondientes a máquinas axiales.

$$F_A = \frac{(p_1 - p_2) \cdot A}{n_a} = \frac{(p_1 - p_2) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_m \cdot H_m}{n_a}$$
$$F_A = 45{,}7\ N \qquad (10.22)$$

El régimen de giro se obtiene a partir de la velocidad periférica:

$$u = \omega \cdot r \rightarrow n = \frac{u}{2 \cdot \pi \cdot r_m} = \frac{513\left(\frac{m}{s}\right)}{\pi \cdot 0{,}7(m)} = 233{,}27\ s^{-1} \equiv 14.000\ rpm$$

Caso (b)

— Este diagrama corresponde a una turbina axial de acción, dado que w_2 es ligeramente menor que w_1 y sin embargo $c_2 < c_1$, luego no puede tratarse de un compresor. Concretamente se trata del diagrama de una turbina axial de acción de presión constante en el rotor.

---

[11] La ecuación se aplica al conjunto de la corona, por lo que es necesario multiplicar la componente de la fuerza por el número de álabes de la corona. «A» representa el área media de la sección perpendicular a la dirección axial y se define a partir de la altura media del álabe en la corona.

La fuerza que ejerce el álabe sobre el fluido, contribuyendo a la variación de su cantidad de movimiento en la dirección axial es –FA, por el principio de acción y reacción.

— En este caso los conductos del estator serán convergentes y los del rotor de sección constante, mientras que el caso anterior ambos eran convergentes.

— Los ángulos α_1, α_2 y β_2 son positivos, mientras que β_1 será negativo.

Caso (c):

— Se trata del diagrama de velocidades correspondiente a un escalonamiento de compresor axial, ya que el fluido se decelera en el rotor ($w_2<w_1$) y en el estator ($c_1<c_2$), comprimiéndose en ambas coronas de álabes.

— Los triángulos de entrada y salida son simétricos, luego es de grado de reacción 0,5, tal como se justificará en el siguiente capítulo.

— Los conductos interálabes serán divergentes en el rotor y en el estator.

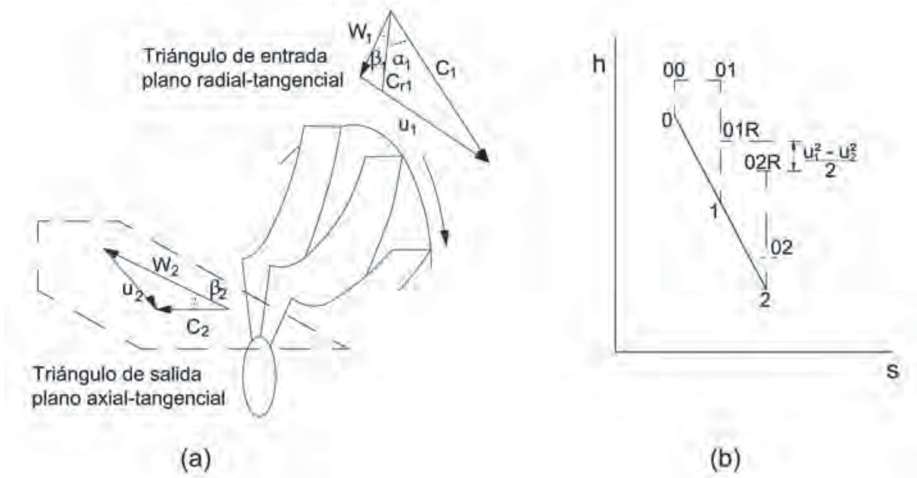


Figura 10.20. Triángulos de velocidades asociados al rotor y diagrama h-s de un escalonamiento de turbina centrípeta.

— En base al criterio de signos adoptado, los ángulos son todos positivos.

Ejemplo 10.2

Calcular la potencia desarrollada por un escalonamiento de una turbina axial de vapor que trasiega 8 kg/s de vapor saturado a 550°C. El vapor sale del estator con una velocidad de 520 m/s, formando un ángulo de 59° respecto de la direc-

ción axial. El fluido sale del rotor con velocidad tangencial nula ($c_{u2}=0$). El diámetro medio del rotor es 0,85 metros y el régimen de giro 10.000 min^{-1}.

Solución:

Aplicando la ecuación de Euler (10.3):

$$N_{TV} = \dot{m} \cdot u \cdot (c_{u1} - c_{u2}) = 8\left(\frac{kg}{s}\right) \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 10^3}{60}\left(\frac{1}{s}\right) \cdot 0{,}425(m) \cdot 520\left(\frac{m}{s}\right) \cdot sen(59^{o})$$

$$N_{TV} = 1587\, kW$$

Se comprueba que al utilizar la ecuación de Euler, la potencia desarrollada depende del diagrama de velocidades y no del tipo de fluido ni de su estado termodinámico, de forma que se obtendría la misma potencia si el fluido hubiese sido aire o gases de la combustión, por poner un ejemplo.

5.2. Turbomáquinas radiales

En estas máquinas existe una importante diferencia entre la velocidad periférica a la entrada y a la salida del rotor. Como consecuencia de lo anterior, el trabajo de la fuerza centrífuga es considerable en el rotor, de forma que no se mantiene la entalpía de parada relativa en dicho elemento (ecuación (10.13)).

Teniendo en cuenta la expresión del trabajo de la fuerza centrífuga, si la máquina tiene un radio de salida mayor que el de entrada, la máquina será centrífuga y al ser $u_2 > u_1$ dicho trabajo será positivo $(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} > 0)$ e incrementará la energía del fluido a la salida de la máquina. Por el contrario, si la máquina tiene un radio de salida menor que el de entrada ($u_2 < u_1 \Rightarrow$ máquina centrípeta) el trabajo de la fuerza de inercia centrífuga será negativo $(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} < 0)$ y reducirá la energía de salida del fluido, tal como se desprende de las ecuaciones (10.12) y (10.13). Esto tendrá repercusiones, como luego se verá, a la hora de elegir el tipo de máquina radial (centrífuga o centrípeta) en el caso de compresores y de turbinas.

Es importante resaltar que en este caso, los triángulos de velocidades de entrada y salida del rotor no se hallan en un mismo plano y, por tanto, no se pueden superponer. Tampoco es posible analizar el problema de forma bidimensional, si bien el

estudio sigue siendo unidimensional, al considerar una velocidad media representativa a la entrada y otra a la salida, tal como se justificaba en el apartado 10.1.

Será aplicable la expresión general de la *ecuación de Euler*, en concreto la ecuación (10.4) para turbinas radiales y la ecuación (10.5) para compresores radiales.

5.2.1. Turbinas centrípetas

Las turbinas radiales suelen construirse *centrípetas radio-axiales* porque dan más trabajo que las centrífugas, según se deduce del diagrama h-s presentado en la figura 10.19a. El trabajo de la fuerza centrífuga contribuye en este caso a la expansión en el rotor, ya que se reduce el valor de la entalpía a la salida del rotor para idéntica velocidad relativa de salida.

En este caso es aplicable la expresión general de la *ecuación de Euler*:

$$W_u = u_1 \cdot c_{u1} - u_2 \cdot c_{u2} \tag{10.4}$$

Se pueden destacar las siguientes particularidades:

— Son aplicables los comentarios relativos al estator incluidos en el epígrafe relativo a turbinas axiales, si bien hay que destacar que el fluido se mueve en este elemento en un plano radial-tangencial no teniendo su velocidad componente axial.

— Es usual que los álabes del rodete sean radiales (velocidad relativa de entrada radial β_1=0) y que la velocidad de salida absoluta sea axial (α_2=0).

5.2.2. Turbocompresores centrífugos

Los turbocompresores radiales se construyen centrífugos porque de esta forma la fuerza centrífuga contribuye al incremento de presión, según se deduce del diagrama h-s presentado en la figura 10.20a. Dicha figura corresponde a un escalonamiento de turbocompresor centrífugo *axio-radial*. Puede comprobarse que el incremento de presión que se produce en este elemento no se debe exclusivamente a la difusión de la corriente (relativa al rotor) sino también, de forma importante, al efecto de la fuerza centrífuga.

Se pueden destacar las siguientes particularidades:

— Es usual que los álabes del rodete sean radiales (velocidad relativa de salida radial β_2=0) y que la velocidad de entrada absoluta sea axial (α_1=0).

— Son aplicables los comentarios relativos al estator (difusor) incluidos en el epígrafe relativo a compresores axiales, si bien hay que destacar que el fluido se mueve en este elemento en un plano radial-tangencial no teniendo su velocidad componente axial. El estator en estas máquinas puede ser con álabes o sin álabes. En ambos casos el conducto por el que circula el fluido debe ser divergente para que el fluido se decelere y aumente su presión.

— Tanto las turbinas centrípetas como los compresores centrífugos suelen utilizar escalonamientos de grado de reacción 0,5.

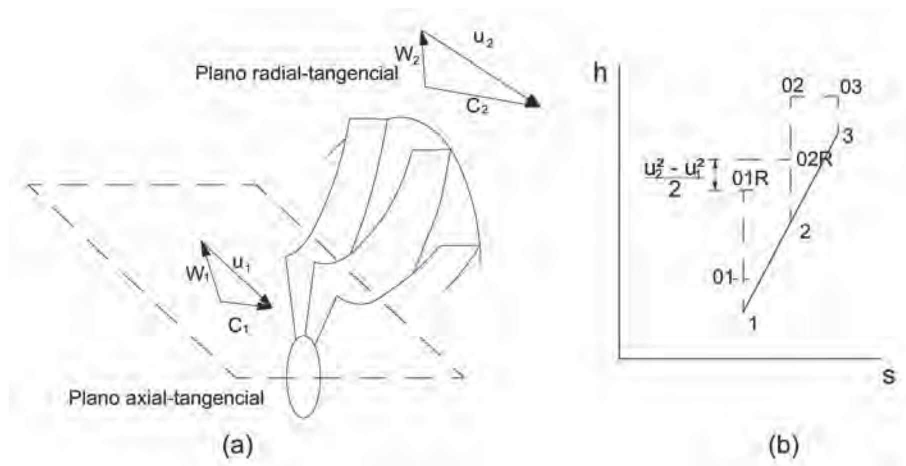


Figura 10.21. Triángulos de velocidades asociados al rotor y diagrama h-s escalonamiento compresor centrífugo.

Ejemplo 10.3

En este ejemplo se trata de resaltar la importancia de la fuerza centrífuga en la compresión que experimenta el fluido en un escalonamiento de turbocompresor centrífugo, así como destacar la misión del difusor, cuantificando qué incremento de presión se obtiene en el mismo. Para ello se partirá de los datos correspondientes a un determinado escalonamiento reflejados en la tabla 10.3.

Tabla 10.3. Datos correspondientes al ejemplo 10.3

w_1 (m/s)	w_2 (m/s)	u_1 (m/s)	u_2 (m/s)	c_p (kJ/kgK)
206	141	168	352	1,005
p_1 (bar)	T_1 (K)	W_u (kJ/kg)	c_1 (m/s)	γ
0,94	293	120	142	1,4

Solución:

A través de las ecuaciones (10.12) y (10.13) se puede obtener la entalpía del fluido a la salida del rotor que se incrementa respecto del valor de entrada como consecuencia, por una parte, de la difusión que experimenta el fluido y, por otra, del trabajo de la fuerza centrífuga:

$$h_2 = h_1 + \left(\frac{w_1^2}{2} - \frac{w_2^2}{2}\right) + \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2}\right)$$

$$h_2 = 1{,}005 \cdot 293\left(\frac{kJ}{kg}\right) + \left(\left(\frac{206^2}{2} - \frac{141^2}{2}\right) + \left(\frac{352^2}{2} - \frac{168^2}{2}\right)\right)\left(\frac{m^2}{s^2}\right) \cdot \frac{1}{10^3}\left(\frac{kJ}{J}\right)$$

$$h_2 = 353{,}58\frac{kJ}{kg} \Rightarrow T_2 = 351{,}82K$$

Considerando que la evolución en el escalonamiento es isentrópica, para simplificar los cálculos, se obtiene el incremento de presión experimentado en el rotor:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{351{,}82}{293}\right)^{3{,}5} = 1{,}897$$

Si se prescindiera del trabajo de la fuerza centrífuga, se obtendrían los siguientes resultados:

$$h_{2'} = 305{,}74\frac{kJ}{kg} \qquad \frac{p_{2'}}{p_1} = \left(\frac{T_{2'}}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{304{,}22}{293}\right)^{3{,}5} = 1{,}14$$

Se puede comprobar que el trabajo de la fuerza centrífuga contribuye, en este caso, en más de un 66 % a la elevación de presión en el rotor.

Por otra parte, aplicando la ecuación de la energía, se obtiene la energía cinética (absoluta) que se le comunica al fluido en el rotor, a parte de aumentar su entalpía:

$$\frac{c_2^2}{2} = \frac{c_1^2}{2} + W_u - (h_2 - h_1) \rightarrow c_2 = 376{,}73\frac{m}{s}$$

Como ya se mencionado, incrementar la energía cinética no es el objetivo. Teniendo en cuenta la ecuación (10.20), válida también en el caso de un turbocompresor centrífugo, suponiendo que el fluido evoluciona en el difusor de forma isentrópica, se puede calcular la deceleración en este elemento de forma que la velocidad de salida coincida con la de entrada al rotor ($c_3 = c_1$), se obtiene lo siguiente:

$$h_3 = h_2 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} = 414{,}46\,\frac{m}{s}$$

$$\frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{412{,}46}{351{,}82}\right)^{3{,}5} = 1{,}745$$

Se comprueba que en el difusor se eleva la presión debido a la deceleración del fluido, prácticamente lo mismo que en el rotor.

La relación de compresión total del escalonamiento será:

$$\frac{p_3}{p_1} = 1{,}745 \cdot 1{,}897 = 3{,}31$$

En general es más habitual expresar la relación de compresión como relación de presiones de parada.

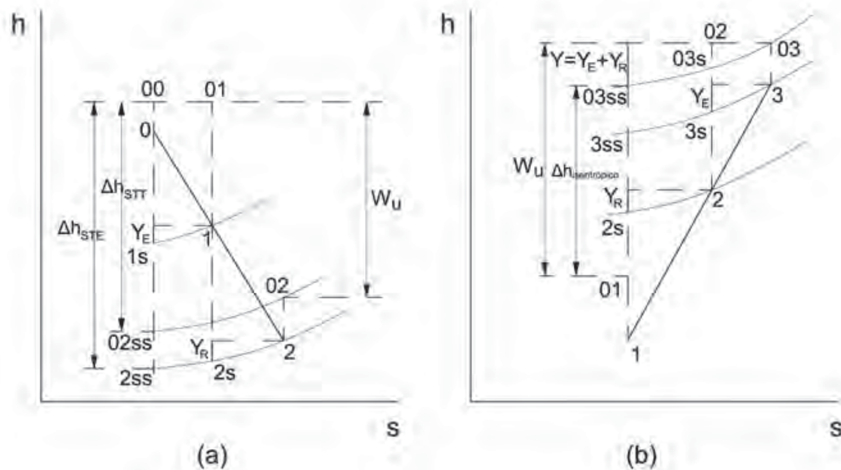


Figura 10.22. Pérdidas en los escalonamientos de turbina (a) y en los escalonamientos de compresor (b).

6. CRITERIOS QUE SE UTILIZAN PARA DEFINIR EL RENDIMIENTO DE LAS TURBOMÁQUINAS TÉRMICAS

En la figura 10.22-a se presenta la evolución del fluido en una turbina elemental o escalonamiento. El proceso que tiene lugar en la turbina, aunque se puede considerar adiabático, no es isentrópico, debido a que el proceso no puede considerarse reversible. En dicho diagrama queda reflejado el valor del trabajo específico desarrollado, el incremento de entropía que experimenta el fluido como consecuencia de las pérdidas de energía mecánica, producidas fundamentalmente por fricción, tanto en el rotor (Y_R) como en el estator (Y_E), así como los incrementos de entalpía asociados, a los que se denomina *pérdidas*, a cuyas causas se hará referencia en el siguiente apartado (se sugiere repasar el epígrafe A.5.3 del anexo).

Para evaluar la «bondad» del proceso se utiliza el parámetro *rendimiento* que relaciona el trabajo desarrollado por la máquina real W_u y el trabajo máximo que se podría obtener en una máquina hipotética, cuya geometría no es necesario definir, que operase entre las mismas condiciones de admisión (presión, temperatura y velocidad del fluido) y la misma presión de escape de la máquina real. Analizando el diagrama h-s se llega a la conclusión de que el trabajo máximo se obtendría en una máquina en la que el fluido evolucionase sin pérdidas ni de calor ni por irreversibilidades, es decir, por vía isentrópica.

$$\eta = \frac{W_u}{W_{u\,\max}} \tag{10.23}$$

Si se considera que la máquina hipotética tendrá asimismo la misma velocidad a la salida que la máquina real, el trabajo máximo será: $h_{00} - h_{02ss}$. Sin embargo, si la energía cinética a la salida del escalonamiento se sabe que se va a perder, degradándose por fricción, por ejemplo, al abandonar el fluido la turbina, la energía cinética a la salida interesará que sea lo menor posible, considerándose como una pérdida. En este caso, sería más adecuado definir el rendimiento comparando la evolución real con la evolución en una máquina hipotética de la que saliera el fluido con velocidad nula, ya que de esta forma, puede comprobarse en el diagrama h-s, que el trabajo ideal sería mayor ($h_{00} - h_{2ss}$), siendo, en definitiva, el máximo posible.

Teniendo en cuenta lo anterior, se pueden establecer dos criterios diferentes a la hora de definir el rendimiento:

— Criterio *total a total,* si no se considera la energía cinética de salida como pérdida, porque se va a aprovechar en algún elemento posterior de la instalación.

Al salto entálpico isentrópico de referencia se le denominará también total a total $\Delta h_{sTT} = h_{00} - h_{02ss}$.

— Criterio *total a estática*, si dicha energía cinética se considera dentro de las pérdidas. Al salto entálpico de referencia se le denominará en este caso total a estática $\Delta h_{sTE} = h_{00} - h_{2ss}$.

Conforme a dichos criterios se definen los siguientes rendimientos:

Rendimiento total a total:

$$\eta_{TT} = \frac{W_u}{\Delta h_{sTT}} = \frac{h_{00} - h_{02}}{h_{00} - h_{02ss}} \qquad (10.24)$$

Rendimiento total a estática:

$$\eta_{TE} = \frac{W_u}{\Delta h_{sTE}} = \frac{h_{00} - h_{02}}{h_{00} - h_{2ss}} \qquad (10.25)$$

Establecer un rendimiento es una forma de evaluar la calidad de un proceso y se puede definir con diferentes criterios. Sin embargo, a la hora de optimizar la máquina es importante utilizar un parámetro que nos permita comparar diferentes situaciones de una forma adecuada. En ese sentido, si se sabe de antemano que la energía cinética a la salida del escalonamiento o de la turbina en su conjunto, se va a perder, es lógico definir el rendimiento con el criterio total a estático que incorpora la energía cinética de salida como una pérdida, y optimizar el diseño de la máquina bajo ese criterio. De esa forma, cualquier modificación en el diseño que conlleve una disminución de la velocidad del fluido a la salida de la máquina, se reflejará mediante una mejora del rendimiento total a estático. Sin embargo, si el parámetro que se elige para evaluar la bondad del proceso es el rendimiento total a total, una modificación que, hipotéticamente, sólo afectase a la velocidad de salida no supondría una variación del rendimiento.

En escalonamientos intermedios de las turbomáquinas lo habitual es definir el rendimiento con criterio total a total y optimizar el diseño intentando aumentar dicho rendimiento. Para el conjunto de la turbina, o bien para el último de los escalonamientos, es adecuado y habitual definir el rendimiento con criterio total a estática.

En el caso de compresores el criterio habitual es el total a total.

En la figura 10.22b se presenta la evolución del fluido en un compresor axial elemental. En dicho diagrama queda reflejado el valor del trabajo específico que es

necesario absorber desde el exterior para conseguir la relación de compresión deseada. Se observa que dicho trabajo es superior al que sería necesario si el proceso se realizase de forma reversible, sin la existencia de fenómenos disipativos por fricción.

En este caso el rendimiento se define de la siguiente forma:

$$\eta_c = \frac{h_{03ss} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} = \frac{\Delta h_{\text{isentrópico}}}{W_u} \tag{10.26}$$

Ejemplo 10.4

En este ejemplo se va a calcular el rendimiento de una turbina, cuyos datos se reflejan en la tabla 10.4, según los dos criterios a los que se ha hecho referencia: total a total y total a estática. Considerar que el calor específico a presión constante del fluido es igual a 1 kJ/kgºC.

Tabla 10.4. Datos correspondientes al ejemplo 10.4

$r_{expansión}$	T_{00} (ºC)	T_{02} (ºC)	c_{salida} (m/s)	γ
12,3	1.124	530	150	1,33

Solución:

Es necesario calcular la temperatura de parada a la salida de la máquina si la evolución fuera isentrópica, así como la temperatura de salida estática, para obtener los saltos isentrópicos total a total y total a estática.

$$\left(\frac{p_{00}}{p_{02}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_{00}}{T_{02ss}} = (12{,}3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{1397}{T_{02ss}} \rightarrow T_{02ss} = 749{,}5\ K$$

$$\eta_{TT} = \frac{h_{00} - h_{02}}{h_{00} - h_{02ss}} = \frac{1.397 - 803}{1.397 - 749{,}5} = 0{,}92$$

$$h_{2ss} = h_{02ss} - \frac{c_{sal}^2}{2} = 749{,}5\left(\frac{kJ}{kg}\right) - \frac{150^2}{2 \cdot 1000}\left(\frac{kJ}{kg}\right) = 738{,}25\frac{kJ}{kg}$$

$$\eta_{TE} = \frac{h_{00} - h_{02}}{h_{00} - h_{2ss}} = \frac{1.397 - 803}{1.397 - 738{,}25} = 0{,}9$$

La turbina tiene un rendimiento menor si se utiliza como criterio el total a estático, ya que éste es más exigente, al comparar el trabajo desarrollado con un trabajo «ideal» mayor.

7. ORIGEN DE LAS PÉRDIDAS EN LAS TURBOMÁQUINAS

En primer lugar es importante distinguir entre las pérdidas denominadas internas y las que se consideran externas. Las *pérdidas internas* modifican el estado termodinámico del fluido con respecto del proceso isentrópico de referencia y quedan reflejadas en la línea de expansión o bien de compresión real de la máquina. Son precisamente las que se reflejan en los diagramas h-s de la figura 10.22, tanto para el rotor (Y_R) como para el estator (Y_E).

Las *pérdidas internas* están asociadas a las irreversibilidades que se producen en el flujo a su paso por los conductos interálabes. Debido a ellas el fluido incrementará su entropía y su entalpía, debido a que la energía mecánica degradada por fricción se convierte en definitiva en energía térmica.

Las principales causas de estas pérdidas son: choque del fluido en el borde de ataque, fricción superficial del fluido con los álabes y las paredes que forman parte del conducto por el que circula el fluido, fricción interna en el seno del fluido en la capa límite y en la estela que se forma a la salida, formación de flujos secundarios (remolinos) que se producen en el paso del fluido a través de los perfiles, formación de ondas de choque en el caso de que se produzca una excesiva expansión que implique la aparición de flujo supersónico a la salida.

Las pérdidas externas son las que no repercuten en el estado termodinámico del fluido, pero reducen la potencia que finalmente se puede aprovechar, en el caso de una turbina. En el caso de un compresor, las pérdidas externas incrementan la potencia que es necesario consumir del exterior para conseguir una determinada relación de compresión para un gasto másico dado. En este tipo de pérdidas se incluyen las debidas a la fricción en cojinetes y al accionamiento de elementos auxiliares.

Las pérdidas de calor a pesar de ser internas se contabilizan globalmente y se incluyen con las externas, dada la dificultad de evaluarlas para cada uno de los escalonamientos.

8. POTENCIA INTERNA Y POTENCIA EFECTIVA

Hay que tener en cuenta que la *ecuación de Euler* permite obtener el trabajo específico que se intercambia entre el fluido y el exterior en el escalonamiento, teniendo en cuenta exclusivamente las pérdidas internas en las coronas de álabes. En ese sentido el trabajo específico interno coincide con el útil al que hemos hecho referencia en el capítulo ($W_u = W_i$).

En primer lugar se van a expresar las pérdidas internas (con excepción de las de calor) en función de las variaciones de entalpía que a las que dan lugar en relación con la evolución ideal sin pérdidas.

Pérdidas en el rotor:

$$Y_R = h_2 - h_{2s} \tag{10.27}$$

Pérdidas en el estator:

Turbina: $$Y_E = h_1 - h_{1s} \tag{10.28}$$

Compresor: $$Y_E = h_3 - h_{3s} \tag{10.29}$$

La pérdida del conjunto del escalonamiento, que denominamos Y, será:

Turbina:

$$Y_T = h_2 - h_{2ss} = Y_R + Y_E \tag{10.30}$$

Compresor:

$$Y_C = h_3 - h_{3ss} = h_{03} - h_{03ss} = Y_R + Y_E \tag{10.31}$$

Pérdidas por velocidad de salida (caso de turbina):

$$Y_S = \frac{c_2^2}{2} = h_{02} - h_2 \tag{10.32}$$

En el caso de una turbina, se comprueba que:

$$W_i = \Delta h_{sTT} - Y_T \tag{10.33}$$

$$W_i = \Delta h_{sTE} - Y_T - Y_S \tag{10.34}$$

En el caso de un compresor, se comprueba que:

$$W_i = \Delta h_{sTT} + Y_T \tag{10.35}$$

La potencia interna que desarrolla la turbina será:

$$N_i = \dot{m} \cdot W_i \tag{10.36}$$

La potencia interna y la *potencia efectiva* se diferencian en las pérdidas externas. Por ejemplo, en el caso de un turbocompresor, si P_m es la potencia de pérdidas mecánicas, la potencia efectiva de accionamiento será:

$$N_e = N_i + N_m \tag{10.37}$$

9. CAMPOS DE APLICACIÓN DE LAS TURBINAS AXIALES Y DE LAS TURBINAS CENTRÍPETAS

Las turbinas axiales tienen mayor rendimiento isentrópico que las turbinas radiales y esta ventaja fundamental hace que esté mucho más extendido su uso en la mayor parte de las aplicaciones. En concreto, hay que resaltar que las turbinas de vapor son siempre de tipo axial y las turbinas que se utilizan en turbinas de gas de ciclo simple de media o alta potencia, en ciclos combinados y en turbinas de gas de aviación son también de tipo axial. Las turbinas centrípetas se utilizan en pequeñas turbinas de gas y en grupos de sobrealimentación de motores de combustión interna alternativos de pequeña o mediana potencia, y suelen estar constituidas por un único escalonamiento.

10. COMPARACIÓN ENTRE COMPRESORES AXIALES, CENTRÍFUGOS Y VOLUMÉTRICOS

Es importante establecer una comparación entre los distintos tipos de compresores resaltando las siguientes ideas básicas:

— Los compresores dinámicos o turbocompresores se diferencian de los volumétricos en su principio de funcionamiento. En los dinámicos la presión se eleva debido a la difusión que experimenta el fluido y, en el caso de los centrífugos, también debido al efecto de la fuerza centrífuga. En los volumétricos, sin embargo, en la mayoría de los casos, la elevación de presión se produce por disminución del volumen de una determinada masa de fluido.

— Los compresores volumétricos alternativos proporcionan elevadas relaciones de compresión pero caudales reducidos y los dinámicos, por el contrario, tra-

bajan con elevados caudales y pueden proporcionar relaciones de compresión inferiores.

— Los volumétricos rotativos (tipo tornillo, tipo roots, de lóbulos o bien tipo scroll) se utilizan cuando interesa simultáneamente baja relación de compresión y caudal medio.

— Los turbocompresores trabajan sin lubricación entre sus partes móviles (salvo lógicamente la lubricación de los cojinetes del eje de rotación) de manera que el fluido de trabajo no entra nunca en contacto con aceite lubricante y por tanto está libre de contaminación en ese sentido, al contrario de lo que ocurre en la mayoría de los compresores volumétricos.

Comparando los turbocompresores axiales con los centrífugos se puede destacar lo siguiente:

— Los compresores centrífugos tienen relaciones de compresión por escalonamiento mayores que los axiales, ya que, además del efecto de la difusión experimentada por el fluido, la acción de la fuerza centrífuga también contribuye al incremento de la presión.

Anexo

Procesos en fluidos compresibles

Marta Muñoz Domínguez
Universidad Nacional de Educación a Distancia

A.1. Introducción.
A.2. Procesos termodinámicos de importancia en el estudio de las máquinas y los motores térmicos.
A.3. Principios y ecuaciones que rigen el comportamiento de los flujos compresibles.
A.3.1. Principio de conservación de la masa.
A.3.2. Primer Principio de la termodinámica.
A.3.3. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento.
A.3.4. Segundo Principio de la termodinámica.
A.3.5. Exergía y balance exergético.
A.3.6. Ecuaciones de Gibbs.
A.3.7. Ecuaciones calóricas.
A.3.8. Trabajo intercambiado con el entorno.
A.4. El Factor de Carnot. Rendimiento máximo de los motores térmicos.
A.5. Expansión y compresión en conductos, toberas y difusores.
A.5.1. Efecto de la compresibilidad.
A.5.2. Forma del conducto en toberas y difusores.
A.5.3. Evaluación de las pérdidas en toberas y difusores.
A.5.3.1. Comparación de los casos de expansión y compresión.
A.5.3.2. Coeficientes para evaluar la fricción en toberas y difusores.

ANEXO
PROCESOS EN FLUIDOS COMPRESIBLES

OBJETIVOS FUNDAMENTALES DEL CAPÍTULO

- Recordar las ecuaciones fundamentales que rigen el comportamiento del flujo compresible en sistemas cerrados y abiertos: ecuación de la continuidad, ecuación de conservación de la energía, segundo principio de la termodinámica, ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, ecuaciones de Gibbs, ecuaciones calóricas.
- Recordar el concepto de exergía y el balance exergético como una forma alternativa de expresar el 2.º principio de la termodinámica.
- Recordar las distintas formas de expresar el trabajo intercambiado con el entorno en sistemas cerrados y abiertos.
- Analizar los procesos de expansión y compresión en toberas y difusores para llegar a entender la influencia de la forma del conducto y del número de Mach de la corriente.
- Presentar los distintos parámetros que se utilizan para evaluar las pérdidas mecánicas en toberas y difusores.

A.1. INTRODUCCIÓN

En las máquinas térmicas evolucionan fluidos compresibles (vapor de agua, aire, mezcla de aire y combustible, gases de la combustión) a velocidades apreciables, que sufren procesos en los que se producen cambios en su densidad. Es importante destacar que es precisamente la característica de compresibilidad la que da a los fluidos la capacidad de almacenar y liberar grandes cantidades de energía, y jugará un importante papel el funcionamiento de las máquinas térmicas, como se pondrá de manifiesto a lo largo del texto.

El presente capítulo tiene por objeto presentar las ecuaciones fundamentales que rigen el comportamiento del flujo compresible y, posteriormente, estudiar y

presentar ciertos procesos termodinámicos y termo-fluidomecánicos característicos que tienen lugar en las máquinas y los motores térmicos, así como mostrar las herramientas necesarias para el análisis de dichos procesos.

En las máquinas térmicas los gases evolucionan en sistemas que pueden ser cerrados o abiertos. Ejemplos de evolución en sistemas cerrados o sin flujo serían los procesos en el interior del cilindro una vez cerradas las válvulas o las lumbreras de admisión y escape en motores de combustión interna alternativos, en máquinas de vapor alternativas o en compresores volumétricos. Cuando el fluido experimenta un proceso en un sistema cerrado, la velocidad del fluido respecto de las paredes no es elevada, de forma que las pérdidas de carga no son muy importantes de manera que se puede suponer, en una primera aproximación, que los procesos son reversibles. Sin embargo, las pérdidas de calor sí pueden ser considerables y despreciarlas supondría introducir un error importante en el análisis[1]. Por otra parte, los procesos en sistemas cerrados son claramente no estacionarios.

Por otro lado, una turbomáquina térmica, turbina o compresor, constituye un ejemplo de sistema abierto o con flujo[2]. En este caso, las pérdidas mecánicas por fricción no pueden ser despreciadas sin incurrir en un error considerable, debido a la elevada velocidad de circulación del fluido por el interior de estas máquinas, constituidas internamente por conductos convergentes o divergentes, por tanto, deben tratarse como irreversibles. Sin embargo, debido a la corta permanencia de una partícula de fluido en el interior de estas máquinas, las pérdidas de calor por unidad de gasto no son importantes y estos procesos pueden considerarse adiabáticos. Además, los procesos en las turbomáquinas pueden considerarse estacionarios y para mayor simplicidad, unidimensionales, ya que la máquina puede tratarse como un volumen de control con una entrada y una salida, en las que se supone que el campo fluido es uniforme.

Por otra parte, los procesos que se van a considerararen los motores térmicos pueden ser abiertos (proceso experimentado por el fluido en una turbina de gas) o bien procesos cíclicos o cerrados (proceso experimentado por el agua en una instalación de turbina de vapor).

---

[1] La necesidad de refrigerar el cilindro, en el caso de los MCI alternativos, viene motivada por exigencias mecánicas: para controlar la dilatación de las piezas y la temperatura del aceite.

[2] Otro ejemplo serían los colectores de admisión y escape durante los procesos de renovación de la carga en MCI alternativos.

Otra hipótesis importante que se realiza frecuentemente en el estudio de las máquinas y motores térmicos es que los gases que evolucionan se comportan como gases ideales e incluso como gases perfectos. Con esta hipótesis no se incurre en errores significativos en los cálculos y en el análisis del comportamiento de las máquinas y motores térmicos[3], en la mayoría de los casos. Esta hipótesis no es aplicable, no obstante, al caso del vapor de agua.

Recordar que la ecuación de estado de los gases ideales establece que:

$$p \cdot v = R \cdot T \tag{A.1}$$

A.2. PROCESOS TERMODINÁMICOS DE IMPORTANCIA EN EL ESTUDIO DE LAS MÁQUINAS Y MOTORES TÉRMICOS

A continuación se hace referencia a distintos tipos de procesos de suma importancia en el estudio del fundamento de las máquinas y los motores térmicos. En cada caso se han incluido ejemplos concretos de procesos de ese tipo que tienen lugar en dichas máquinas y motores. En figuras posteriores se representan algunos de estos procesos en diagramas p-V y T-s. Las ecuaciones que se indican entre paréntesis corresponden al comportamiento de gases ideales, que se derivan de la ecuación de estado (A.1).

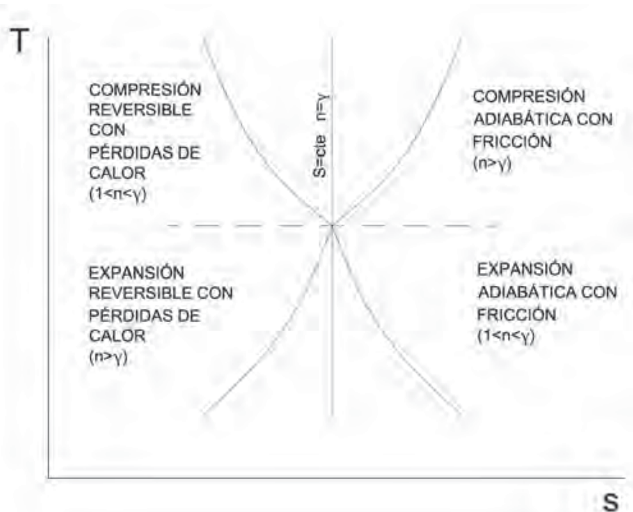


Figura A.1. Diferentes procesos politrópicos de compresión y expansión.

[3] Una razón de este comportamiento es que las presiones de trabajo son moderadas.

Proceso isobárico: p = cte

Ejemplo: los procesos que tiene lugar en las calderas y en las cámaras de combustión de las turbinas de gas, si se desprecia la pérdida de carga[4].

Proceso isocoro: V = cte

Ejemplo: el proceso de aporte de calor a volumen constante en un ciclo ideal de un motor de combustión interna de encendido provocado (MEP).

Proceso isotermo: T = cte (pV=cte)

Ejemplos: los procesos ideales de compresión o expansión isotermas, a los que se tiende en los ciclos compuestos de turbinas de gas para reducir el trabajo de compresión o incrementar el trabajo de expansión.

Proceso isentálpico: h = cte

Ejemplo: el flujo a través de válvulas de laminación o de estrangulación para regulación del caudal, válvulas de expansión en máquinas frigoríficas.

En el caso de *gases ideales*, dado que la entalpía es función únicamente de la temperatura y no de la presión, los procesos isotermos serán también isentálpicos.

Proceso adiabático: Q = 0

La adiabaticidad es una característica del proceso y no un proceso en sí mismo.

Ejemplo: en general, se pueden considerar como adiabáticos los procesos que tienen lugar en las turbomáquinas térmicas (turbinas y compresores) o en conductos tales como toberas o difusores[5].

Proceso isentrópico. Proceso reversible y adiabático: s = cte ($p \cdot v^{g}$ = cte)

Ejemplo: los procesos ideales que sirven de referencia para establecer el rendimiento de los procesos reales en turbomáquinas térmicas, en toberas o en difusores.

---

[4] En rigor se refiere a la pérdida de presión de parada o remanso: $p_{01} = p_1 + \rho \cdot \frac{c_1^2}{2}$.

[5] Si se fuerza la refrigeración, se puede modificar la tendencia natural a la adiabaticidad.

Puede existir un proceso isentrópico que sea no reversible ni adiabático, de forma que llegue a mantenerse la entropía constante; éste podría llegar a ser el caso del proceso de expansión en una turbina refrigerada.

Proceso politrópico ($p \cdot v^n = cte$)

Ejemplo: todos aquellos procesos que responden con suficiente aproximación a la relación $pv^n = cte$. Los procesos mencionados anteriormente obedecen a dicha ecuación eligiendo el valor de *n* entre los siguientes: 0, ∞, 1, γ. No obstante, es más habitual utilizar la denominación de procesos politrópicos para caracterizar y referirse a procesos no isentrópicos, bien porque existan pérdidas por fricción y/o porque el proceso no sea adiabático.

A continuación se presentan algunos ejemplos de procesos politrópicos que se reflejan en un diagrama T-s en la figura A.1:

— Proceso de compresión reversible, con pérdidas de calor (1-2) En este proceso disminuye la entropía del fluido[6] y se comprueba que $1 < n < \gamma$.
— Proceso de expansión reversible, con pérdidas de calor (1-2'). En este proceso también disminuye la entropía del fluido al haber transmisión de calor al exterior, pero en este caso se comprueba que los sucesivos estados termodinámicos pueden representarse mediante una politrópica con $n > \gamma$. Este proceso y el anterior pueden ser representativos de los experimentados por el fluido en compresores volumétricos alternativos.
— Proceso de compresión adiabático e irreversible (1-2''). En este proceso aumenta la entropía del fluido y se puede comprobar que $n > \gamma$. Proceso característico del flujo en difusores y en compresores.
— Proceso de expansión adiabático e irreversible (1-2'''). En este proceso aumenta la entropía del fluido y se comprueba que $1 < n < \gamma$. Proceso característico del flujo en toberas y en turbinas.

En la figura A.2 se comparan, en un diagrama *p-v* tres procesos de compresión: isotermo (0-1), politrópico (0-1') e isentrópico (0-1'').

[6] Se puede deducir del Segundo Principio de la Termodinámica (ecuación A.9).

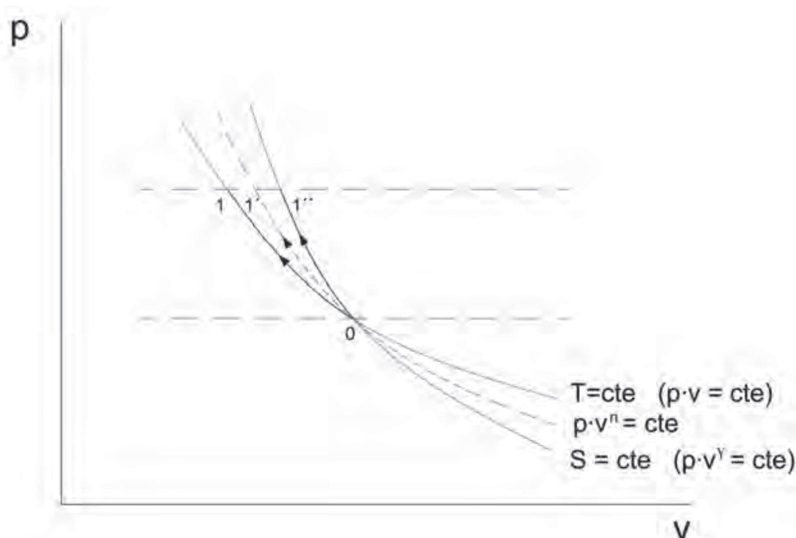


Figura A.2 . Procesos de compresión: isotermo (0-1), politrópico (0-1') e isentrópico (0-1").

A.3. PRINCIPIOS Y ECUACIONES QUE RIGEN EL COMPORTAMIENTO DE LOS FLUJOS COMPRESIBLES

A continuación se resumen los principios y ecuaciones que rigen el comportamiento de los flujos compresibles. Para mayor claridad se distinguen, en cada caso, las expresiones aplicables a sistemas cerrados y a sistemas abiertos, y además se incorporan las hipótesis simplificativas más extendidas en el estudio de las máquinas y motores térmicos con el fin de mostrar las formulaciones adecuadas en cada caso.

Es importante resaltar que las ecuaciones se presentan en general en forma integral, es decir, algunas de las ecuaciones provienen de la integración de las ecuaciones en forma diferencial al volumen de control (sistema abierto) o al volumen fluido (sistema cerrado) que representa una máquina o bien un conducto. Debido a ello, estas ecuaciones permiten analizar los procesos que experimentan los fluidos y las propiedades de los mismos de forma macroscópica, obteniendo información de los valores medios de las variables a la entrada y a la salida (sistemas abiertos) o bien un valor medio de la variable asociada al conjunto del volumen de control en cada instante, no siendo posible obtener información sobre la distribución espacial de las distintas variables (presión, temperatura, velocidad, etc.).

Conviene aclarar que en el caso de un sistema abierto, los subíndices 1 y 2 corresponden a la entrada y a la salida de la máquina o el conducto, considerado como volumen de control, mientras que en sistemas cerrados denotarán instantes de tiempos sucesivos.

A.3.1. Principio de conservación de la masa

Sistema cerrado

$$masa = \rho \cdot V = cte \tag{A.3}$$

Donde ρ representa la densidad del fluido y V el volumen.

Sistema abierto

Ecuación de la continuidad para flujo estacionario:

$$\dot{m} = A \cdot \rho \cdot c \Rightarrow \dot{m}_2 = \dot{m}_1 \tag{A.4}$$

Donde $\dot{m}$ es el gasto másico y c es la componente de la velocidad perpendicular a la sección A en una determinada localización.

A.3.2 Primer Principio de la Termodinámica

Sistema cerrado

El Primer Principio de la Termodinámica es un enunciado de conservación de la energía. Para un sistema cerrado se enuncia de la siguiente forma:

$$\Delta U = Q - W \tag{A.5}$$

ΔU es la variación de la energía interna del sistema, Q es el calor intercambiado en el proceso y W el trabajo ya sea desarrollado o absorbido en el proceso.

La ecuación (A.5) expresada en magnitudes específicas (por unidad de masa o mol del sistema), en cuyo caso se notarán las magnitudes con letras minúsculas, será:

$$\Delta u = q - w[J / kg, J / mol] \tag{A.6}$$

La ecuación A.5 está expresada en términos de energía del sistema para un proceso dado, pero puede ser expresada para un proceso diferencial:

$$dU = \delta Q - \delta W \qquad \text{(A.7)}$$

$$du = \delta q - \delta w \qquad \text{(A.8)}$$

Es conveniente recordar que la energía interna (U) (y otras como la presión, temperatura, volumen, densidad, entalpía o entropía) es una función de estado, que solamente depende del estado térmico del sistema en equilibrio, mientras que el calor y el trabajo son funciones de línea (formas de energía en tránsito) y no dependen del estado del sistema sino del proceso efectuado, de ahí que su variación se denote con el símbolo δ en lugar de con el diferencial *d*.

Criterio de signos: Se considera W positivo si es desarrollado por el sistema y Q positivo si es absorbido por el sistema.

Sistema abierto

Partiendo de la ecuación A.5 y aplicándola a un volumen fluido dado que evoluciona por un sistema fijo abierto, del que entra y sale fluido, se puede llegar a la siguiente expresión del Primer Principio para sistemas abiertos en régimen no estacionario:

$$\dot{U} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum h_e \dot{m}_e - \sum h_s \dot{m}_s \qquad \text{(A.9)}$$

En la ecuación anterior, $\dot{U}$ es la variación de energía interna del sistema con el tiempo, $\dot{Q}$ es la potencia térmica que absorbe el sistema del exterior, $\dot{W}$ la potencia producida por el sistema y h es la entalpía[7] específica por unidad de masa. Por otro lado, los subíndices e y s hacen referencia a las entradas y salidas del sistema respectivamente. Si el proceso es estacionario, la energía del sistema no varía en el tiempo, y si además solo existe una corriente (una entrada y una salida) se tiene la ecuación A.10 en términos de potencia o la A.11 en términos de energía específica (por kg de masa o por mol):

$$\dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \dot{Q} - \dot{W} \qquad \text{(A.10)}$$

$$h_2 - h_1 = q - w \qquad \text{(A.11)}$$

[7] Se recuerda que $h = u + p \cdot v$.

Si la energía interna del sistema se generaliza con otras energías además de la térmica —por ejemplo, con la energía cinética y la potencial en un campo de fuerzas— se obtiene:

$$\left(h_2 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 + g \cdot z_2\right) - \left(h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot z_1\right) = q - w \tag{A.12}$$

Considerando que la energía potencial es despreciable en el caso de gases frente a los otros términos, se tiene:

$$\left(h_2 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2\right) - \left(h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2\right) = h_{02} - h_{01} = q - w \tag{A.14}$$

Los términos h_{02} y h_{01} comprenden la entalpía estática (h) de las corrientes de salida y entrada junto con su energía cinética (1/2 c^2) y se denomina entalpía de parada o de remanso (h_0). Será empleado muy frecuentemente a lo largo del texto. El punto de parada (o de remanso) sería un punto ficticio que alcanzaría la corriente si se frenara por vía isentrópica (sin rozamiento ni transferencia de calor) y sin intercambio de trabajo hasta velocidad nula.

A.3.3. Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

Sistema cerrado

Aplicando la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento al conjunto del sistema cerrado, éste variará su cantidad de movimiento si se aplica sobre él una fuerza neta resultante:

$$F = masa \cdot a \rightarrow F = \frac{d}{dt}(m \cdot c) \tag{A.15}$$

Sistema abierto

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento aplicada al volumen de control, queda reducida a la siguiente expresión en el caso de flujo estacionario:

Ecuación en la dirección x:

$$\sum F_x = \dot{m} \cdot (c_{x2} - c_{x1}) \tag{A.16}$$

Cuando el sistema considerado está sometido a una rotación es más adecuado aplicar el teorema del Momento Cinético, según el cual: la variación experimentada de momento cinético[8] es igual al par total aplicado sobre el sistema. A partir de este teorema se deduce la Ecuación Fundamental de las Turbomáquinas, tal como se explica en el capítulo 10.

A.3.4. Segundo Principio de la termodinámica

Sistema cerrado

El Segundo Principio de la Termodinámica, que tiene varios enunciados, es un principio relacionado con la direccionalidad de los procesos y con su reversibilidad y permite cuantificar las irreversibilidades. Por ejemplo, queda de manifiesto el hecho de que el rozamiento y la fricción interna del fluido reducen la potencia o el trabajo producido (o bien aumentan el trabajo que se requiere aportar), asimismo se manifiesta la pérdida de carga debido a las irreversibilidades, haciendo imposible efectuar el proceso contrario bajo las mismas condiciones; también, se pueden cuantificar las pérdidas causadas por el hecho de que el calor se transfiera de cuerpos de mayor temperatura a cuerpos de menor temperatura y no al contrario, lo que asimismo implica que sea imposible hacer un proceso inverso volviendo al estado inicial.

En sistemas cerrados se usará habitualmente el balance de entropía en términos específicos (ecuación A.17).

$$ds = \frac{\delta q}{T} + \delta\sigma_i \tag{A.17}$$

Donde $\delta\sigma_i$ es la generación entrópica por irreversibilidades internas en un proceso diferencial, siempre de valor positivo, que es función de línea como el calor, y que cuantifica las irreversibilidades en unidades de entropía.

$$\int T\delta\sigma_i \tag{A.18}$$

La integral (A.18) representa el trabajo de rozamiento debido a la fricción del fluido con las paredes y a la fricción interna como consecuencia de la viscosidad del mismo, aunque en el caso de sistema cerrado este término es pequeño.

---

[8] Momento de la cantidad de movimiento: $\vec{r} \times m \cdot \overline{c}$

Sistema abierto

De la misma forma, a partir de la ecuación A.17, aplicándola a un fluido de control que pasa a través de un sistema abierto, se puede establecer el Segundo Principio para sistemas abiertos:

$$\dot{S} = \int_{Sc} \frac{\delta \dot{Q}}{T} + \dot{\sigma}_i + \sum s_e \dot{m}_e - \sum s_s \dot{m}_s \qquad \text{(A.19)}$$

Donde $\dot{S}$ es la variación temporal de entropía del sistema, $\dot{\sigma}$ es la generación de entropía del sistema y s_s, s_e son las entropías específicas (por unidad de masa) salientes y entrantes del sistema. Por otro lado al término del calor se le denomina flujo entrópico calorífico, y es la integral del calor recibido por el sistema a través de su superficie *Sc*, que es la superficie del volumen de control, y que llega al fluido con una temperatura T que podría ser distinta en cada punto.

Si el sistema es estacionario y sólo existe una entrada y una salida, se tienen las ecuaciones A.20 y A.21.Hay que señalar que en las ecuaciones A.18 y A.19 el término de generación de entropía tiene unidades de potencia por unidad de temperatura mientras que en la A.20 es una magnitud medida en unidades de entropía específica (energía por unidad de masa y temperatura).

$$\dot{m} \cdot (s_2 - s_1) = \int_{Sc} \frac{\delta \dot{Q}}{T} + \dot{\sigma}_i \qquad \text{(A.20)}$$

$$s_2 - s_1 = \int_{Sc} \frac{\delta q}{T} + \sigma_i \qquad \text{(A.21)}$$

De esta ecuación se deduce que en un sistema abierto adiabático, la entropía a la salida es mayor a la entropía a la entrada, ya que un proceso real es siempre irreversible, siendo σ_i positivo y no despreciable por tratarse de un sistema abierto. No obstante, la entropía podría disminuir si durante el proceso el fluido cediese calor al exterior y se diera la circunstancia de que el miembro izquierdo de la ecuación (A.21) resultase negativo.

A.3.5. Exergía y balance exergético

La exergía es una propiedad termodinámica del fluido que, combinando los conceptos de energía y entropía, representa el máximo trabajo que puede ex-

traerse del fluido en un determinado estado (p y T) respecto de un estado inerte de referencia (subíndice 0) que coincide con el del medio ambiente[9]:

Sistema cerrado

Aunque para sistemas cerrados no se emplee a lo largo del texto, conviene recordar el balance de exergía de un sistema cerrado, que es otro enunciado del Segundo Principio. La expresión de la exergía (B) en función del estado del sistema se muestra en la ecuación A.22, mientras que el balance de exergía en un proceso se muestra en la ecuación A.23:

$$B = (U - U_0) - T_0 \cdot (S - S_0) + p_0 \cdot (V - V_0) \tag{A.22}$$

$$B_2 - B_1 = \int_{1-2} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \delta Q - (W - p_0 \cdot \Delta V) - T_0 \cdot \sigma_i \tag{A.23}$$

El término $T_0\sigma_i$ cuantifica la destrucción de exergía y, por tanto, pérdida de la posibilidad de realizar trabajo debido a las irreversibilidades internas que pueden ser de distinta naturaleza (habitualmente transmisión de calor y fricción). A dicho térmico se le denomina habitualmente irreversibilidad (I). Se comprueba que la exergía no sólo puede destruirse sino que también puede transferirse al sistema o desde el sistema. La transferencia de exergía por trabajo es el trabajo en sí mismo, exceptuando el que realiza el sistema contra el entorno al aumentar su volumen. Sin embargo, el término $(1\text{-}T_0/\ T)$ que múltiplica el diferencial de calor, pone de manifiesto que no toda la energía térmica puede convertirse en trabajo, de forma que el calor aportado será tanto más útil para producir trabajo cuanto mayor sea la temperatura a la que se aporta.

Sistema abierto

La formulación del Segundo Principio en términos de exergía se obtiene a partir de las ecuaciones A.9 y A.19 para un sistema abierto [ecuación (A.24)]. En este caso se han considerado también las energías cinética y potencial en la definición de los flujos exergéticos de entrada y salida [ecuación (A.25)]. El término $\dot{B}$ representa la variación temporal de exergía del sistema en el caso de que el proceso no sea estacionario.

$$\dot{B} = \int_{Sc} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta\dot{Q} - \dot{W}_{sist} - T_0 \cdot \dot{\sigma} + \sum e_e \dot{m}_e - \sum e_s \dot{m}_s \tag{A.24}$$

[9] En el caso de sistemas reactivos habría que considerar, asimismo, la exergía química de la sustancia.

$\dot{B}$

$$e_2 - e_1 = (h_2 - h_1) - T_0 \cdot (s_2 - s_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) \qquad \text{(A.25)}$$

Si el proceso es estacionario y solamente hay una entrada y una salida de masa del sistema, se obtendrá la ecuación de balance de exergía (A.26):

$$\dot{m} \cdot (e_2 - e_1) = \int_{Sc} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta\dot{Q} - \dot{W} - T_0 \cdot \dot{\sigma}_i \qquad \text{(A.26)}$$

$$e_2 = e_1 + \int_{Sc} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \cdot \delta q - w - T_0 \cdot \sigma_i \qquad \text{[A.27](A.27)}$$

Es decir, la exergía de flujo que sale del sistema es igual a la suma (con sus respectivos signos) de la exergía de flujo entrante, el calor intercambiado (expresado como contenido exergético), la potencia mecánica producida y las pérdidas, que habitualmente tendrán como origen la fricción del fluido o el intercambio interno de temperatura dentro del sistema.

Resumen de ideas:

- El Primer Principio de la Termodinámica es un enunciado de conservación de la energía
- Con el Segundo Principio se pueden cuantificar las pérdidas causadas por las irreversibilidades tanto en términos de entropía como de exergía.
- En un sistema abierto y en régimen estacionario, la suma del calor y del trabajo (con sus correspondientes signos) es igual a la variación de entalpía del fluido que atraviesa el sistema.
- El fluido que atraviesa un sistema abierto, en régimen estacionario, aumenta la capacidad de realizar trabajo si se le aporta calor o trabajo, y reduce su capacidad de realizar trabajo si cede calor, produce trabajo o si existen irreversibilidades.
- El aporte de calor es tanto más útil, de cara a producir trabajo, cuanto mayor es la temperatura a la que se aporta.
- Las irreversibilidades, debidas tanto a la fricción como a la transferencia de calor, merman la capacidad de realizar trabajo de un sistema, por tanto, disminuyen su exergía.

A.3.6. Ecuaciones de Gibbs

Una función termodinámica fundamental proporciona una descripción completa del estado termodinámico de una sustancia. En el caso de una sustancia pura, dos propiedades independientes determinan dicho estado termodinámico.

Las funciones termodinámicas fundamentales son:

- La energía interna que puede expresarse, por ejemplo, en función de la entropía y del volumen: U(S, V);
- La entalpía (H = U + p·V) que puede expresarse, por ejemplo, en función de la entropía y de la presión: H(S, p);
- La energía libre de Helmholtz (A = U –T·S) que puede expresarse, por ejemplo, en función de la temperatura y del volumen: A(T, V);
- La energía libre de Gibbs (G = U + p·V – T·S) que puede expresarse, por ejemplo, en función de la temperatura y de la presión: G(T, p).

Al contener toda la información del sistema, de ellas se deriva cualquier otra variable de estado, por diferenciación y/o combinación, por ejemplo, los poderes caloríficos. Se puede comprobar que se cumplen las siguientes ecuaciones, que se denominan ecuaciones de Gibbs, que relacionan las funciones termodinámicas fundamentales anteriores:

$$dU = T \cdot dS - p \cdot dV \qquad \text{(A.28)}$$

$$dH = T \cdot dS + V \cdot dp \qquad \text{(A.29)}$$

$$dA = -S \cdot dT - p \cdot dV \qquad \text{(A.30)}$$

$$dG = -S \cdot dT + V \cdot dp \qquad \text{(A.31)}$$

Las dos primeras ecuaciones se comprueba que se obtienen fácilmente a partir de la propia definición de la variable de estado entropía y del Primer Principio de la Termodinámica. Las dos últimas se obtienen a su vez a partir de las propias definiciones de las funciones de Helmholtz y Gibbs por diferenciación y combinación con las dos primeras.

Las ecuaciones de Gibbs son aplicables a procesos reversibles o irreversibles en sistemas cerrados o abiertos. No obstante, no pueden aplicarse a procesos en los que la composición varíe. En ese caso las expresiones se modifican para tener en cuenta dicha variación.

A.3.7. Ecuaciones calóricas

También son de utilidad las ecuaciones calóricas, que definen la energía interna y la entalpía en función de la presión, temperatura y volumen, expresando la energía interna como U(T, V) y la entalpía como H(T, p). Se hace notar que en este caso se ha considerado el sistema como no reactivo. A partir de las ecuaciones calóricas se definen los calores específicos a presión constante y a volumen constante:

$$\begin{cases} du = \left(\dfrac{\partial u}{\partial T}\right)_v \cdot dT + \left(\dfrac{\partial u}{\partial v}\right)_T \cdot dv = c_v \cdot dT + \left(\dfrac{\partial u}{\partial v}\right)_T \cdot dv \\ dh = \left(\dfrac{\partial h}{\partial T}\right)_p \cdot dT + \left(\dfrac{\partial h}{\partial p}\right)_T \cdot dp = c_p \cdot dT + \left(\dfrac{\partial h}{\partial p}\right)_T \cdot dp \end{cases} \qquad \text{(A.32,33)}$$

Como se pone de manifiesto más adelante, los calores específicos a volumen y a presión constante permiten relacionar la variación de temperatura en función del calor aportado cuando el proceso se produce, respectivamente, a volumen constante o a presión constante. La variación de energía interna con el volumen y la variación de entalpía con la presión, ambos a temperatura constante, son nulos en el caso de gases ideales, pero no en otras sustancias reales. La variación de la energía interna respecto del volumen a temperatura constante también es nula para los líquidos ideales, pero no la variación de entalpía a presión constante. Esto quiere decir que en gases ideales, tanto la energía interna como la entalpía dependen solamente de la temperatura, pero esto no es cierto para otros fluidos. Igualmente, para líquidos ideales, la energía interna sólo depende de la temperatura.

> Los calores específicos a volumen y a presión constante relacionan la variación de temperatura que experimenta el sistema con el calor aportado al mismo a volumen o a presión constante, respectivamente.
>
> Para gases ideales, la energía interna y la entalpía solo dependen de la temperatura, al igual que sus calores específicos. Para gases reales u otros fluidos o sustancias esto no se cumple y la dependencia es, por lo general, de la temperatura y de la presión.
>
> Para líquidos ideales, la energía interna es sólo función de la temperatura pero la entalpía es función de la temperatura y de la presión.

Por tanto, en gases ideales:

$$u(T) \rightarrow du = c_v \cdot dT \tag{A.34}$$

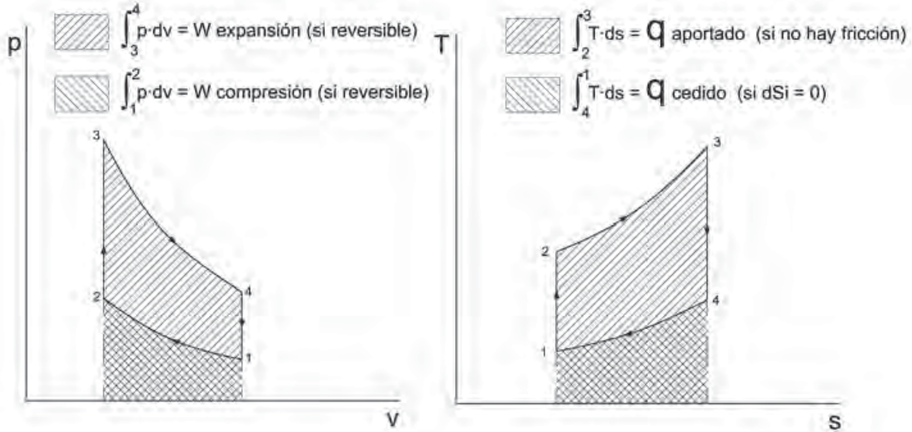


Figura A.3. Representación gráfica del trabajo y el calor intercambiados con el exterior por un sistema cerrado en un proceso cíclico (ciclo Otto de MCIA).

$$h(T) \rightarrow dh = c_p \cdot dT \tag{A.35}$$

Sin embargo, se comprueba que la entropía sí depende de la presión en el caso de un gas ideal. Teniendo en cuenta las ecuaciones (A.1), (A.29) y (A.35):

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T}dp = c_p \cdot \frac{dT}{T} - R \cdot \frac{dp}{p} \tag{A.36}$$

A.3.8. Trabajo intercambiado con el entorno

Sistema cerrado

Combinando las ecuaciones (A.7), (A.17) y (A.28), el trabajo de compresión o de expansión resulta ser:

$$W = \int_{1-2} p \cdot dV - \int_{1-2} T \cdot \delta\sigma_i = \int_{1-2} p \cdot dV - W_{Rozamiento} \tag{A.37}$$

En donde $W_{rozamiento}$ representa la pérdida de energía mecánica (trabajo perdido) debido a las irreversibilidades como consecuencia de la viscosidad del fluido.

Si el proceso es reversible:

$$W = \int_{1-2} p \cdot dV \tag{A.38}$$

Si en un sistema cerrado el proceso que se desarrolla es cíclico, el trabajo neto estará representado en un diagrama p-V por el área encerrada por las líneas que representan los distintos procesos que conforman dicho proceso cíclico, siempre y cuando los procesos sean mecánicamente reversibles. Ese área coincidirá con el calor neto intercambiado con el exterior, ya que la energía interna es una función de punto y no de línea, tal como se comentó anteriormente y la variación total en un proceso cíclico será nula (figura A.3a). Representando la evolución cíclica en un diagrama T-s (figura A.3b), si los procesos son reversibles, el área encerrada se corresponderá con el calor neto intercambiado, teniendo en cuenta el 2.º Principio:

$$Q = \oint T \cdot dS \tag{A.39}$$

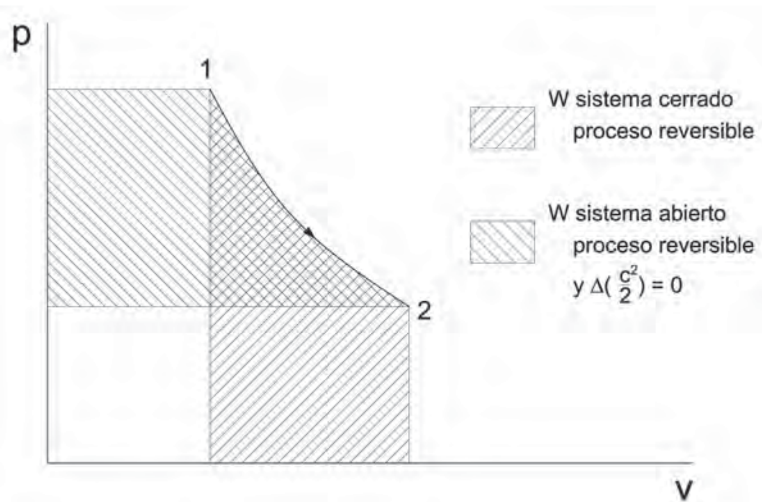


Figura A.4. Trabajo de expansión en sistemas abiertos y cerrados.

En ambos casos, calor neto aportado es igual al trabajo neto desarrollado.

Para un sistema que realiza un ciclo cerrado, con todos sus procesos reversibles, el área encerrada en un p-V o en un T-s se corresponde con el trabajo neto, desarrollado o consumido y con el calor neto, aportado o cedido.

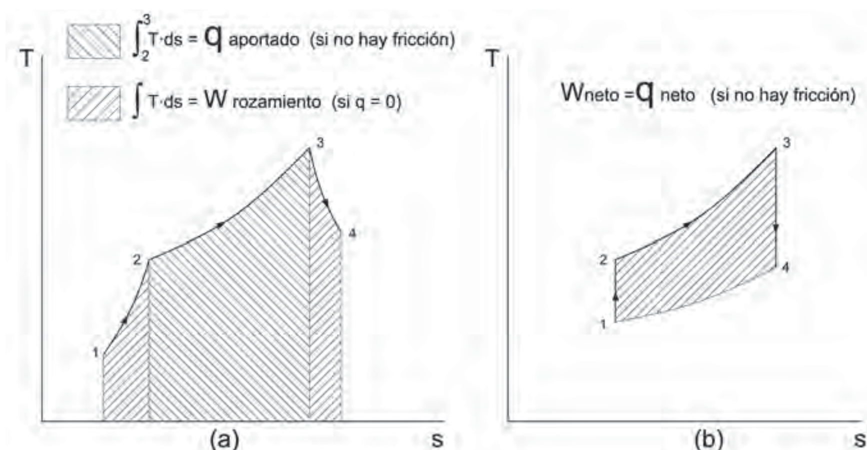


Figura A.5. Proceso cíclico a la largo de sistemas abiertos. (a) procesos politrópicos en turbina y en compresor y (b) procesos reversibles en dichas turbomáquinas. Se muestran magnitudes por unidad de masa.

Sistema abierto

La *ecuación de balance de energía mecánica*[10] permite obtener una expresión para el trabajo en el caso de sistemas abiertos, estacionarios con equilibrio interno durante toda la evolución del fluido. Esta ecuación se obtiene combinando las ecuaciones del Primer y del Segundo Principio de la termodinámica y las ecuaciones de Gibbs [ecuaciones (A.14), (A.21) y (A.28)]:

$$w = -\int_{1-2} v \cdot dp - \int_{1-2} T \cdot \delta\sigma_i - \left(\Delta \frac{c^2}{2} + \Delta gz \right) \tag{A.39}$$

Si el proceso es reversible y no existe variación de energía cinética ni potencial del fluido entre la entrada y la salida del volumen de control, el trabajo específico, por unidad de masa, se obtendrá a través de la ecuación (A.40):

$$w = -\int_{1-2} v \cdot dp \tag{A.40}$$

[10] También denominada *Ecuación de Conservación de la Energía Cinética* despreciando la energía potencial en el caso de gases.

Hay que insistir que esta expresión es válida para procesos reversibles, sean o no adiabáticos, y por tanto no es adecuada para evaluar el trabajo intercambiado con el exterior en las turbomáquinas térmicas, ya que el proceso en éstas no se puede suponer reversible.

En la figura A.4, en un diagrama p-v se compara el trabajo desarrollado en un proceso de expansión en un sistema abierto con el desarrollado en un proceso de expansión en un sistema cerrado. En ambos casos, tal como se ha indicado anteriormente, los procesos deben ser reversibles para que las áreas correspondientes representen el trabajo intercambiado con el exterior.

Si un fluido experimenta un proceso cíclico, evolucionando a través de diferentes sistemas abiertos (compresor, cámara de combustión, turbina, intercambiador…), al representar su evolución en un diagrama p-V, el área encerrada se corresponderá con el trabajo neto desarrollado por el ciclo (= calor neto intercambiado) sólo en el caso de que los procesos experimentados por el fluido sean mecánicamente reversibles. Como se ha comentado en el epígrafe A.1 está hipótesis no se aproxima a la realidad en los procesos en sistemas abiertos en Máquinas Térmicas.

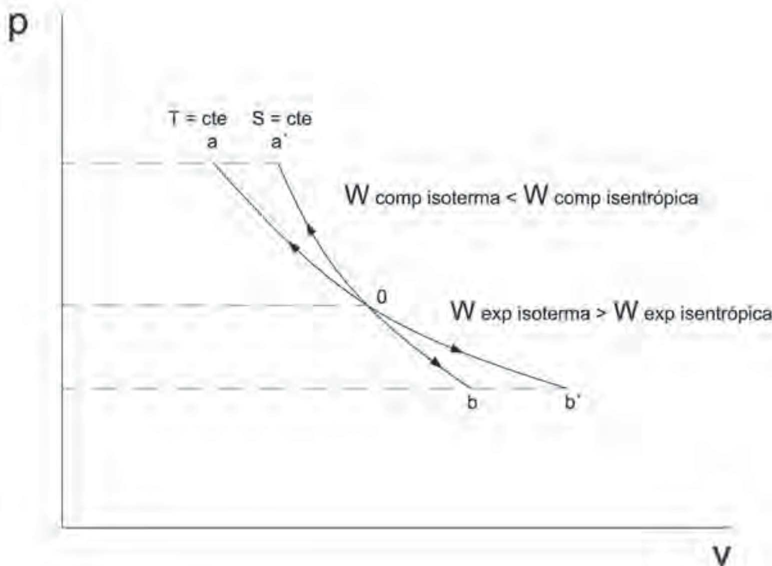


Figura A.6 Diagrama p-v proceso isotermo y proceso isentrópico.

Representando dicha evolución en un diagrama T-s (figura A.5) el área $\int T \cdot ds$, en cada subproceso abierto, representará el trabajo de rozamiento (o energía degradada) + el calor intercambiado durante dicho proceso (según ecuación A.9). El área total encerrada representará el trabajo neto y el calor neto sólo en el caso de que todos los procesos sean reversibles (figura A.5b).

En la figura A.6 se han representado procesos de expansión y compresión isotermos e isentrópicos en un diagrama p-V. Aunque el trabajo se corresponde con $\int V \cdot dp$ sólo si el proceso es reversible[11], la figura permite comprobar que comprimir por vía isoterma requiere menos trabajo que comprimir por vía isentrópica y lo mismo se puede decir en relación con un proceso de expansión; un fluido al expandirse por vía isoterma desarrolla más trabajo que al expandirse por vía isentrópica.

Segunda expresión del trabajo para sistemas abiertos:

A partir de la ecuación del Primer Principio de la Termodinámica, si el flujo es adiabático y se desprecia la variación de energía potencial, el trabajo puede expresarse como:

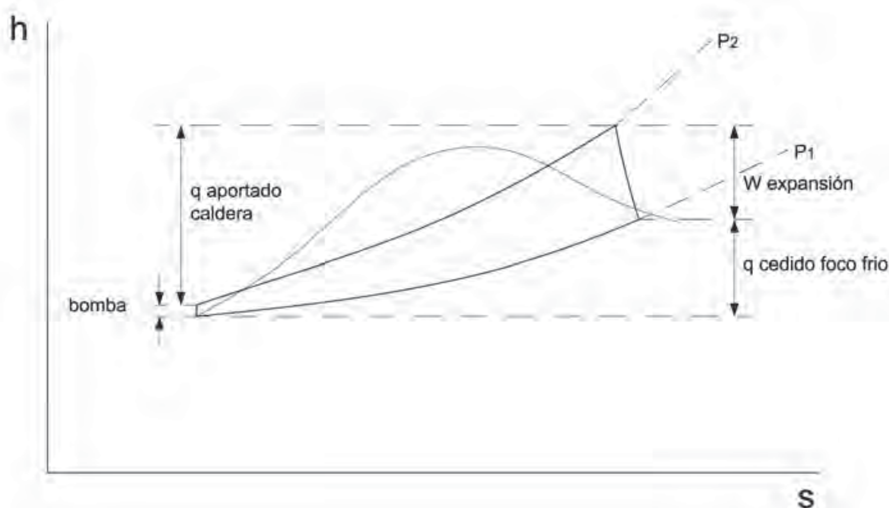


Figura A.7. Representación del ciclo de Rankine en un diagrama h-s.

$$w = \frac{W}{\dot{m}} = \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2}\right) - \left(h_2 + \frac{c_2^2}{2}\right) \qquad \text{(A.41)}$$

[11] Hipótesis que puede ser admisible en las máquinas de émbolo.

Esta expresión es válida para procesos abiabáticos reversibles e irreversibles y, por tanto, es adecuada para evaluar el trabajo en las turbomáquinas, ya que el proceso en las mismas puede suponerse adiabático, pero no reversible.

En la figura A.7 se ha representado en un diagrama h-s el proceso que experimenta el fluido en un *ciclo de Rankine*. Suponiendo que la velocidad a la entrada y la salida de la turbina coinciden, el trabajo de expansión en la turbina [ecuación (A.41)] se refleja claramente en el diagrama. El trabajo de la bomba se puede calcular a partir de la ecuación (A.42) teniendo en cuenta que al ser el fluido incompresible el volumen específico es constante y sale fuera de la integral:

$$w_{bomba} = v \cdot (p_2 - p_1) \qquad \text{(A.42)}$$

A.4. EL FACTOR DE CARNOT. RENDIMIENTO MÁXIMO DE LOS MOTORES TÉRMICOS

En termodinámica se justificaba a través de su Segundo Principio, que *no puede existir una máquina térmica cíclica o motor térmico monotermo que sea capaz de desarrollar trabajo a expensas de un único foco de calor*. Dicho principio establece que la entropía de un sistema aislado y, por tanto, adiabático siempre crece debido a las irreversibilidades (ecuación A.17), de forma que, considerando el sistema aislado representado en la figura A.8a, formado por el hipotético motor térmico monotermo y la fuente de donde extrae la energía térmica, aplicando el segundo principio, se tendría:

$$\sum \Delta S > 0 \rightarrow \Delta S_{MT} + \Delta S_{FC} > 0 \qquad \text{(A.43)}$$

No obstante, analizando los incrementos de entropía que experimentan los distintos elementos del sistema aislado definido anteriormente, se observa que:

- $\Delta S_{MT} = 0$, ya que el proceso que experimenta el fluido es cíclico y la entropía es una función de punto.
- $\Delta S_{FC} < 0$, dado que la fuente está cediendo calor al motor térmico.

Las dos expresiones anteriores implicarían que en el conjunto del sistema aislado la entropía decrece ($\sum \Delta S < 0$), lo cual se contradice con el segundo principio de la termodinámica. De esto se deduce que los motores térmicos deben ser bitermos, intercambiando calor con dos focos; un foco caliente, del que reciben calor, y con un foco frío, al que entregan energía térmica.

Analizando, por tanto, a continuación el caso de sistema aislado incluyendo un motor bitermo, como el representado en la figura A.8b, suponiendo que todos los subprocesos que forman el proceso cíclico que experimenta el fluido en el motor son reversibles y que los intercambios de calor con las dos fuentes son asimismo reversibles[12], se tendrá:

Primer Principio aplicado al proceso cíclico en el motor:

$$W_{rev} = Q_{C\,rev} - Q_{F\,rev} \tag{A.44}$$

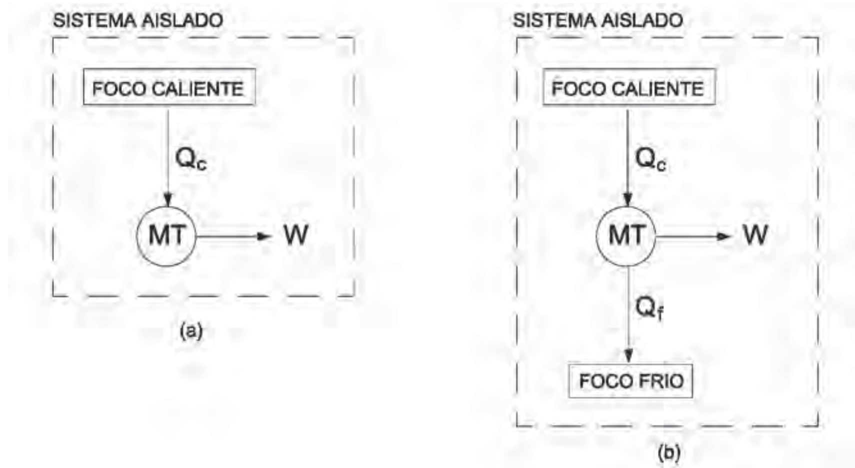


Figura A.8. (a) y (b) motor monotermo y bitermo.

Segundo Principio aplicado al sistema aislado:

$$\sum \Delta S = 0 = \Delta S_{MT} + \Delta S_{FC} + \Delta S_{FF} = 0 - \frac{Q_{C\,rev}}{T_C} + \frac{Q_{F\,rev}}{T_F} \tag{A.45}$$

Combinando las ecuaciones (A.44) y (A.45):

$$-\frac{Q_{C\,rev}}{T_C} + \frac{Q_{C\,rev}}{T_F} = \frac{W_{rev}}{T_F} \tag{A.46}$$

El rendimiento térmico de un motor o máquina térmica cíclica refleja el trabajo realizado en relación al calor recibido de la fuente caliente, siendo, por tanto, su expresión:

$$\eta_t = \frac{W}{Q_C} = \frac{Q_C - Q_F}{Q_C} \tag{A.47}$$

[12] Se considera Q siempre positivo y se otorga el signo correspondiente según sea calor cedido (-) o absorbido (+).

El máximo rendimiento se obtendrá en el caso de que todos los procesos sean reversibles, de forma que, teniendo en cuenta la ecuación (A.46) el máximo rendimiento será:

$$\eta_{rev} = \frac{W_{rev}}{Q_{C\,rev}} = \frac{Q_{C\,rev} - Q_{F\,rev}}{Q_{C\,rev}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} \qquad \text{(A.48)}$$

A este rendimiento máximo se le denomina *rendimiento o factor de Carnot*.

El trabajo máximo que se puede obtener a partir de la ecuación (A.48) y dependerá del valor de la temperatura del foco frío T_F, interesando que ésta sea la menor posible. Considerando que T_F coincide con el estado inerte o ambiente T_0, se tiene

$$W_{rev} = Q_{Crev} \cdot \eta_{carnot} = Q_{Crev} \cdot \left(\frac{T_C - T_0}{T_C} \right) \qquad \text{(A.49)}$$

De las ecuaciones anteriores se deduce lo siguiente:

— Para maximizar el rendimiento interesa que la temperatura del foco frío sea la menor posible, siendo el límite inferior la temperatura del medio ambiente.
— El rendimiento de los motores térmicos, incluso cuando no existen irreversibilidades mecánicas, es siempre inferior a la unidad como consecuencia del segundo principio de la termodinámica y la necesidad de entregar energía térmica a un foco frío.
— Mediante procesos reversibles sólo es posible transformar una parte de la energía térmica disponible en energía mecánica, sin embargo, mediante procesos reversibles se comprueba que sí es posible transformar toda la energía mecánica en energía eléctrica, aunque aquí no se demuestra.
— La energía térmica es tanto más utilizable cuanto mayor es su temperatura (mayor factor de Carnot). De ahí la importancia de incluir un proceso previo de compresión del aire de combustión en los motores térmicos.
— La energía térmica de un fluido a temperatura ambiente ($T= T_0$) no es utilizable para producir trabajo mecánico, tal como se deduce de la ecuación (A.49).

A.5. EXPANSIÓN Y COMPRESIÓN EN CONDUCTOS, TOBERAS Y DIFUSORES

A.5.1. Efecto de la compresibilidad

Las turbomáquinas están constituidas internamente por conductos de sección variable, de forma que el fluido al atravesar estas máquinas, se ve sometido a procesos de expansión o de compresión. Es importante analizar dichos procesos básicos de expansión y de compresión para clarificar, entre otras cuestiones, la influencia que ejerce el número de Mach y cómo la forma del conducto condiciona el proceso que experimenta el fluido en cada caso.

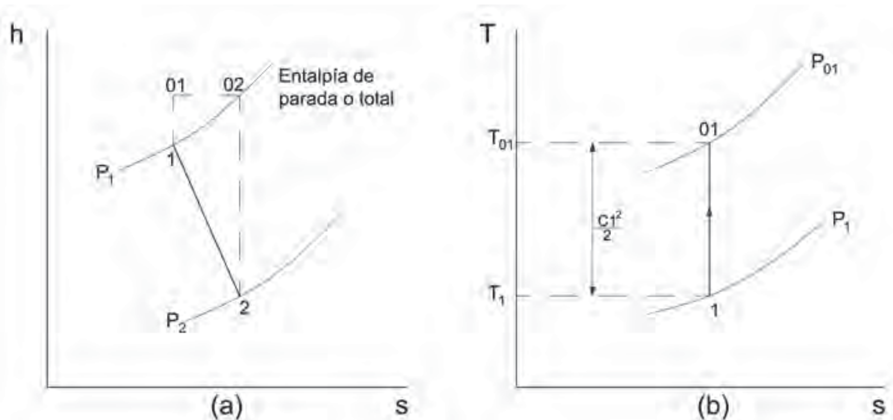


Figura A.9. Evolución en una tobera.

Por las razones que se indicaron anteriormente, se va a considerar que el flujo a través de estos conductos (sistemas abiertos) es unidimensional y en régimen estacionario, el proceso adiabático y el gas que evoluciona perfecto.

Pensemos ahora en un conducto de paredes fijas en el que el fluido se acelera, al que se denomina *tobera*. Aplicando la ecuación del primer principio, al no existir la posibilidad de intercambiar trabajo con el exterior, la ecuación (A.41) se simplifica reduciéndose a la siguiente expresión:

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} \qquad \text{(A.50)}$$

Como ya se ha mencionado anteriormente, se denomina entalpía de parada[13] a la suma de la entalpía, que representa la energía térmica de la corriente de fluido, y de la energía cinética. Si se frenara la corriente de fluido hasta velocidad cero por vía isentrópica (q=0, w=0, $c_2=0$), el fluido aumentaría su energía térmica, a expensas de su energía cinética, hasta un valor de la entalpía (h_{02}) que se corresponde con el valor de la entalpía de parada, de ahí su denominación. Por tanto, en este conducto de paredes fijas se mantiene la entalpía de parada.

Dado que en una tobera el fluido se acelera por definición, de la ecuación (A.50) se deduce que al atravesar la tobera el fluido disminuye su entalpía y su presión, tal como se comprueba en el diagrama termodinámico (figura A.9). Dicho de otra forma, al expandirse el fluido en la tobera disminuye su energía térmica transformándose en energía cinética. La compresibilidad del fluido permite que la energía almacenada en el fluido en forma de energía térmica, pueda convertirse en energía cinética, la cual puede transformarse en trabajo prácticamente en su totalidad. Asimismo, cuando el fluido se comprime en un conducto (difusor) sucede lo contrario; al atravesarlo el fluido se decelera y se comprime, transformando parte de su energía cinética en energía térmica.

A.5.2 Forma del conducto en toberas y difusores

A continuación se va a analizar cómo será la forma del conducto en toberas y difusores dependiendo del valor del número de Mach. Se partirá inicialmente de un análisis en el que se desprecia la fricción, considerándose el flujo isentrópico.

Combinando la ecuación de la continuidad (A.3), la ecuación para procesos isentrópicos $p \cdot v^{\gamma} = cte$, la ecuación de la conservación de la energía para intercambios de trabajo y calor nulos (A.50) y la ecuación de Gibbs (A.29), se obtiene una expresión que permite analizar el efecto del cambio de área en flujos compresibles sobre la presión del fluido:

$$\frac{dA}{A} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dp}{p} \cdot \left[\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{c^2} - 1 \right] \qquad \text{(A.51)}$$

Teniendo en cuenta la expresión de la velocidad del sonido a la temperatura T ($a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}$) y la definición de número de Mach de la corriente (A.52), sustituyendo en (A.51) resulta finalmente:

$$M = \frac{c}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}} \qquad \text{(A.52)}$$

[13] También denominada entalpía de remanso o entalpía total.

$$\frac{dA}{A} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dp}{p} \cdot \left[\frac{1 - M^2}{M^2} \right] \qquad \text{(A.53)}$$

En la figura A.10 se indica la forma requerida del conducto, deducida de la ecuación diferencial anterior, para producir procesos de expansión o compresión en los casos de regímenes subsónico, sónico y supersónico.

Como se puede comprobar en el cuadro, la forma del conducto cambia totalmente al pasar de flujo subsónico a supersónico. Si nos referimos a una expansión supersónica, por ejemplo, la disminución de la densidad es tan fuerte que, para que se cumpla la ecuación de la continuidad $\dot{m} = A \cdot c \cdot \rho$, tienen que crecer simultáneamente c y A.

FLUJO	EXPANSIÓN dp < 0	COMPRESIÓN dp > 0
SUBSÓNICO M < 1 CONDUCTO VELOCIDAD	CONVERGENTE C - AUMENTA	DIVERGENTE C - DISMINUYE
SÓNICO M = 1	M = 1 GARGANTA	M = 1 SECCIÓN ÁREA MÍNIMA
SUPERSÓNICO M > 1 CONDUCTO VELOCIDAD	DIVERGENTE C - AUMENTA	CONVERGENTE C - DISMINUYE

Figura A.10. Forma del conducto para expansionar o comprimir el fluido.

A continuación se resumen las ideas anteriores:

- Una tobera es un conducto en el que el fluido se acelera y expande.
- La tobera será un conducto convergente si el régimen es subsónico (lo habitual en turbomáquinas[14]).
- La tobera será un conducto divergente si el régimen es supersónico.

  Un difusor es un conducto en el que el fluido se decelera y comprime.
- El difusor será un conducto divergente si el régimen es subsónico (lo habitual en turbomáquinas).
- El difusor será un conducto convergente si el régimen es supersónico.

Asimismo se puede demostrar que:

— La variación de presión que experimenta un flujo compresible depende de la variación de sección y del número de Mach, teniendo en cuenta la ecuación (A.53) que se ha deducido en el caso isentrópico.

$$\frac{dp}{p} = \gamma \cdot \frac{dA}{A} \cdot \left[\frac{1}{\frac{1}{M^2} - 1} \right] \tag{A.54}$$

— Si el proceso no es reversible y existen pérdidas por fricción habrá términos adicionales en la ecuación anterior y la variación de presión también se deberá, en una pequeña parte, a la existencia de estas pérdidas.
— En el caso de flujo incompresible la variación de presión se debe exclusivamente a la variación de sección y a las pérdidas por fricción (pérdida de carga).

A.5.3. Evaluación de las pérdidas en toberas y difusores

Se indican a continuación los coeficientes más frecuentemente utilizados para definir el grado de irreversibilidad mecánica de los procesos que tienen lugar en toberas y difusores.

[14] Los conductos interálabes en las turbomáquinas presentan importantes analogías con las toberas (en el caso de turbinas) y con los difusores (en el caso de los compresores).

Como los procesos en conductos se producen con el fluido evolucionando a altas velocidades, en la mayoría de los casos es posible depreciar las pérdidas de calor, pero no las de fricción, relacionadas con la viscosidad y la velocidad del flujo. Por tanto, el proceso adiabático ideal sería reversible y, consecuentemente, isentrópico.

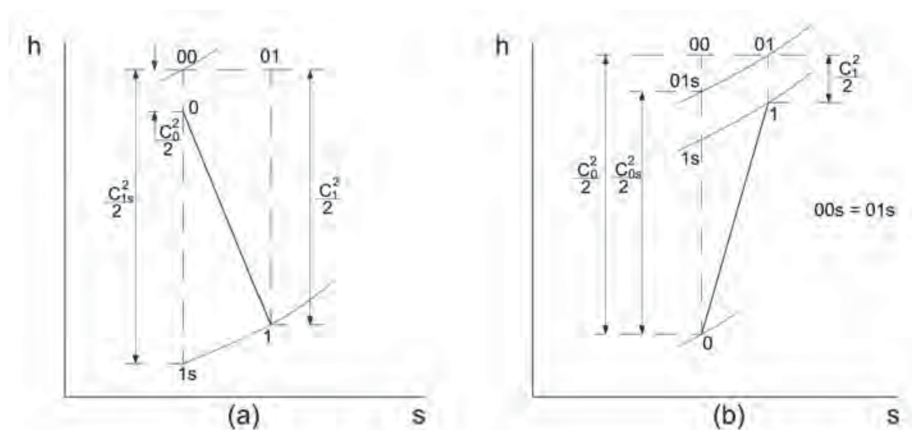


Figura A.11 . Evolución en una tobera (a) y en un difusor (b).

A.5.3.1. Comparación de los casos de expansión y compresión

En la figura A.11a se ha representado el proceso de expansión de un fluido en un diagrama h-s. Como consecuencia de la fricción puede observarse que el fluido sale de la tobera con una velocidad inferior a la que alcanzaría si la evolución fuera isentrópica, para la misma presión y la misma velocidad de entrada e idéntica presión estática de salida. Por tanto, la fricción trae consigo una pérdida de energía mecánica que puede evaluarse fácilmente obteniendo en cada caso la energía cinética de descarga a través de la ecuación de conservación de la energía basada en el primer principio de la termodinámica.

En el caso de un difusor (figuras A.11b y A.12) la evolución real se compara con un proceso isentrópico en el que el fluido alcanza la misma presión estática de salida y sale con la misma energía cinética. Por tanto, al contrario que en el caso de la tobera, la velocidad con la que entra al fluido en el difusor no es la misma en el caso isentrópico y en el real. La velocidad de entrada debe ser supe-

rior en el caso real, de forma que se deduce que es necesario disponer de mayor energía cinética para obtener finalmente la misma energía cinética y la misma energía térmica (idéntica presión de salida), por lo que el proceso difiere del ideal (isentrópico)[15].

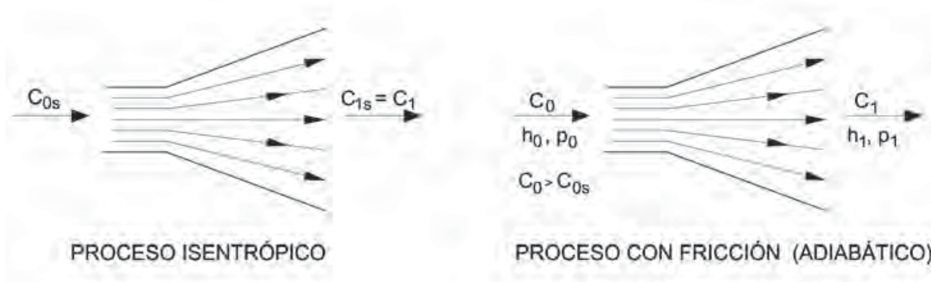


Figura A.12. Procesos a comparar a la hora de evaluar la pérdida de energía mecánica en un difusor.

Tobera *Difusor*

Proceso isentrópico:

$$h_{00} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_{1s} + \frac{c_{1s}^2}{2} \quad \text{(A.55)}$$

$$h_{01s} = h_0 + \frac{c_{0s}^2}{2} = h_{1s} + \frac{c_{1s}^2}{2} \quad \text{(A.56)}$$

Proceso real:

$$h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} \quad \text{(A.57)}$$

$$h_{00} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} \quad \text{(A.58)}$$

Restando las ecuaciones correspondientes al proceso real y el isentrópico, resulta, en cada caso, la siguiente pérdida de energía mecánica:

Tobera *Difusor*

$$h_1 - h_{1s} = \frac{c_{1s}^2 - c_1^2}{2} \quad \text{(A.59)}$$

$$h_1 - h_{1s} = \frac{c_0^2 - c_{0s}^2}{2} \quad \text{(A.60)}$$

Para valorar en ambos casos la pérdida de energía mecánica h_1-h_{1s} se puede recurrir a un análisis gráfico en las figuras A.13-a y A.13-b. Hay que tener en

[15] Se supone c_1=c_{1s}.

cuenta que como el proceso 1-1s es, en ambos casos, a presión constante, la ecuación A.30 y permite deducir:

$$\int dh = \int_{1-1s} T \cdot ds = h_1 - h_{1s} \tag{A.61}$$

Como consecuencia de lo anterior, en el caso de la tobera la pérdida de energía mecánica se corresponde con el área rayada B y en el caso del difusor se corresponde con el área C+B.

Por otra parte, la energía degradada por fricción en el proceso de expansión 0-1 se representa en la figura por el área A+B. Esto se debe a que el segundo principio de la termodinámica establece que en un proceso irreversible se produce un incremento de entropía, precisamente debido a la degradación de energía por fricción e irreversibilidades internas. A dicho incremento se le ha denominado σ_i en la ecuación A.20. Se tendrá, por tanto:

$$ds = \frac{\delta q}{T} + \delta\sigma_i \rightarrow T \cdot ds = \delta q + T \cdot \delta\sigma_i \tag{A.62}$$

Si el proceso es adiabático, la energía específica degradada por fricción será:

$$\int_0^1 T \cdot \delta\sigma_i = \int_0^1 T \cdot ds = A + B \tag{A.63}$$

Se demuestra, por tanto, que la pérdida energía mecánica en una tobera es menor que la energía inicialmente degradada por fricción. Existe una cierta recuperación, dado que debido a la irreversibilidad, el fluido se calienta y aumenta su estado térmico y a lo largo de la expansión se va transformando de nuevo la energía térmica en energía mecánica.

En el caso de un difusor ocurre lo contrario; la energía inicialmente degrada (área C) es inferior a la energía mecánica finalmente perdida (área C+B). La pérdida aquí debe entenderse de la siguiente forma: partiendo de un mismo estado entálpico 0, para comprimir el fluido hasta el nivel de presión p_1, con velocidad de salida c_1 el fluido se tiene que decelerar más si la evolución no es isentrópica; es decir, deberá partir de una mayor velocidad inicial, luego se puede considerar que ha habido una pérdida de energía mecánica.

La explicación en este caso es la siguiente: la degradación de energía mecánica del fluido trae consigo un calentamiento del mismo, ya que la energía mecá-

nica se degrada a energía térmica. El fluido al calentarse tiende a disminuir su densidad y es más difícil comprimirlo, de manera que se absorbe más energía mecánica para comprimir el gas, si el proceso es irreversible.

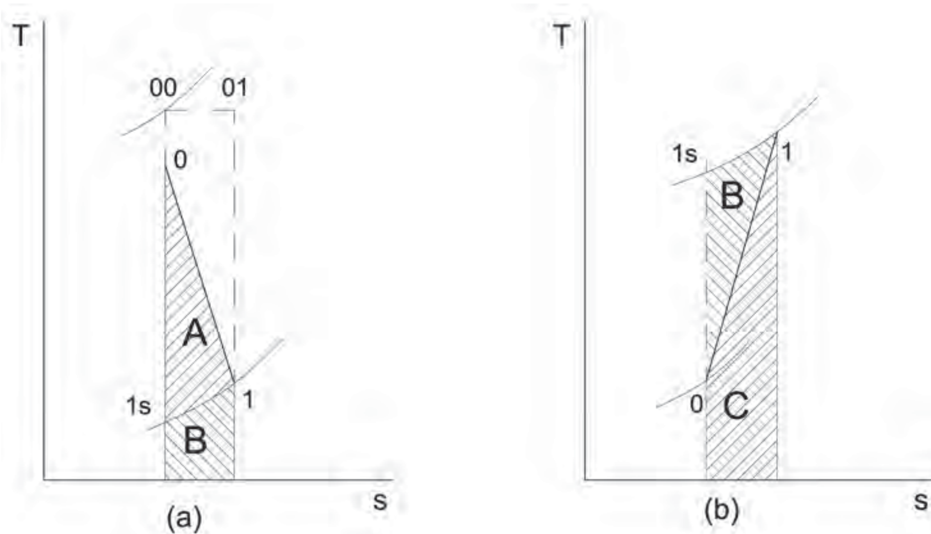


Figura A.13. Representación de la energía degradada por fricción y la pérdida de energía mecánica en (a) tobera y (b) difusor.

A.5.3.2. Coeficientes para evaluar la fricción en toberas y difusores

Toberas

Se utilizan los siguientes parámetros adimensionales:

Coeficiente de pérdida de velocidad

$$\varphi = \frac{c_1}{c_{1s}} \tag{A.64}$$

Dado que la velocidad real de salida es siempre inferior a la velocidad de salida isentrópica, este coeficiente será inferior a la unidad, salvo que el proceso sea isentrópico, en cuyo caso será igual a la unidad.

Coeficiente de pérdida de energía mecánica

Se obtiene dividiendo la pérdida de energía mecánica por el salto entálpico real y puede expresarse en función del coeficiente anterior.

$$\zeta = \frac{h_1 - h_{1s}}{h_{00} - h_1} = \frac{c_{1s}^2 - c_1^2}{c_1^2} = \frac{1 - \varphi^2}{\varphi} \qquad \text{(A.65)}$$

Si se conoce su valor, permite calcular las pérdidas de energía mecánica mediante la expresión:

$$Pérdidas = \zeta \cdot \frac{c_1^2}{2} \qquad \text{(A.66)}$$

Este coeficiente será igual a cero si el proceso es isentrópico.

Rendimiento isentrópico η_{TO}

Compara el salto entálpico real con el salto entálpico isentrópico, tomando la entalpía de parada a la entrada de referencia, de forma que dichos saltos entálpicos se corresponden con la energía cinética del fluido a la salida de la tobera en cada caso. Compara, por tanto, cuánto se ha acelerado el fluido en el proceso real respecto de lo que se abría acelerado en el proceso isentrópico.

$$\eta_{TO} = \frac{h_{00} - h_1}{h_{00} - h_{1s}} = \frac{c_1^2}{c_{1s}^2} \qquad \text{(A.67)}$$

Este parámetro será igual a la unidad si el proceso es isentrópico.

Difusores

Coeficiente de pérdida de energía mecánica

Se define de forma similar al caso de la tobera, pero en este caso en el denominador aparece la energía cinética a la entrada al difusor, en lugar de la energía cinética a la salida.

$$\zeta = \frac{h_1 - h_{1s}}{\frac{c_0^2}{2}} = \frac{c_{1s}^2 - c_1^2}{c_0^2} \qquad \text{(A.68)}$$

Rendimiento isentrópico η_D

Establece la relación entre la energía mecánica necesaria para comprimir por vía isentrópica, dividida por la necesaria en el caso del proceso real.

$$\eta_D = \frac{h_{1s} - h_0}{h_1 - h_0} = \frac{c_{0s}^2 - c_1^2}{c_0^2 - c_1^2} \qquad \text{(A.69)}$$

BIBLIOGRAFÍA

Aroca, A.; Andrés, M.I. y Montes, M.J. *Termotecnia*. Ed. UNED. ISBN: 978-84-362-6247-6. Madrid (España), 2011.

Babcock, J.H. y Wilcox, S. *Steam its generation and use*. Edited by J.B. Kitto and S.C. Stultz. ISBN 0-9634570-1-2. New York (EE.UU.), 1978.

Çengel, Y. *Transferencia de calor y de masa. Un enfoque práctico.* Ed. McGraw-Hill/Interamericana Editores. ISBN: 970-10-6173-X. México, 2007.

Chapman, Alan J. *Transmisión del calor. Ed. Bellisco* (3.ª Edición). ISBN: 84-85198-42-5. Madrid (España), 1984.

Cohen, H.; Rogers, C.F.C. y Saravanamuttoo, H.I.H. *Teoría de las turbinas de gas.* Ed. Marcombo S.A. ISBN: 978-8426704580. Barcelona, 1983.

Corberán, J.M. y Royo, R. *Problemas escogidos de transmisión del calor.* ISBN: 84-922502-1-6. Valencia (España), 1997.

Dixon, S.L. y Hall C.A. *Fluid mechanics, thermodynamics of turbomachinery*. Ed. Oxford: Pergamon Press. ISBN: 978-0124159549. EE.UU., 1978.

Ferguson, C.R. y Kirkpatrick, A.T. *Internal combustion engines: applied thermo-sciences*. Ed. John Wiley and Sons. ISBN: 978-0-471-35617-2. New York (EE.UU.), 1986.

Harman, R.T.C. *Gas turbine engineering: applications, cycles and characteristics.* Houndmills: MacMillan Education. ISBN: 978-0470270653. EE.UU., 1987.

Heywood, J.B. *Internal combustion engine fundamentals*. MacGraw-Hill. ISBN-13: 978-0070286375. New York, 1989.

Holman, J.P. *Transferencia de calor.* Ed. McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.. ISBN: 84-481-2040-X. Madrid (España), 1998.

Horlock, J.H. *Combined Power Plants*. Ed. Oxford: Pergamon Press. ISBN-13: 978-0080405025. EE.UU., 1992.

Incropera, F.P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Ed. John Wiley & Sons (5.ª Edición). ISBN: 978-0471457282. New York (EE.UU.), 2006.

Kakaç, S. *Boilers, Evaporators, and Condensers*. Ed. John Wiley & Sons. ISBN: 978-0-471-62170-6. Florida (EE.UU.), 1991.

Kays, W.M. y London, A.L. *Compact Heat Exchangers*. Ed. McGraw-Hill (3.ª Edición). ISBN: 978-1575240602. New York (EE.UU.), 1998.

Kehlhofer, R.; Hannemann, F., Stirnimann, F. y Rukes, B. *Combined Cycle Gas-Steam Turbine Power Plants*. ISBN: 978-1593701680. Ed. Penn Well, 2009.

Krasnoschiokov, E.A. y Sukomiel, A.S. *Problemas de termotransferencia*. Editorial Mir. Rusia, 1977.

Lakshminarayana, B. *Fluid dynamics and heat transfer of tur-bomachinery*. Ed. Wiley. ISBN: 978-0-471-85546-0. New York, 1996.

Lecuona, A. y Nogueira, J.I. *Turbomáquinas. Procesos, análisis y tecnología*. Ed. Ariel Ciencia y Tecnología. ISBN 978-8434480292. Barcelona, 2000.

Lewis, R.I. *Turbomachinery Performance Analysis*. Ed. Butterworth Heinemann. ISBN: 978-1850655756. Londres, 1996.

Mataix, C. *Turbomáquinas térmicas: turbinas de vapor, turbinas de gas, turbocompresores.* Ed. Dossat. ISBN: 978-8423707270. Madrid, 1988.

Moran, M.J. y Shapiro, H.N. *Fundamentos de termodinámica técnica*. Ed. Reverté. ISBN: 978-8429143133. Barcelona, 1999.

Muñoz, E. y Corrochano, C. *Una clase de problemas de transmisión de calor.* Editorial Bellisco (2.ª Edición). ISBN: 84-85.198-75-1. Madrid (España), 1998.

Rohsenow, W.M., Hartnett, J.P. y Cho, Y.I. *Handbook of heat transfer*. Ed. McGraw-Hill (3.ª Edición). ISBN: 0070535558-). New York (EE.UU.), 1998.

Sigalés, B. *Transferencia de calor técnica*. Ed. Reverté, S.A. ISBN: 84-291-4346-7. Barcelona (España), 2003.

Valiente, A. *Problemas de transferencia de calor.* Ed. Limusa, S.A. ISBN: 968-18-2728-7. México, 1988.

Este libro será imprescindible para los alumnos de la UNED que cursen la asignatura Ingeniería Térmica, que se imparte en el máster en Ingeniería Industrial. Esta materia, de 5 créditos, es de formación complementaria, diseñada para que los alumnos que acceden al máster procedentes del grado en Ingeniería Eléctrica y del grado en Ingeniería Electrónica y Automática adquieran las competencias necesarias para abordar las nuevas asignaturas de carácter térmico, fundamentalmente las asignaturas comunes del máster: Calor y frío industrial y Máquinas y motores térmicos.

María José Montes Pita es doctora ingeniera industrial por la Universidad Politécnica de Madrid. Desde el año 2005 es profesora del Departamento de Ingeniería Energética de la ETSI Industriales de la UNED. Compagina su actividad docente con diversos proyectos de investigación. Es autora de diversas publicaciones científicas en revistas internacionales indexadas, participaciones en congresos, libros, así como coautora de varias patentes, algunas de ellas extendidas a nivel internacional.

Marta Muñoz Domínguez es doctora ingeniera industrial y profesora titular de universidad del área de máquinas y motores térmicos. Desde 1988 desarrolla su actividad académica en el Departamento de Ingeniería Energética de la UNED. Es autora de cinco libros en el campo de las máquinas y motores térmicos, tres de ellos publicados por la UNED y uno por la Universidad Politécnica de Madrid. También es autora de diversos artículos en revistas técnicas y actas de congresos.

Antonio José Rovira de Antonio es doctor ingeniero industrial por la Universidad Politécnica de Madrid. Desde el año 2005 es profesor en el Departamento de Ingeniería Energética de la ETSI Industriales de la UNED, donde imparte docencia en las asignaturas relacionadas con la ingeniería térmica y las máquinas y los motores térmicos. Es autor de diversos libros, artículos, patentes y participaciones en congresos relacionados con la materia.







ingeniería
y arquitectura



0104002CT01A01